

Determinazione del diametro solare apparente  
Relazione sul lavoro svolto per il corso di Laboratorio di Astrofisica  
a.a. 2009/2010

Riccardo Moriconi  
Luigi Squillante

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>1 Il metodo dei <i>Baily's bead</i></b>	<b>3</b>
1.1 I bead e il profilo lunare . . . . .	3
1.2 Dati e strumenti a disposizione . . . . .	4
1.3 Modello teorico di determinazione del diametro solare dai <i>Baily's bead</i> . . . . .	6
1.4 Analisi dei dati . . . . .	7
1.4.1 Individuazione dei <i>Baily's bead</i> . . . . .	7
1.4.2 Determinazione del tempo di comparsa o scomparsa di un bead . . . . .	7
1.4.3 Confronto tra i dati osservativi e il modello in Occult	12
1.4.4 Evidenza di un andamento in funzione dell'angolo del disco lunare e rimodellizzazione . . . . .	14
1.4.5 Applicazione della rimodellizzazione ai dati osservativi e risultati . . . . .	18
<b>2 Il metodo dei transiti</b>	<b>21</b>
2.1 Teoria di base . . . . .	21
2.2 Dati e strumenti a disposizione . . . . .	21
2.3 Analisi dei dati . . . . .	22
<b>Conclusioni</b>	<b>27</b>
<b>A Il programma <i>binning.exe</i></b>	<b>28</b>
<b>B Il programma <i>calcolox.exe</i></b>	<b>31</b>

# Introduzione

Lo scopo del lavoro di seguito esposto è quello della determinazione sperimentale del diametro solare apparente.

In generale, dalle osservazioni fotometriche di precisione è noto un diametro solare standard (Auwers, 1895). In seguito lo sviluppo tecnologico ha permesso, grazie anche a sonde spaziali, una più accurata osservazione dell'astro al di fuori dell'atmosfera terrestre e quindi è stato possibile collegare le dimensioni del Sole ai modelli evolutivi e termonucleari stellari, il cui insieme prende il nome di "Modello solare standard". Conoscendone dimensione apparente e distanza dal rilevatore (in orbita intorno ad esso) grazie alle leggi di Keplero, è di immediata determinazione la dimensione fisica del diametro solare, che risulta<sup>1</sup> di  $1,39095 \cdot 10^9$ m.

Il diametro apparente del Sole visto dalla Terra varia, però, durante l'anno, in corrispondenza dell'avvicinamento o dell'allontanamento del pianeta alla stella lungo la sua orbita. Durante un anno tropico<sup>2</sup>, infatti, il diametro solare apparente passa da un minimo di 1888 ad un massimo di 1952 secondi d'arco, comportando un valor medio di 1923 secondi d'arco. Giorno per giorno, grazie ad almanacchi astronomici, è possibile conoscere la dimensione apparente del diametro, tabulata a partire dal diametro fisico standard della stella.

In realtà, però, la dimensione fisica del Sole potrebbe essere variabile nel tempo a causa dei cicli di attività solare e di conseguenza il suo diametro apparente potrebbe differire da quello standard di quantità dell'ordine di frazioni del secondo d'arco.

Nel presente lavoro si determina quindi, mediante due metodi diversi (il metodo dei *Baily's bead* e quello dei *transiti*, di seguito esposti) una misura osservativa del diametro apparente, al fine di confrontarla con quello standard e verificarne l'eventuale discrepanza.

---

<sup>1</sup>Il Sole in realtà non è perfettamente sferico e presenta un diametro equatoriale di  $1,3910 \cdot 10^9$ m e un diametro polare di  $1,3909 \cdot 10^9$ m, dai quali si considera un valore medio.

<sup>2</sup>L'anno tropico è definito come la durata intercorrente tra due passaggi successivi del Sole allo Zenit di uno stesso tropico, ovvero tra due solstizi o due equinozi dello stesso nome.

# Capitolo 1

## Il metodo dei *Baily's bead*

### 1.1 I bead e il profilo lunare

Il primo metodo utilizzato per la determinazione del diametro del Sole è quello dei Baily's bead, anche detti *grani di luce*, visibili durante le eclissi solari (v. Figura 1.1).



Figura 1.1: Esempio di Baily's bead visibili sul lembo solare durante l'eclissi totale dell' 1.8.2008 a Weizixia, Cina. Fotografia di Nick Quinn, <http://www.shadowchaser.demon.co.uk/eclipse/2008/index.html>.

L'apparizione sul lembo solare di tali grani è strettamente legata alla topografia del satellite. Se il disco lunare fosse esattamente circolare, e si sovrapponesse perfettamente al disco solare retrostante, il fenomeno dei bead non avrebbe luogo. Invece, a causa del bordo frastagliato ed estremamente irregolare del disco della Luna (generato da valli, crateri e montagne), quando anche esso sia perfettamente sovrapposto e concentrico a quello del Sole, le

alture o le depressioni che presenta fanno sì che, lungo tutta la circonferenza, la luce solare sia rispettivamente bloccata o libera di giungere all'osservatore. I bead sono quindi grani luminosi che brillano della luce del Sole che riesce a passare nelle valli del bordo lunare e devono il loro nome a Francis Baily, l'astronomo britannico che per primo propose un'esatta spiegazione del fenomeno nel 1836.

Grazie ai bead delle eclissi e a oltre un secolo di osservazioni astronomiche della Luna, delle sue librazioni e di sue occultazioni di stelle e pianeti, nel 1950, dopo un laborioso lavoro di mappatura e risistemizzazione, l'astronomo americano Chester Burleigh Watts pubblicò la prima mappa completa della topografia lunare, da cui è possibile risalire alle caratteristiche del bordo lunare (il cosiddetto *profilo*) di ogni eclissi, conoscendo l'inclinazione del satellite rispetto alla linea di vista.

Ad oggi, grazie alla missione della JAXA SELENE-Kaguya e alla sonda omonima che nel 2008 ha compiuto misurazioni in orbita attorno alla Luna, disponiamo di una mappa topografica molto più precisa. La sonda, grazie ad un altimetro laser, ha prodotto misure con incertezza inferiore a 5 metri.

L'analisi dati relativa ai Baily's bead è stata svolta disponendo dei nuovi profili di Kaguya.

## 1.2 Dati e strumenti a disposizione

I dati a disposizione consistono di due filmati relativi all'eclissi anulare di Sole del 15.1.2010, ripresa da Richard Nugent e Chuck Herald (International Occultation Timing Association) nel Kabarega National Park, Uganda, rispettivamente nei siti di coordinate ( $2^{\circ}41'20''\text{N}$ ,  $32^{\circ}19'3''\text{E}$ , altitudine 1089 m) e ( $2^{\circ}40'40''\text{N}$ ,  $32^{\circ}19'23''\text{E}$ , altitudine 1092 m). La scelta dei due siti è risultata dalla mediazione tra praticabilità del territorio e interesse astronomico. Infatti, data l'anularità dell'eclissi, i luoghi della ripresa sono lungo la linea in cui, secondo i modelli, il disco lunare sarebbe stato tangente al bordo inferiore del Sole, rendendo possibile, quindi, l'insorgenza dei bead.

Gli strumenti a disposizione per lo svolgimento dell'analisi sui filmati (disponibili in formato *avi*) e per lo sviluppo del metodo dei bead sono, in sostanza, di tipo software. In particolare, oltre ai programmi standard di visualizzazione e decodifica/ricodifica di file video (*VideoLAN*, *VirtualDub*) e di elaborazione di fogli di calcolo (*Microsoft Excel*, *Origin*), di grande supporto sono stati i programmi *Occult* e *Limovie*.

*Occult* è un software usato in generale per la predizione di occultazioni ed eclissi solari e lunari. La sua utilità relativamente al presente lavoro consiste nella possibilità, una volta inserite ora, coordinate geografiche e altitudine del luogo, di ottenere grafico ed immagine della posizione relativa di Sole e Luna. Nel nostro caso, in particolare, *Occult* ha fornito l'immagine (ed

anche un'animazione) del disco solare via via coperto da quello della Luna durante l'eclissi. Nel programma è stato possibile aggiornare la mappa della topografia lunare con i nuovi dati di Kaguya ed avere quindi a disposizione un profilo lunare di grande precisione.

Grazie al profilo di Kaguya è possibile ottenere un grafico in cui sono mostrati il bordo lunare e il bordo solare (v. Figura). In ascissa è rappresentata la coordinata angolare polare contata a partire in senso antiorario dal vertice superiore del disco, in ordinata l'altezza (in secondi d'arco) rispetto al bordo lunare medio. La linea irregolare indica il profilo del bordo lunare, mentre la linea più marcata rappresenta il bordo solare standard, che considera la misura standard del diametro solare calcolata per il giorno in questione.

