

Convoluzione tra oscuramento al bordo e diffrazione, nell'eclissi solare parziale del 21 giugno 2020

Costantino Sigismondi (ICRA/Sapienza, IIS Caffè Rome, AAVSO)

Elisa Caldarella e Claudia Cicillini (Sapienza Università di Roma)

submitted June 21, 2020 accepted July 2, 2020

Abstract

The measurement of the solar diameter using central eclipses is a well-established technique exploiting the ON-OFF timing of Bailey's beads. We investigate the role of diffraction convoluted with the limb darkening function in the case of a partial and almost grazing solar eclipse: the one of 21st June 2020 from Rome, lasted only 28 minutes with 2.4% of photosphere's occultation. The O-C timing results -22.8 s and + 22.7 s from selected photograms of the video, 5 after t_1 , and 5 before t_2 . This indicate a symmetric effect on either sides, of 1.2 arcsec, of diffraction's nature. Rayleigh diffraction is expected to be 2 arcsec for a 64 mm aperture Newton telescope with obstruction factor 0.2. 1.2 arcsec instead of 2 arcsec is due to the convolution with the limb darkening function which is not a step function as in the Rayleigh solution. This extra-diameter therefore is not physical, but optical, and has to be considered to calibrate transit measurements. The maximum phase of the eclipse is identified with O-C 2.6 s, or 0.1 arcsec of angular precision, well beyond diffraction limit (like 1 meter-size solar telescope), by using 11 selected photograms among the full length of the video, with good seeing conditions. The application of this method to the solar diameter measurement has the advantage of the very good knowledge of the ephemerides of Sun and Moon, and it is independent of the marginal details of the lunar limb, washed out by the seeing and changing from first to last contact at different position angle.

Riassunto La misura del diametro solare usando eclissi centrali (anulari o totali) è un metodo ben consolidato, che sfrutta il timing di tipo ON-OFF dei grani di Bailey. Durante un'eclissi parziale quasi radente, come quella di Roma il 21 Giugno 2020 al 2.4% al massimo, non si hanno grani di Bailey e la diffrazione di Rayleigh versa fotoni solari all'interno del lembo lunare sovrapposto alla fotosfera. I tempi di contatto osservati, rispetto a quelli calcolati O-C sono -22.8 s e + 22.7 s rispettivamente per il primo contatto t_1 e per il secondo t_2 , a partire dal fit parabolico fatto su 5 fotogrammi per parte, selezionati dal video con seeing migliore. Questi valori di O-C sono consistenti con un diametro solare aumentato di 1.2 arcsec, ma questo valore è di origine ottica, e non del Sole: la diffrazione di Rayleigh è 2 arcsec per i 64 mm di telescopio Newton con fattore di ostruzione 0.2 utilizzato per l'osservazione. Questo effetto di 1.2 arcsec deve essere considerato come sistematico nelle misure di transiti in modalità drift-scan. Il valore di 1.2 arcsec invece che 2 arcsec è dovuto alla convoluzione con la funzione di oscuramento al bordo che non è una funzione a gradino, per cui si applica la soluzione di Rayleigh. La fase di massima eclissi è ricavata da 11 fotogrammi con seeing buono con una precisione



O-C pari a 2.6 s, corrispondenti a 0.1 arcsec di precisione angolare, valore ben al di là del limite di diffrazione, come fosse un telescopio solare di 1 metro di diametro. L'applicazione di questo metodo al diametro solare si avvantaggia dell'ottima conoscenza che abbiamo sulle effemeridi del Sole e della Luna, e risulta indipendente dai dettagli del lembo lunare, cancellati dal seeing atmosferico e dalla risoluzione del telescopio, e che cambiano tra il primo e l'ultimo contatto della Luna con la fotosfera a differenti angoli di posizione.

Keywords solar eclipse, partial eclipse, Baily's beads, diffraction, limb darkening function, step function, convolution, solar diameter, ephemerides, lunar limb atlas.