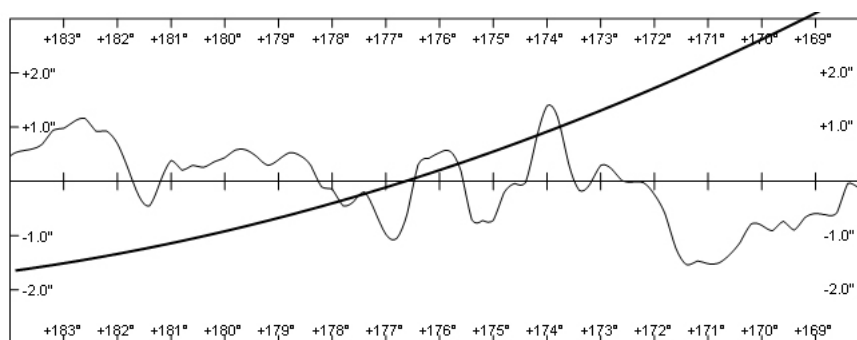


Figura 1.2: Esempio di visualizzazione in *Occult* del profilo lunare (linea irregolare) e del bordo solare (linea marcata). La convessità del Sole deriva dalla linearizzazione del bordo lunare medio.

*Limovie*, invece, è un software che permette di misurare l'intensità luminosa in funzione del tempo (e quindi generare una curva di luce) di una certa area in un filmato. La sua grande utilità risiede nel poter ottenere la curva di luce dell'accensione o dello spegnimento di un bead, una volta selezionata un'area di rilevamento tale da comprendere l'intero grano. Il software utilizza un puntatore circolare che permette l'individuazione dell'area di rilevamento. Concentrica a quest'area, esiste una corona circolare in cui non vengono acquisiti dati. Esternamente alla corona, infine, un anello rileva l'intensità luminosa nell'intorno dell'area centrale di rilevamento, al fine di quantificare il rumore di fondo. *Limovie* è quindi in grado di fornire in ultima analisi una curva di luce che sia già epurata del rumore, avendo sottratto quest'ultimo all'acquisizione dell'area centrale dopo l'opportuna rinormalizzazione in base al diverso valore delle aree.

Poiché il programma è stato progettato appositamente per misure relative ad occultazioni, l'anello esterno al puntatore può essere modificato in una coppia di calotte, cui manca una fascia mediana (come mostrato dal-

la Figura 1.3) e nella cui area cade la grande intensità luminosa del bordo solare visibile, che non deve quindi essere compresa nel rumore di fondo.

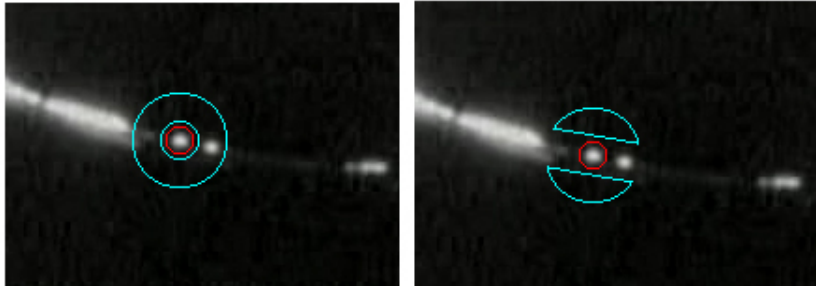


Figura 1.3: Esempio di visualizzazione in *Limovie* del puntatore di acquisizione. A sinistra la modalità concentrica standard. A destra la modalità che permette di escludere dalla regione di quantificazione del rumore di fondo il bordo solare presente o eventualmente altri Baily's bead.

Il puntatore di *Limovie* può essere inoltre impostato in modalità ancorata. Una volta, cioè, individuato il bead di cui si voglia registrare la curva di luce, il cursore viene ancorato al bead e mediante una funzione di riconoscimento automatico di oggetti stellari, riesce a mantenere al centro dell'area di rilevamento il grano, anche nel caso in cui esso si muova (come ad esempio negli istanti in cui la telecamera si sposti al fine di far comparire in inquadratura nuovi bead apparsi).

Un'ultima caratteristica saliente del software è la capacità di fornire, relativamente all'area centrale di acquisizione, l'informazione luminosa anche per singolo pixel, oltre che una luce integrata su tutta l'area. *Limovie* dà, cioè, informazioni di brillantezza, oltre che di flusso. Grazie a questa potenzialità è possibile quindi, ad istante di tempo fissato, ottenere un profilo tridimensionale della luminosità in funzione dell'area.

### 1.3 Modello teorico di determinazione del diametro solare dai Baily's bead

In linea di principio, noto il diametro del Sole standard, la misura del diametro apparente dell'astro durante un'eclissi e quindi la verifica di eventuali discrepanze di tale misura dal diametro standard, sono di diretta determinazione.

Si considerino diversi bead lungo il bordo lunare. Dai filmati è possibile determinare gli istanti di comparsa (o accensione) e gli istanti di scomparsa (o spegnimento) dei bead. È importante sottolineare che, ai fini della nostra analisi, non è necessario che gli istanti di comparsa e scomparsa siano accoppiati allo stesso bead.

Una volta scelti i bead opportuni, e conoscendo l'ora della ripresa, si individua una corrispondenza tra i grani di luce del filmato e quelli suggeriti dal profilo di Kaguya in Occult, arrivando ad associare biunivocamente ogni bead ad una valle del bordo lunare su cui non sia ancora tramontato il Sole.

Per ogni tempo di comparsa o scomparsa nel filmato, si verifica, allo stesso istante in Occult, di quanto il Sole standard sia ancora alto o di quanto sia già sotto l'orizzonte della valle. A questo punto, ogni bead fornisce un valore  $\Delta h$  (positivo, negativo o nullo), corrispondente alla distanza (in arcosecondi) tra l'altezza del sole e il punto di tangenza al fondo valle.

Dalla media su tutti i bead dei diversi  $\Delta h$ , si otterrebbe quindi un valor medio di differenza tra il diametro solare standard e quello osservato.

In realtà incertezze osservative e possibili errori sistematici rendono il procedimento molto più complesso e rendono necessarie anche altre strategie di determinazione del diametro apparente.

## 1.4 Analisi dei dati

L'analisi dei dati è proceduta attraverso fasi successive, volte a risolvere problemi che via via si sono presentati. Nel seguito, quindi, verranno esposte in successione le problematiche, le soluzioni trovate e le modellizzazioni effettuate per giungere ai risultati finali.

### 1.4.1 Individuazione dei Baily's bead

Il primo passo nell'analisi dei filmati dell'eclissi del 15.01.2010 è stato quello di trovare una corrispondenza tra i bead del filmato e le valli del profilo lunare in Occult. Una volta impostate nel software ora, data e coordinate e individuata la fascia angolare d'interesse del disco lunare, si è effettuato un confronto tra le distanze reciproche che separavano i grani nel filmato e quelle tra le valli del profilo, ed un confronto tra intensità luminosa e ampiezza e profondità delle valli. Questo ha permesso di individuare con buona affidabilità quali bead corrispondevano a quali valli, fornendo una verifica della bontà del nuovo profilo ottenuto da Kaguya.

Per maggior accuratezza si è poi fatto uso di Limovie e della sua funzionalità di graficare in 3D la luminosità sull'area centrale di rilevamento. Ciò ha confermato l'identificazione preliminarmente effettuata e ha mostrato che l'intensità luminosa del filmato riproduce per ogni bead una sagoma di luce complementare alla relativa valle (v. Figura 1.4).

### 1.4.2 Determinazione del tempo di comparsa o scomparsa di un bead

Il passo successivo è stato quindi quello di determinare univocamente i tempi di accensione e spegnimento dei vari bead, associando loro anche un erro-



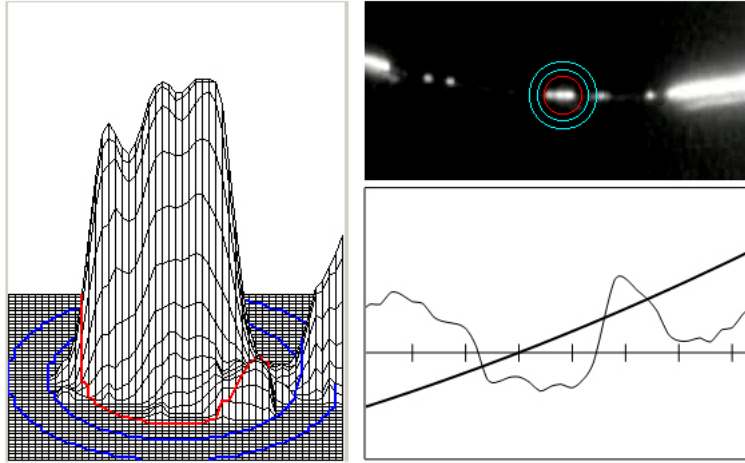


Figura 1.4: Esempio di supporto della funzionalità 3D di *Limovie* nell'individuazione dei Baily's bead. In alto a destra si vede il puntatore di acquisizione. A sinistra il profilo 3D della luminosità in cui le circonferenze proiettate in pianta si riferiscono a quelle del puntatore. In basso a destra il profilo di Kaguya relativo al bead in questione.

re appropriato. A causa della luce diffusa presente nelle immagini e alla risposta poco affidabile dell'occhio umano, è stata scartata l'ipotesi di determinare i tempi annotando semplicemente l'ora (stampata sulle immagini del filmato) in cui il grano sembrava apparire o scomparire a chi effettuava l'analisi.

Una volta acquisita con *Limovie* la curva di luce del grano, la si è sfruttata proprio allo scopo di determinare da un fit il tempo  $t_0$  in cui la luminosità fosse risultata nulla e che rappresentava quindi l'istante in cui il bead si fosse completamente acceso o spento.

In generale l'andamento in funzione del tempo della luminosità relativa a un bead può essere espresso come:

$$I(t) = \int_{S(t)} F dS(t) \quad (1.1)$$

dove  $S(t)$  è funzione del tempo in quanto rappresenta la superficie di Sole visibile nella valle che genera il bead, e che va aumentando o diminuendo a seconda che il Sole stia sorgendo o tramontando. Se supponiamo che nella piccola superficie visibile del bead il flusso sia costante e pari a  $F_0$ , otteniamo immediatamente:

$$I(t) = F_0 S(t) \quad (1.2)$$

Occupiamoci quindi di trovare una forma funzionale per  $S(t)$ .

Si consideri un modello di valle schematizzato da un trapezio isoscele<sup>1</sup> di angolo di base  $\alpha$  come mostrato in Figura 1.5.

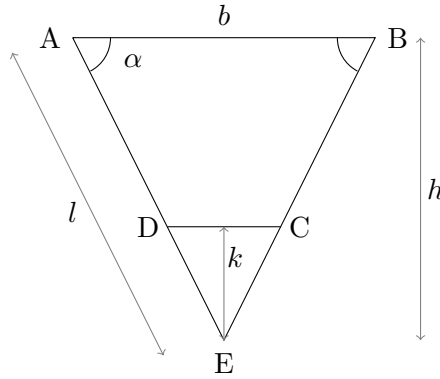


Figura 1.5: Modellizzazione di una valle lunare mediante il trapezio ABCD.

Poiché per ipotesi il triangolo ABE è isoscele, valgono le relazioni:

$$h = l \sin \alpha \quad (1.3)$$

$$\frac{b}{2} = l \cos \alpha \quad (1.4)$$

quindi

$$b = 2l \cos \alpha = 2h \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2h \cot \alpha \quad (1.5)$$

da cui otteniamo che l'area per il triangolo risulta:

$$A_1 = h^2 \cot \alpha \quad (1.6)$$

Analogamente l'area del triangolo DCE risulta:

$$A_2 = k^2 \cot \alpha \quad (1.7)$$

e otteniamo infine l'area del trapezio ABCD che è pari a:

$$A = A_1 - A_2 = (h^2 - k^2) \cot \alpha \quad (1.8)$$

La base minore DC del trapezio rappresenta il fondo valle, mentre la base maggiore AB schematizza il bordo solare che può tramontare o sorgere nella valle, diminuendo o incrementando, quindi, l'altezza  $h$ . L'altezza  $k$  del triangolo DCE rimane invece costante.

<sup>1</sup>Inizialmente era stato considerato un modello di valle triangolare, ma il confronto con le osservazioni ha invalidato tale schematizzazione.

Supponiamo che il Sole salga o scenda nella valle con velocità costante, quindi possiamo esprimere  $h$  come:

$$h = h_0 + vt \quad (1.9)$$

dove  $h_0$  è l'altezza rispetto al vertice  $\hat{E}$  del triangolo ABE all'istante di inizio dell'acquisizione e  $v$  può essere positiva o negativa. Otteniamo quindi un'espressione esplicita per la (1.2):

$$I(t) = F_0[(h_0 + vt)^2 - k^2] \cot \alpha \quad (1.10)$$

A questo punto si impone  $I(t_0) = 0$  che implica:

$$\begin{aligned} (h_0 + vt_0)^2 - k^2 &= 0 \\ h_0^2 + 2h_0vt_0 + v^2t_0^2 - k^2 &= 0 \end{aligned}$$

da cui si ottiene come unica soluzione di significato fisico:

$$t_0 = -\frac{h_0 - k}{v} \quad (1.11)$$

che al variare del segno di  $h_0$  e  $v$  si adatta alle situazioni in cui all'inizio dell'acquisizione  $h_0$  sia al di sopra o al di sotto del vertice  $\hat{E}$  e in cui il Sole stia sorgendo o tramontando (v. Tabella 1.1).

$h_0$	$v$	$t_0$
+	+	$-( h_0  - k)/ v $
+	-	$( h_0  - k)/ v $
-	+	$( h_0  + k)/ v $
-	-	$-( h_0  + k)/ v $

Tabella 1.1: Espressioni dell'istante di comparsa o scomparsa di un bead  $t_0$  in funzione della positività o negatività dei parametri  $h_0$  e  $k$ .

Riconsiderando l'equazione (1.10) è chiaro che la luminosità ha un andamento parabolico in funzione del tempo. In particolare risulta:

$$I(t) = (\sqrt{F_0 \cot \alpha} h_0 + \sqrt{F_0 \cot \alpha} vt)^2 - (\sqrt{F_0 \cot \alpha} k)^2 = (A + Bt)^2 - C^2 \quad (1.12)$$

avendo definito

$$\begin{aligned} A &= h_0 \sqrt{F_0 \cot \alpha} \\ B &= v \sqrt{F_0 \cot \alpha} \\ C &= k \sqrt{F_0 \cot \alpha} \end{aligned} \quad (1.13)$$

In questo modo, una volta ottenuta la curva di luce di ogni bead grazie a Limovie, è possibile eseguire un fit parabolico secondo la (1.12) e determinare

i parametri A, B e C con relativi errori. Dalle (1.13) è infine possibile ottenere  $h_0/v = A/B$  e  $k/v = C/B$  grazie a cui, in forza della (1.11), è immediato ricavare l'istante  $t_0$  di comparsa o scomparsa del bead con relativo errore propagato.

In Figura 1.6a è mostrato un esempio di curva di luce ottenuta dall'acquisizione con *Limovie*. In ordinata, invece della luminosità, è presente il numero di conteggi valutati dal software per i pixel di acquisizione. Non avendo informazioni sul filtro usato per l'acquisizione del filmato, né un metodo di calibrazione conteggi-flusso, non è possibile risalire ad un valore di luminosità. È tuttavia garantita necessariamente una proporzionalità diretta tra quest'ultima e il numero di conteggi. Nel grafico sono quindi riportati i valori numerici dei conteggi, in funzione del tempo, senza possibilità di associarvi un errore.

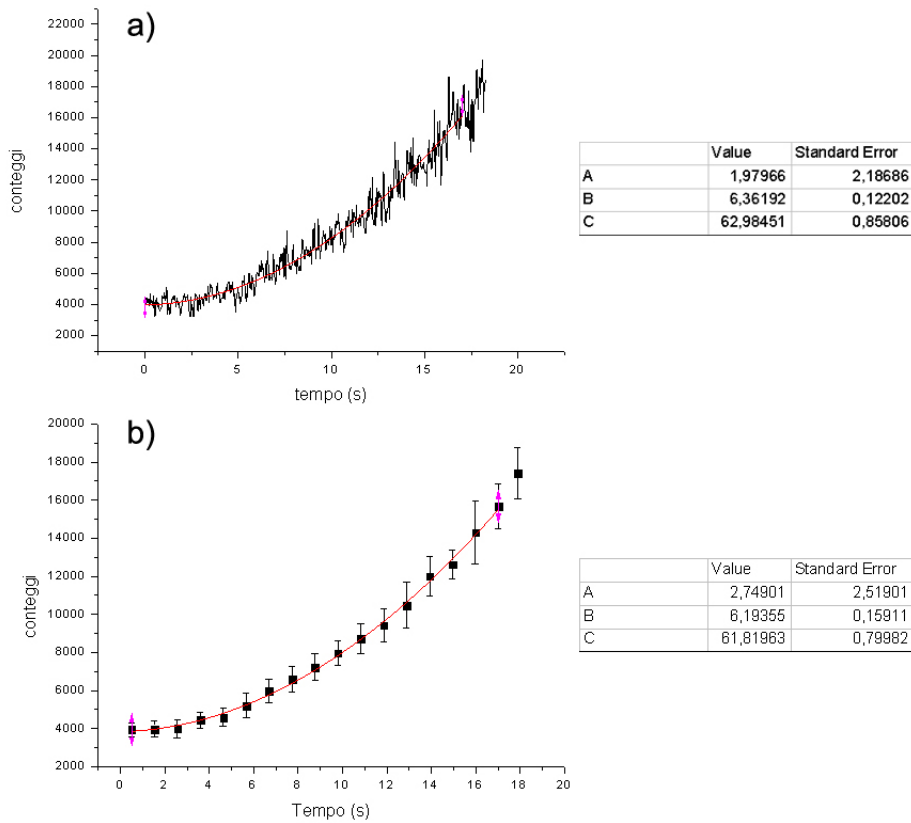


Figura 1.6: In a) è mostrata la curva di luce di comparsa di un Baily's bead acquisita con *Limovie*. In b) è mostrata, invece, la stessa curva di luce dopo essere stata processata con il programma *binning.exe*. Si noti la consistenza dei parametri del fit scaturiti dalle due curve. In questo caso si è ottenuto, per 15 gradi di libertà, un valore  $\chi^2 = 1,09$ .