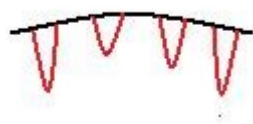
Parole chiave eclissi solare, eclissi parziale, perle o grani di Baily, diffrazione, oscuramento al bordo, funzione gradino, convoluzione, diametro solare, effemeridi, atlante del lembo lunare.

Introduzione: Baily beads vs smooth limb

Il progetto di misurare il diametro solare a partire dalle eclissi ha avuto il suo acme nel 1978-1980 quando Jack Eddy pubblicò il dato di Clavio dell'eclissi anulare del 9 maggio 1572 osservata a Roma: perché fosse anulare era necessario che Sole fosse 4 arcsec più grande del suo valore standard a 1 UA di 1919.63 arcsec di diametro. Nel 1979 Sabatino Sofia e il suo gruppo sfruttarono l'eclissi totale americana che seguiva quella del 1925 passata su New York City di un *exeligmos*, tre cicli di Saros completi, in capo ai quali i profili dei lembi lunari che occultavano il Sole erano gli stessi di 54 anni e 33 giorni prima.

Da allora le missioni dedicate alle eclissi di Sole si moltiplicarono, con la variante di andare ai bordi della totalità, dove i grani o perle di Baily erano molto più numerosi. Questi sono prodotti da un lembo di fotosfera che fa capolino in una valle lunare del lembo, e dove il lembo della Luna scorre parallelamente a quello del Sole, si ha la massima produzione di tali fenomeni. Conoscendo al meglio il profilo del lembo lunare e confrontando i tempi di accensione e spegnimento di queste perle luminose, si ricava –a partire dalla posizione dell'osservatore- il valore più probabile del limite esterno della fotosfera, ossia il valore del raggio fotosferico del Sole in quel momento, con una precisione statistica migliore di 0.01 arcsec (Sigismondi, et al. 2009; Dunham e Dunham 1973; Guhl 2020).

Tuttavia nelle eclissi parziali generalmente il lembo del Sole e quello



medio della Luna non sono paralleli eccetto agli istanti dei contatti. Unico caso che fa eccezione è l'eclissi parziale radente, dove l'angolo formato tra i due lembi si mantiene prossimo al parallelismo, ma la fotosfera fronteggia il lembo lunare nello sfondo dello scattering di Mie e di Rayleigh in atmosfera, con tutta la sua luminosità, e non solo con una piccolissima parte delimitata da una o più valli lunari.

Basti pensare che un singolo grano di Baily durante l'eclissi del 29 marzo 2006 osservata da Sigismondi a Sidi Barrani, Zawayet al Mahtallah (Egitto) era sufficiente ad abbagliare l'occhio, e occorreva porvi sopra un pollice per osservare l'eclissi a occhio nudo, con l'evoluzione della corona. Per queste ragioni si è sempre ritenuto che le eclissi parziali non fossero utili a misurare con precisione il diametro solare, mancando il contributo statistico di più grani di Baily collocati sulla circonferenza del disco solare a vari angoli di posizione.

Questo articolo vuole sfatare questo assunto con la prova dell'eclissi del 21 giugno 2020 da Roma, a poco più di un grado di latitudine dalla linea di radenza dei lembi medi di Sole e Luna.