Per valutare la bontà del fit parabolico per la curva di luce è necessario

avere dei punti sperimentali con relativi errori, grazie ai quali è possibile effettuare un test del  $\chi^2$ . A tale scopo è stato sviluppato dagli autori il programma `binning.exe`, il cui codice (in linguaggio C) è riportato in appendice A. Il programma divide il tempo di acquisizione in intervalli (nel nostro caso di 1 secondo) e all'interno di questi calcola il valor medio dei conteggi e vi associa come errore la deviazione standard dalla media. Grazie alla Figura 1.6b è possibile confrontare il risultato del binnaggio rispetto alla curva di luce iniziale. In tutti i casi, il test del  $\chi^2$  ha confermato la bontà della modellizzazione parabolica della curva di luce, fornendo valori molto al di sotto di soglie di accettazione del 95%.

Dalla figura 1.7 è possibile apprezzare anche visivamente la precisione del risultato del tempo di scomparsa fornito dal fit, rispetto all'effettiva sparizione del bead.

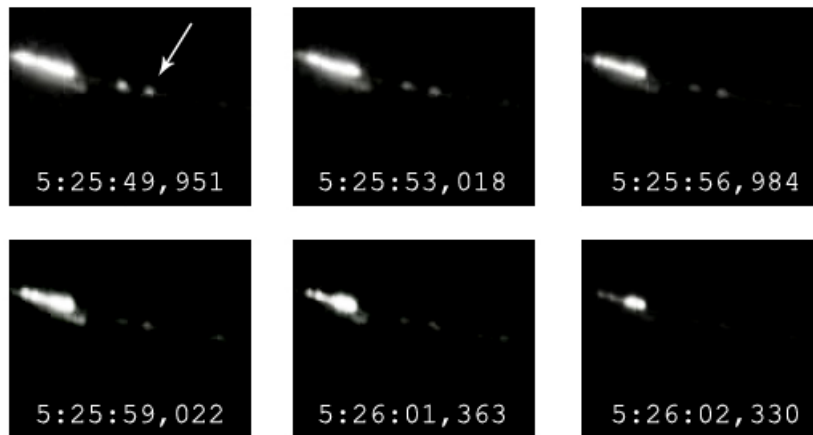


Figura 1.7: Luminosità decrescente di un bead (indicato dalla freccia) in scomparsa al passare del tempo. L'ora riportata in ogni immagine della sequenza è quella dell'UTC stampata sul filmato; il formato è h:m:s. Per questo bead il tempo di scomparsa ricavato grazie ai parametri del fit parabolico risulta  $t_0 = (5:26:2,31 \pm 0:0:1,06)$  s.

A causa del grande rumore di fondo del filmato di Chuck Herald, da cui è scaturita l'impossibilità di utilizzare il puntatore ancorato di Limovie sui pochi bead presenti, si è preferito fare affidamento sulle acquisizioni dei bead relativi al solo filmato di Richard Nugent, ben visibili e ancorabili nonostante la ripresa cambi inquadratura.

I risultati dei tempi di comparsa e scomparsa sono esposti in Tabella 1.2.

### 1.4.3 Confronto tra i dati osservativi e il modello in Occult

Una volta noti i tempi di comparsa o scomparsa dei Baily's bead del filmato, è possibile sfruttare tali valori nel modello dell'eclissi di Occult per

N. bead	tipologia	$t_0$ (s)	$\sigma_{t_0}$ (s)
1	scomparsa	62,3	1,1
2	scomparsa	61,61	0,79
3	comparsa	32,46	0,41
4	scomparsa	51,48	0,28
5	comparsa	52,4	1,4
6	comparsa	50,9	1,4

Tabella 1.2: Risultati dei tempi di comparsa o scomparsa per i Baily's bead presi in considerazione. Nella prima colonna è presente il numero che contraddistingue i bead, nella seconda la tipologia, nella terza e nella quarta rispettivamente i tempi determinati e i relativi errori. Per facilità di lettura i tempi sono espressi in secondi a partire da un tempo iniziale fissato a UTC 5:25:00.

determinare, agli stessi istanti, di quanto il Sole sia invece ancora sopra o già sotto il fondo valle. Si inseriscono quindi, di volta in volta, i tempi  $t_0$  in Occult e si prende nota della differenza  $\Delta h$  tra il bordo del sole e il fondo valle all'ascissa in cui la valle presenta un minimo (differenza già tabulata in Occult). Per poter associare un errore ai  $\Delta h_i$  si considera la dispersione massima dei valori, ottenuta considerando i limiti superiori o inferiori ai  $t_{0i}$  e calcolando la differenza tra bordo solare e lunare anche a questi tempi. I risultati sono esposti in Tabella 1.3.

N. bead	$\Delta h$ (arcsec)	$\sigma_{\Delta h}$ (arcsec)
1	-0,56	0,09
2	-0,9	0,2
3	-0,29	0,07
4	-0,5	0,2
5	0,0	0,1
6	0,1	0,1

Tabella 1.3: Risultati dei valori  $\Delta h$  che indicano la differenza tra il lembo solare e il bordo lunare per ogni Baily's bead.

Si noti che nel valutare i  $\Delta h_i$  non si è considerato il possibile errore sul profilo di Kaguya. D'altra parte, un'incertezza altimetrica di circa 5 metri si traduce, nota la distanza Terra-Luna pari a  $d = 384400$  km, in un errore di  $2.68 \cdot 10^{-3}$  arcosecondi, quindi trascurabile. Considerando una media pesata dei valori otteniamo  $\Delta h = (-0,31 \pm 0,38)$  arcsec. Il valore risulterebbe quindi consistente con una discrepanza nulla tra valore del diametro standard e quello osservato, tuttavia l'errore relativo, che risulta del 123% ha spinto verso un'ulteriore analisi che ha poi mostrato errori sistematici e di modello

del metodo, come di seguito esposto.

#### 1.4.4 Evidenza di un andamento in funzione dell'angolo del disco lunare e rimodellizzazione

Nel grafico di Figura (1.8) sono mostrati, in funzione dell'angolo sul disco lunare (che ricordiamo è contato in senso antiorario a partire dal vertice del disco) 3 diversi set di dati. I quadrati neri indicano gli istanti (tabulati in Occult) in cui il disco solare diventa tangente al bordo solare medio. I cerchi rossi indicano i valori dei tempi di comparsa o scomparsa dei bead secondo Occult. Infine i triangoli blu rappresentano i  $t_0$  ricavati dal filmato ed espressi in Tabella 1.2.

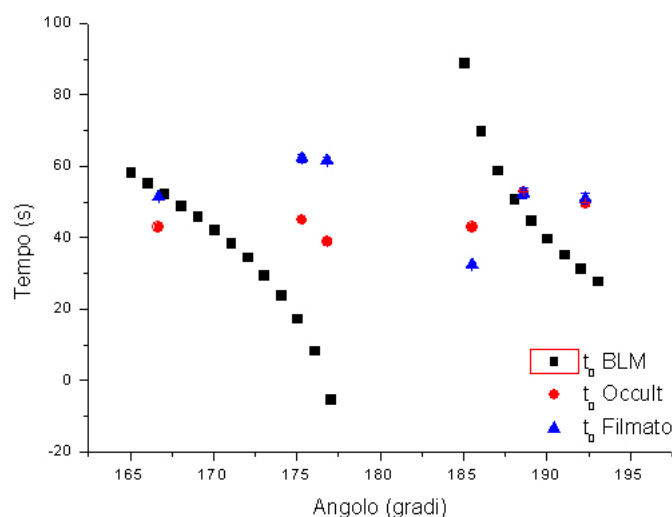


Figura 1.8: Grafico dell'andamento in funzione dell'angolo del disco lunare di 3 set di dati relativi ai tempi di comparsa o scomparsa. I quadrati neri rappresentano i  $t_{0i}$  del bordo lunare medio, i cerchi rossi i  $t_{0i}$  secondo Occult, mentre i triangoli blu i  $t_{0i}$  ricavati dal filmato. L'origine dell'asse dei tempi è UTC 5:25:00. Poiché il moto relativo della luna rispetto al disco del Sole è praticamente orizzontale e da destra verso sinistra, per valori minori  $180^\circ$  si concentrano i tempi di scomparsa, mentre per valori maggiori quelli di comparsa.

Come si vede, al variare dell'angolo l'andamento dei tempi di contatto del disco lunare medio con il bordo solare cambia. Per tempi crescenti, in virtù del fatto che in quest'eclissi il moto relativo di Luna e Sole è quasi orizzontale e da destra verso sinistra, il disco lunare scopre via via il bordo solare destro e copre quello sinistro. Il grafico, però, suggerisce un possibile andamento della differenza tra i  $t_{0i}$  di Occult e quelli del filmato in funzione dell'angolo, perciò si è proceduto a costruire il nuovo grafico di Figura (1.9) dai dati espressi in Tabella 1.4.

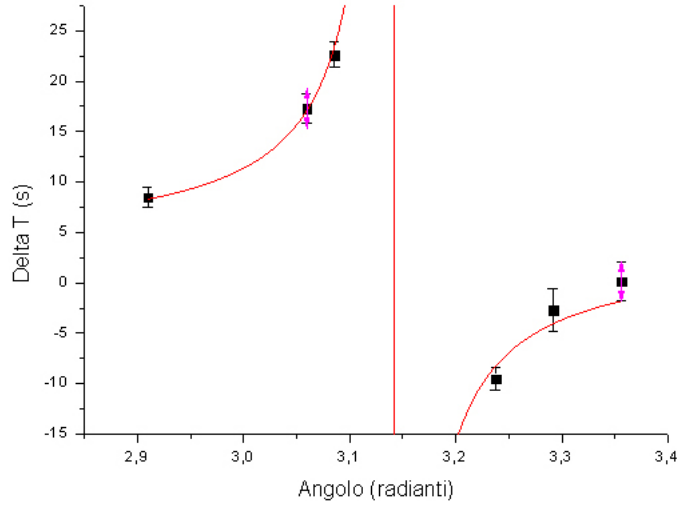


Figura 1.9: Grafico dell'andamento in funzione dell'angolo del disco lunare della differenza tra i  $t_{0_i}$  del filmato e quelli di Occult. La curva in rosso ha la forma funzionale data dalla (1.20).

N. bead	Angolo (gradi)	Angolo (rad)	$\Delta t$ (s)	$\sigma_{\Delta h}$ (s)
4	166,7	2,9093	8,5	1,0
1	175,3	3,0595	17,3	1,5
2	176,8	3,0857	22,6	1,3
3	185,5	3,2375	-9,5	1,1
5	188,6	3,2916	-2,7	2,1
6	192,3	3,3562	0,1	1,9

Tabella 1.4: Valori di  $\Delta t$  in funzione dell'angolo del disco lunare. Gli errori sono stati valutati dalla propagazione dell'errore sui  $t_{0_i}$  del filmato e quelli di Occult.



In ordinata compare stavolta la quantità  $\Delta t = t_{0_i}^{Filmato} - t_{0_i}^{Occult}$ . Come si vede, tale differenza evidenzia un andamento preciso al variare dell'angolo, in particolare del tipo  $1/\sin(x)$ .

Per interpretare il fenomeno si è costruito un modello in cui si ha il disco lunare in movimento che eclissa due diversi dischi solari: uno è quello del Sole standard di Occult, l'altro quello del Sole del filmato. I due dischi non sono concentrici e possono avere anche raggi diversi (v. Figura 1.10).

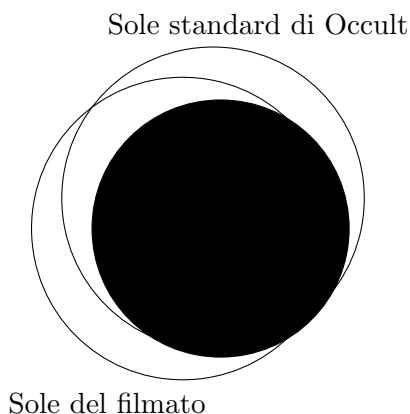


Figura 1.10: Modello in cui il Sole standard e il Sole di Occult non siano concentrici e abbiano eventualmente raggio diverso. Il disco nero è la luna.

In questa schematizzazione la differenza tra i tempi  $\Delta t$  è interpretabile in termini dell'intervallo necessario, a un certo angolo, affinché il disco lunare si sposti dal punto di tangenza al disco solare di Occult fino a quello del disco solare osservato. Si consideri l'ulteriore schematizzazione di Figura 1.11. Nello schema si suppone che il disco lunare sia tangente al Sole di Occult nel punto marcato dal cerchietto, il cui disco però non è rappresentato. Una volta fissato l'angolo  $\theta$  tra il vertice inferiore del disco lunare e il punto marcato, la Luna, indipendentemente dalla direzione del suo moto, vedrà spegnersi il bead presente all'angolo  $\theta$  solo quando il punto marcato dal cerchietto si sovrapporrà al bordo del Sole del filmato. Quindi la discrepanza temporale tra i  $t_{0_i}$  di Occult e quelli del filmato, per ogni angolo  $\theta$ , corrisponde al tempo di percorrenza del tratto rosso  $x$  ovvero al tempo che il Sole del filmato impiega a sorgere o tramontare sull'orizzonte della valle del bead.

Per i diversi bead, quindi vale:

$$\Delta t_i = \frac{x_i}{v \sin \theta_i} \quad (1.14)$$

avendo considerato il moto della Luna approssimativamente orizzontale.

Al fine di fornire un'espressione per  $x$  si consideri quanto segue.

Sole del filmato

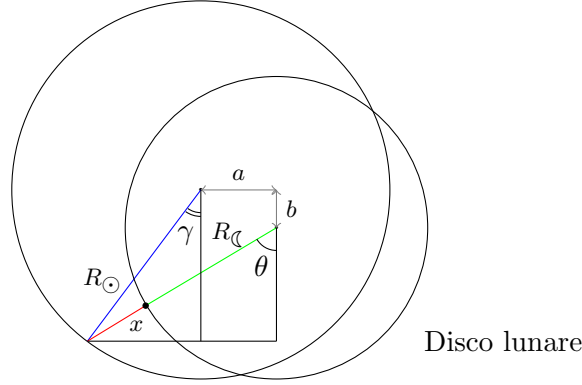


Figura 1.11: Schema del disco lunare e del disco solare del filmato. Il segmento blu rappresenta il raggio del sole, quello verde il raggio della luna. Il segmento rosso indica la distanza il cui tempo di percorrenza fornisce i  $\Delta t_i$ . Le distanze  $a$  e  $b$  indicano la separazione orizzontale e verticale tra i centri dei due dischi all'istante in cui il disco della luna è tangente al Sole di Occult (non raffigurato) all'angolo  $\theta$ .

Per costruzione valgono le seguenti relazioni:

$$(R_{\mathcal{L}} + x) \sin \theta = R_{\odot} \sin \gamma + a \quad (1.15)$$

$$(R_{\mathcal{L}} + x) \cos \theta = R_{\odot} \cos \gamma - b \quad (1.16)$$

da cui:

$$\begin{aligned} (R_{\mathcal{L}} + x)^2 &= R_{\odot}^2 \sin^2 \gamma + a^2 + 2R_{\odot}a \sin \gamma + R_{\odot}^2 \cos^2 \gamma + b^2 - 2R_{\odot}b \cos \gamma \\ &= R_{\odot}^2 + a^2 + b^2 + 2R_{\odot}(a \sin \gamma - b \cos \gamma) \end{aligned} \quad (1.17)$$

e infine:

$$x = [R_{\odot}^2 + a^2 + b^2 + 2R_{\odot}(a \sin \gamma - b \cos \gamma)]^{1/2} - R_{\mathcal{L}} \quad (1.18)$$

Ma, in forza delle (1.15) e (1.16), riesprimendo tutto in funzione di  $\theta$ , si ottiene:

$$x = \{R_{\odot}^2 + a^2 + b^2 + 2a[(x + R_{\mathcal{L}}) \sin \theta - a] - 2b[(x + R_{\mathcal{L}}) \cos \theta + b]\}^{1/2} - R_{\mathcal{L}} \quad (1.19)$$

Come si nota dalla (1.19), quella di  $x$  è un'espressione *autoconsistente* in cui, cioè, la variabile è espressa mediante una funzione di se stessa. Grazie a tale equazione possiamo considerare un metodo iterativo del tipo  $x_{n+1} = f(x_n)$  la cui convergenza, nel nostro caso, è garantita dalla condizione  $|f'(x)| < 1$ .

Si è quindi passati a sviluppare in linguaggio C un programma denominato `calcolox.exe` (il cui codice è riportato in appendice B) in grado di reiterare i valori di  $x$  una volta forniti i valori dei parametri  $R_{\odot}$ ,  $R_{\mathcal{L}}$ ,  $a$ ,  $b$ . Si è verificato che la funzione  $f(x)$  garantisce la convergenza di  $x$  fino alla sesta cifra decimale in pochi passi.

### 1.4.5 Applicazione della rimodellizzazione ai dati osservativi e risultati

La curva che interpola l'andamento dei dati della Tabella 1.4 e il cui fit è mostrato in rosso in Figura 1.9 ha un'espressione del tipo

$$y(x) = A + \frac{B}{\sin(\pi - x)} \quad (1.20)$$

in cui la presenza della costante  $A$  è necessaria per assicurare la convergenza del fit sui dati. Poiché tale espressione è relativa ai  $\Delta t_i$ , la costante è interpretabile in termini di un offset del tempo stampato sul filmato rispetto al tempo di Occult. Inoltre la differenza nell'argomento del seno tiene conto della differenza di  $\pi$  tra il sistema di riferimento di Occult (in cui l'angolo è contato in senso antiorario a partire dal vertice superiore del disco lunare) e quello definito in Figura 1.11 (in cui l'angolo è contato in senso orario a partire dal vertice inferiore del disco lunare). È lecito usare indifferentemente un sistema di riferimento o l'altro in quanto  $\sin(\pi - x) = \sin(x)$ .

Il fit sui dati (con  $\chi^2$  pari a 9,41, accettabile per 4 gradi di libertà con un livello di fiducia del 95%) della Tabella 1.4 fornisce:

$$\begin{aligned} A &= (2,30 \pm 0,95) \text{ s} \\ B &= (1,120 \pm 0,090) \text{ s} \end{aligned}$$

Grazie alla (1.14), è possibile interpretare  $B$  come il rapporto  $x/v$ . Il fatto che per tutti i bead il fit ci restituisca lo stesso valore di  $x$  può essere spiegato considerando che, entro un intervallo di circa  $15^\circ$  dal valore di  $\theta = 0$  (in cui appunto cadono i bead), le differenze per i vari tratti alle diverse angolazioni risultano minime. In ogni caso, l'alto valore del  $\chi^2$  ottenuto per il fit fornisce un suggerimento della brutalità della semplificazione adottata.

In ogni caso, tenendo conto della (1.19) e della (1.14) è facile vedere che  $x$ , nel caso di  $\theta$  piccoli, dipende debolmente dall'angolo, mentre è il polo  $\sin \theta$  presente al denominatore a governare fortemente l'andamento.

Considerando che il disco lunare avanza sul disco solare con velocità relativa  $v$  di circa  $0,5$  arcsec/s, si ottiene una stima di  $x = Bv$  dell'ordine di  $0,56$  secondi d'arco.

A questo punto si considera il programma `calcolox.exe`. Il software necessita in input dei valori  $R_\odot$ ,  $R_\mathcal{L}$ ,  $a$ ,  $b$  per calcolare  $x$ . Grazie all'almanacco astronomico dello Sky and Telescope Magazine, disponibile al sito <http://www.skyandtelescope.com/observing/objects/javascript/3305541.html>, è possibile ottenere il valore  $R_\mathcal{L}$  del raggio lunare il 15.01.2010 che risulta pari a 884 secondi d'arco. Una volta impostato tale valore e l'angolo  $\theta$ , il programma calcola (reiterando l'espressione fino alla convergenza alla sesta cifra decimale) i valori di  $x$  al variare dei tre parametri  $R_\odot$ ,  $a$  e  $b$ . Si

lascia variare  $a$  nell'intervallo  $[-15,15]$  arcsec con passo di 0,5 arcsec,  $b$  nell'intervallo  $[62,92]$  arcsec con passo di 0,5 arcsec e infine  $R_{\odot}$  nell'intervallo  $[950,980]$  arcsec con passo di 0,1 arcsec. È possibile inserire la velocità relativa del disco lunare rispetto al disco solare, che viene impostata al valore di 0,5 arcsec/s, grazie alla quale, per ogni  $x$  calcolato si ottiene un valore temporale  $t^* = x/(v \sin \theta)$ . A questo punto il programma confronta ognuno dei 1080000 valori  $t_i^*$  generati con il valore  $\Delta t$  relativo all'angolo  $\theta$  in esame, opportunamente scalato della quantità  $A$  dell'offset e memorizzando i parametri che generano il  $t^*$  più prossimo a  $(\Delta t - A)$ .

I risultati forniti dal software per i sei bead in esame sono esposti in Tabella 1.5.

$\theta$ (rad)	$x$ (arcsec)	$a$ (arcsec)	$b$ (arcsec)	$R_{\odot}$ (arcsec)
0,2321	0,5805	3	77	961,60
0,0821	0,5690	2,5	77,5	961,07
0,0560	0,5361	2,5	77	960,76
-0,0959	0,6689	0	77	960,67
-0,1500	0,3882	-1,5	77	961,82
-0,2146	0,3438	-1,5	77,5	961,92

Tabella 1.5: Risultato dell'elaborazione del programma calcolox.exe.

Si nota immediatamente che la media dei valori di  $x$  sui sei bead e pari a  $\bar{x} = 0,5144$  è dello stesso ordine di grandezza dell' $x$  ricavato dal fit e quindi conforta la bontà della modellizzazione. Inoltre la quasi costanza del valore di  $b$  per tutti e sei gli angoli conferma l'orizzontalità del moto del disco lunare. Infine il decremento dei valori di  $a$  per angoli decrescenti è interpretabile in termini del movimento da destra verso sinistra del disco lunare su quello solare.

Effettuando la media dei sei valori del raggio solare ottenuti e considerandone la deviazione standard, otteniamo un valore per il raggio del Sole del filmato pari a:

$$R_{\odot}^{filmato} = (961,31 \pm 0,54) \text{ arcsec}$$

Il sito della NASA fornisce la magnitudine<sup>2</sup> dell'eclissi del 15.01.2010 che risulta di 0,919. Grazie a questo dato possiamo ottenere un valore del raggio solare standard, noto il raggio del disco lunare, pari a:

$$R_{\odot}^{standard} = \frac{R_{\zeta}}{0,919} = 961,81 \text{ arcsec}$$

<sup>2</sup>La magnitudine di un'eclissi è definita come la frazione del diametro dell'oggetto eclissato che viene occultato dal corpo eclissante. In un'eclissi anulare (quale quella in esame) la magnitudine diventa il rapporto tra il raggio apparente del corpo eclissante e quello del corpo eclissato.

Come si vede, il valore del raggio solare apparente ottenuto dal filmato è consistente, entro l'errore, con quello del raggio solare standard.

## Capitolo 2

# Il metodo dei transiti

### 2.1 Teoria di base

Il metodo dei transiti consiste nella determinazione della dimensione angolare di un astro, tramite l'osservazione della sua immagine proiettata sul piano focale attraverso un foro o una lente. Poiché esso compie un suo moto sulla sfera celeste, la sua immagine si muoverà lungo il piano attraversando via via una griglia precedentemente predisposta composta di linee parallele equispaziate e di separazione nota. È possibile segnare i tempi relativi al contatto del bordo dell'immagine dell'astro con ogni linea della griglia man mano che esso avanza. In particolare, per ogni linea, si considera il tempo di primo contatto e quello di ultimo contatto (l'istante in cui l'immagine è tangente alla linea prima di abbandonarla). Se è nota la velocità  $v$  di moto dell'astro sulla sfera celeste, dall'intervallo di tempo  $\Delta t$ , pari alla differenza tra il tempo di ultimo e primo contatto, è possibile determinare la dimensione  $d$  dell'astro sulla sfera celeste, che risulta pari a:

$$d = v\Delta t \quad (2.1)$$

Complicazione sperimentale nell'applicazione del metodo dei transiti è la presenza del seeing che interessa l'immagine proiettata sul piano focale e che rende di difficile determinazione i tempi di contatto con le linee della griglia.

Il metodo dei transiti può essere utilizzato per la determinazione del diametro apparente del Sole.

### 2.2 Dati e strumenti a disposizione

Si ha a disposizione un filmato del transito solare ripreso il giorno 17.4.2010 all'Osservatorio Astronomico di Parigi (98 Boulevard Arago, Paris - 48°50'16" N, 2°20'16" E).

Per l'analisi del filmato si è utilizzato il software *Apple QuickTime Player* in grado di far scorrere il video in fotogrammi con sensibilità del rate di 0,07 s.

## 2.3 Analisi dei dati

Una volta caricato il filmato con il programma QuickTime Player, lo si è analizzato facendolo scorrere in fotogrammi. Si è predisposta sullo schermo una griglia di linee equispaziate di  $l = 1$  cm. La necessità dello scorrimento in fotogrammi scaturisce dalla possibilità, in questo modo, di segnare l'istante in cui il bordo solare intercetta le linee.

A causa del seeing, il bordo dell'immagine del disco solare compie delle oscillazioni locali indipendenti dal moto di avanzamento del disco lungo la griglia. Per gestire tale problema, gli istanti di primo e ultimo contatto vengono determinati in corrispondenza dei tempi in cui le linee sono intercettate per la prima volta nel filmato.

Si procede all'acquisizione dei tempi di primo e ultimo contatto per le 9 linee di cui è composta la griglia. In Tabella (2.1) sono esposti i dati acquisiti dal filmato:

N. linea	Primo contatto (s)	Ultimo contatto (s)	$\Delta t$ (s)
1	7,780	138,850	131,070
2	8,900	140,210	131,310
3	10,030	141,150	131,120
4	11,220	142,350	131,130
5	12,350	143,510	131,160
6	13,570	144,670	131,100
7	14,780	145,960	131,180
8	15,940	147,030	131,090
9	17,130	148,520	131,390

Tabella 2.1: Dati dei tempi di primo e ultimo contatto del disco solare per le linee della griglia considerata. Nell'ultima colonna è espressa la differenza tra i suddetti tempi, cioè l'intervallo  $\Delta t$  di transito. L'errore associato ai tempi è quello statistico derivato dal rate del filmato (cfr. derivazione nel testo).

Per la seconda e la terza colonna di Tabella (2.1) si considera l'errore statistico derivato dal rate del filmato: poiché la sensibilità è di 0,07 s, considerando una distribuzione continua uniforme, l'errore  $\sigma_t$  è pari a  $0,07/\sqrt{12} = 0,020$  s. Per l'ultima colonna, differenza dei tempi delle due colonne precedenti, l'errore associato risulta dalla propagazione ed è pari a  $\sigma_{\Delta t} = 0,028$  s.

Il punto di tangenza del disco solare con ogni linea della griglia all'istante di ultimo contatto, risulta traslato verso l'alto rispetto al punto di primo contatto per la stessa linea. Ciò è indice del fatto che il moto dell'immagine del Sole non si svolge perpendicolarmente alle linee della griglia, bensì in diagonale, come è mostrato dalla Figura (2.1). Da una media sullo shift verticale per ogni linea si ha un valor medio della traslazione pari a  $s = (4,31 \pm 0,33)$  cm.

Il moto del disco solare può essere scisso in un moto orizzontale e in uno verticale. Data la costanza della velocità del Sole sulla sfera celeste e la sfericità della sua proiezione, ai fini della determinazione del diametro apparente è necessario considerare solo la componente orizzontale di moto. Come è possibile vedere dalla Figura (2.1), infatti, la distanza percorsa in orizzontale tra gli istanti di primo e ultimo contatto per ogni linea, è proprio il diametro  $d$ .

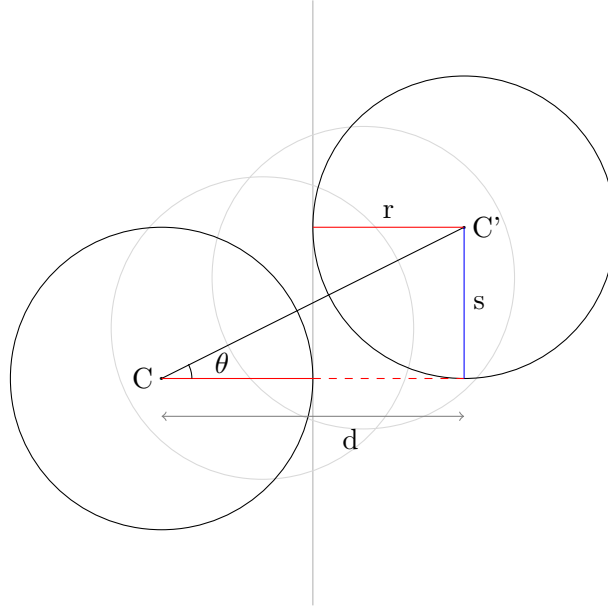


Figura 2.1: Schematizzazione della dinamica del transito sul piano focale. La linea verticale rappresenta uno dei 9 step della griglia presa in considerazione.

Vale quindi la relazione:

$$d = v_x \Delta t = v \cos \theta \Delta t \quad (2.2)$$

dove  $v$  è la velocità del disco solare e  $\theta$  l'angolo formato tra la direzione perpendicolare alle linee della griglia e la direzione di moto.

Da media e deviazione standard dei 9  $\Delta t_i$  della quarta colonna di Tabella (2.1), otteniamo un valor medio per il tempo di transito pari a:

$$\overline{\Delta t} = (131, 17 \pm 0, 11) \text{ s}$$



Per determinare l'angolo  $\theta$  si considera lo shift, rispetto al punto di primo contatto sulla prima linea della griglia, di tutti gli altri punti di primo contatto sulle restanti 8 linee. I dati sono esposti in Tabella 2.2.

Distanza dalla prima linea (cm)	Shift (cm)	$\sigma_{shift}$ (cm)
0	0,0	0,1
1	0,2	0,1
2	0,4	0,1
3	0,5	0,1
4	0,6	0,1
5	0,7	0,1
6	0,9	0,1
7	1,1	0,1
8	1,2	0,1

Tabella 2.2: Dati degli shift in verticale dei punti di primo contatto sulle linee della griglia rispetto a quello della prima linea. L'errore associato è dato dalla sensibilità del righello utilizzato per prendere nota dei valori.

Grazie a tali dati si effettua un fit lineare (v. Figura 2.2) il cui coefficiente angolare risulta  $m = (0,1450 \pm 0,0058)$ .

Noto il coefficiente angolare, l'angolo  $\theta$  risulta:

$$\theta = \arctan m = (0,1440 \pm 0,0057) \text{ rad} = 8^\circ,25 \pm 0^\circ,33$$

Si passa ora alla determinazione della velocità del Sole sulla sfera celeste. Tale velocità risulta dalla composizione della velocità del Sole rispetto alla rotazione e alla rivoluzione terrestre.

Il modulo del vettore velocità di rotazione (diretta parallelamente all'equatore celeste) è dato da:

$$v_{rot} = \frac{360 \cdot 3600 \cdot \cos \delta}{d_{siderale}} \quad (2.3)$$

dove il prodotto  $360 \cdot 3600$  indica il numero di arcosecondi lungo l'equatore celeste,  $\delta$  la declinazione e  $d_{siderale}$  il giorno siderale.

La velocità relativa alla rivoluzione terrestre, a causa del moto annuo lungo l'eclittica, si divide invece in due componenti, definite dalle relazioni:

$$v_{riv,x} = \frac{360 \cdot 3600 \cdot \cos \delta}{a_{tropic}} \quad (2.4)$$

$$v_{riv,y} = \frac{360 \cdot 3600 \cdot \sin \delta}{a_{tropic}} \quad (2.5)$$

dove valgono le stesse definizioni precedenti e  $a_{tropic}$  è l'anno tropico.

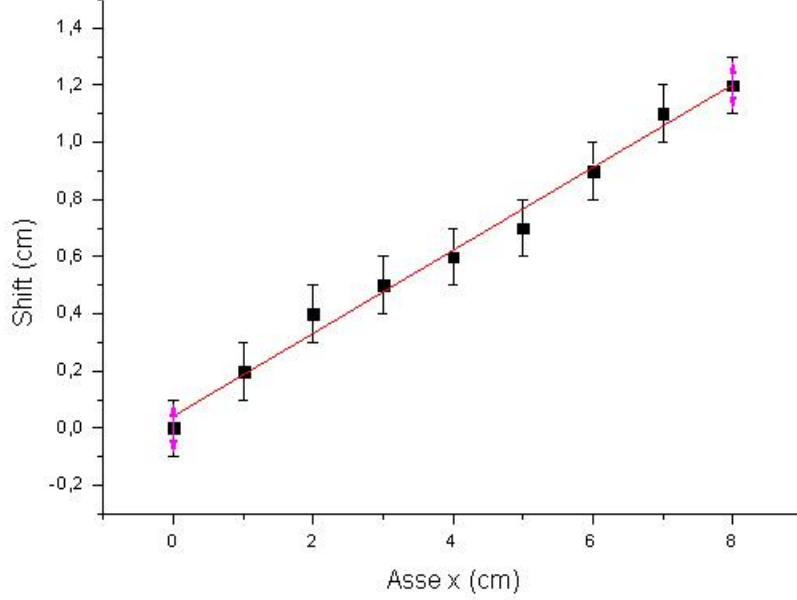


Figura 2.2: Fit lineare eseguito sui punti che rappresentano lo shift del punto di primo contatto alle varie linee della griglia rispetto alla prima.

Nel sistema di riferimento adottato, l'asse  $x$  è parallelo all'equatore celeste. Inoltre la componente  $x$  della velocità apparente relativa alla rivoluzione è opposta alla velocità apparente dovuta alla rotazione.

In definitiva, quindi, il modulo della velocità apparente del Sole lungo la sfera celeste è:

$$v = \sqrt{(v_{rot} - v_{riv,x})^2 + v_{riv,y}^2} \quad (2.6)$$

Dal sito <http://www.vialattea.net/eratostene/astrocalc/sole1.html> è possibile conoscere la declinazione del Sole (con sensibilità del secondo d'arco) fornendo il giorno dell'anno. Per il 17.4.2010 si ha  $\delta = 10^{\circ}33'8'' = 0,1842$  rad. Immettendo tale valore nelle (2.3), (2.4) e (2.5) e grazie alla (2.6), si ottiene:

$$v = 14,7463 \text{ arcsec/s} \quad (2.7)$$

L'errore su tale valore è trascurabile poiché propagato da errori su  $v_{rot}$ ,  $v_{riv,x}$  e  $v_{riv,y}$  dell'ordine di  $10^{-4}$  arcsec/s.

Nota tale velocità, grazie al valor medio del tempo di transito  $\overline{\Delta t}$  e all'angolo  $\theta$  precedentemente calcolato, otteniamo, tramite la (2.2):

$$d = (1914,3 \pm 2,6) \text{ arcsec}$$

Dal sito dello Sky Telescope Magazine ( <http://www.skyandtelescope.com/observing/objects/javascript/3305541.html>), è noto il valore del diametro standard del Sole per il giorno 17.4.2010, e pari a  $d_{standard} = 1914$  arcsec.

Il valore sperimentale ricavato è quindi compatibile entro l'errore con il valore teorico.

# Conclusioni

Tramite il metodo dei Baily's bead e dei transiti è stato possibile ottenere due diversi risultati sperimentali per la dimensione del diametro apparente del Sole.

Il valore ottenuto dai Baily's bead è risultato compatibile entro una deviazione standard con il valore del diametro standard previsto per il 15.1.2010. Il modello di determinazione di tale diametro ha previsto una non coincidenza dei centri del disco solare standard in Occult e quello del filmato. Tale fenomeno può essere spiegato in termini di diversi valori (anche se minimi) delle coordinate geografiche dell'acquisizione del filmato assunte valide nell'analisi preliminare, oppure di una discrepanza tra il tempo medio tabulato in Occult e il tempo reale, dovuta a effetti di perturbazione della rotazione terrestre o ad altri non noti.

Anche il metodo dei transiti ha fornito un valore sperimentale compatibile con quello teorico entro l'errore. La maggior incertezza di tale valore, rispetto a quello ottenuto dai bead, scaturisce dalla variabilità dell'immagine del bordo del disco solare dovuta al seeing.

L'analisi condotta sui dati osservativi non ha rivelato, in definitiva, evidenze di discrepanza tra il diametro solare standard e quello osservato.

## Appendice A

# Il programma binning.exe

Si riporta qui di seguito il codice in linguaggio C del programma utilizzato nell'analisi del presente lavoro.

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>

int contaRighe (FILE *fp);

main(){

    double mean;
    double dev;

    FILE *dati = fopen("Sheet.txt","r");
    int tot = contaRighe(dati);
    fclose(dati);

    double t[tot], exp[tot];
    dati = fopen("Sheet.txt","r");

    for(int r=0; r<=tot-1; r++){
        fscanf(dati,"%lf",&t[r]);
        fscanf(dati,"%lf",&exp[r]);
    }

    fclose(dati);

    int n=0;
    double start = t[0];
    double cresc = t[0];
```

```

while(cresc < start + 1.){
    n++;
    cresc = t[n];
}

int to = 0;
while(to < tot - n){
    double sum = 0.;
    for(int j = 0; j < n; j++){
        sum = sum + exp[j+to];
    }
    mean = sum/(n+1);

    double dev_sum = 0.;
    for(int a = 0; a < n; a++){
        dev_sum = dev_sum + pow((exp[a+to]-mean),2);
    }
    dev = sqrt(dev_sum/(n+1));

    FILE *bin = fopen("binnato.txt","a");
    fprintf(bin,"%lf %lf %lf\n",start + 0.5,mean,dev);
    fclose(bin);

    to = to + n;
    start = t[to];
}

if(tot - to > round(0.5*n)){
    double sum = 0.;
    for(int j = 0; j < round(0.5*n); j++){
        sum = sum + exp[j+to];
    }
    mean = sum/(0.5*(n+1));
    double dev_sum = 0.;
    for(int a = 0; a < round(0.5*n); a++){
        dev_sum = dev_sum + pow((exp[a+to]-mean),2);
    }
    dev = sqrt(dev_sum/(0.5*(n+1)));
    FILE *bin = fopen("binnato.txt","a");
    fprintf(bin,"%lf %lf %lf\n",0.5*(start + t[tot-1]),mean,dev);
    fclose(bin);
}

```

```
        fflush(stdin);
        getchar();
    }

int contaRighe (FILE *fp)
{
    int i = 0;
    char buffer;
    while (true)
    {
        fread ((void *)&buffer,sizeof(char),1,fp);
        if (feof(fp))
            break;
        if (buffer == '\n')
            i++;
    }
    return i;
}
```

## Appendice B

# Il programma calcolox.exe

Si riporta qui di seguito il codice in linguaggio C del programma utilizzato nell'analisi del presente lavoro.

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>

int contaRighe (FILE *fp);

main(){
    double R_sun = 950.;
    double a = -15.;
    double b = 62.;
    double x;
    double x_p = 1.;
    double x_a;
    double theta;
    double R_m = 884.;
    double t;
    double t_exp;
    double offset;
    double R_v[300], x_v[300], a_v[60], b_v[60];

    printf("Inserire il valore dell'angolo in radianti:");
    scanf("%lf",&theta);
    printf("Inserire il valore temporale sperimentale:");
    scanf("%lf",&t_exp);
    printf("Inserire il valore dell'offset:");
    scanf("%lf",&offset);

    for(int k = 0; k <= 60; k++){
```



```

a = -15;
for(int i = 0; i <= 60; i++){
    R_sun = 950;
    for(int j = 0; j<= 300; j++){
        do{
            x_a = x_p;
            x = sqrt(pow(R_sun,2) + pow(a,2) + pow(b,2) +
2*a*((x_p + R_m)*sin(theta) - a) - 2*b*((x_p + R_m)*cos(theta) + b)) - R_m;
            x_p = x;
        }while(fabs(x - x_a) > 0.000001);
        t = x/(0.5*sin(theta));
        printf("%lf %lf %lf %lf %lf\n",b,a,R_sun,x,t);
        R_v[j] = R_sun;
        x_v[j] = x;
        if(fabs(t - t_exp + offset) < 0.01){
            FILE *dati =
fopen("dati.txt","a");
            fprintf(dati,"%lf %lf %lf %lf
%lf\n",t,t-t_exp+offset,a,b,R_sun,x);
            fclose(dati);
        }
        R_sun = R_sun + 0.1;
    }
    a_v[i] = a;
    a = a + 0.5;
}
b_v[k] = b;
b = b + 0.5;
}

dati = fopen("dati.txt","r");
int tot = contaRighe(data);
fclose(dati);

double t_par[tot],diff[tot],a_par[tot],b_par[tot],R_par[tot],x_par[tot];
dati = fopen("dati.txt","r");

for(int r=0; r<tot; r++){
    fscanf(data,"%lf",&t_par[r]);
    fscanf(data,"%lf",&diff[r]);
    fscanf(data,"%lf",&a_par[r]);
    fscanf(data,"%lf",&b_par[r]);
    fscanf(data,"%lf",&R_par[r]);
    fscanf(data,"%lf",&x_par[r]);
}

```

```

                                printf("%lf %lf %lf %lf %lf
%lf\n",t_par[r],diff[r],a_par[r],b_par[r],R_par[r],x_par[r]);
                                }

    fclose(dati);

    double min = diff[0];
    for(int re=0; re<tot; re++){
        if(min > diff[re]){
            min = diff[re];
            a = a_par[re];
            b = b_par[re];
            R_sun = R_par[re];
            x = x_par[re];
            printf("%lf %lf %lf %lf
%lf\n",diff[re],a_par[re],b_par[re],R_par[re],x_par[re]);
        }
    }

    printf("All'angolo theta = %lf i parametri che meglio ricalcano il
DeltaT reale sono: x = %lf, a = %lf, b = %lf R_sun= %lf\n",theta,x,a,b,R_sun);

    printf("Fine esecuzione");

    fflush(stdin);
    getchar();
}

int contaRighe (FILE *fp)
{
    int i = 0;
    char buffer;
    while (true)
    {
        fread ((void *)&buffer,sizeof(char),1,fp);
        if (feof(fp))
            break;
        if (buffer == '\n')
            i++;
    }
    return i;
}

```