Punti di forza delle eclissi nella misura del diametro solare

Le eclissi solari sono allineamenti di Sole e Luna che avvengono lungo la linea di vista dell'osservatore, fuori dall'atmosfera terrestre. La turbolenza di quest'ultima non li modifica, e, nel caso di eclissi totali, l'inizio del buio avviene in un istante ben preciso, determinato dal diametro del Sole in quell'istante e dal profilo lunare lungo la linea di vista sempre in quell'istante. Con C. B. Watts (1962) questo profilo era noto con circa 0.2 arcsec di precisione, che dopo la missione giapponese Kaguya/Selene (2009), è sceso a pochi metri (si ricordi l'equivalenza media $1 \text{ arcsec} = 2 \text{ km}$). Le effemeridi del centro della Luna, del suo lembo medio, del centro del Sole e del lembo medio del Sole, sono note con precisione analoga. Potenzialmente quindi possiamo prevedere, ossia calcolare, gli istanti di contatto reale dei due lembi lungo ogni linea di vista e confrontarli con l'osservazione. Tuttavia per un'eclissi parziale né l'istante del primo contatto, né i dettagli del lembo lunare che si staglia sulla fotosfera brillante sono visibili. Nell'eclissi totale invece questi sono evidenti grazie



al contrasto luce-oscurità della pochissima parte di fotosfera visibile dietro il bordo lunare che copre tutto il resto del Sole.

Un'eclissi parziale, in ultima analisi, è la sovrapposizione di un disco oscuro ad uno brillante, se consideriamo i lembi medi. E' possibile misurare la corda tagliata dalla Luna sul disco solare per ogni fotogramma e vederne la progressione: il suo andamento col tempo è una parabola.

Sequenza di immagini nelle fasi dell'eclissi del 21 Giugno 2020

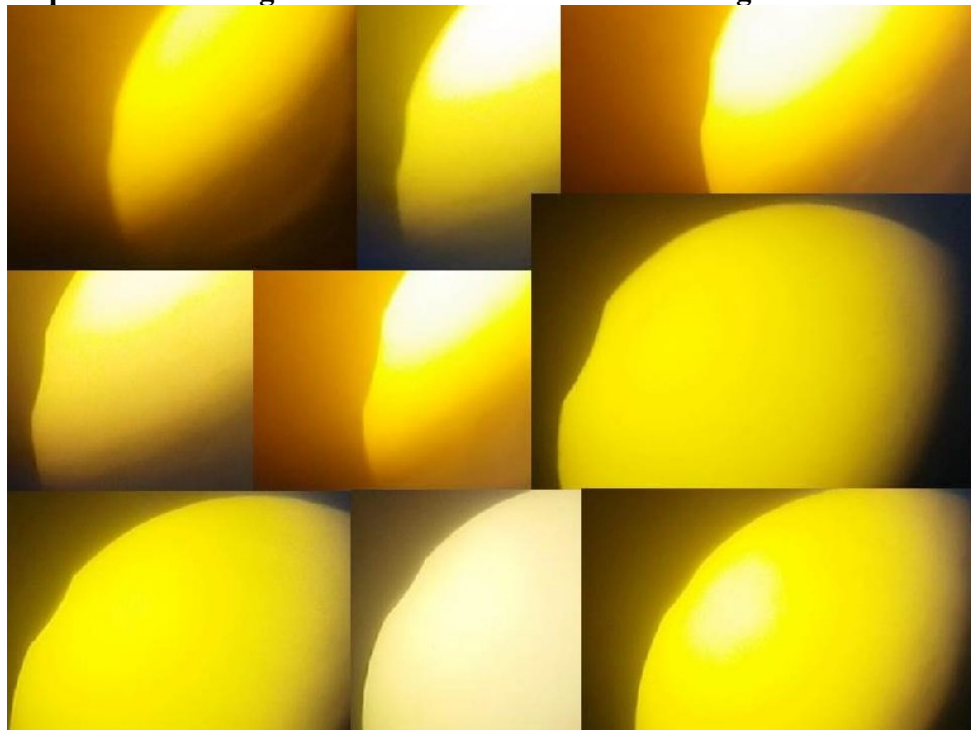
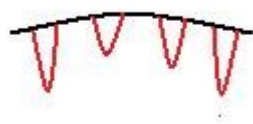


Fig. 1 una sequenza di 9 fotogrammi dell'eclissi del 21 giugno 2020 degli 11 usati per le analisi dati qui presentate.

Le immagini sono ottenute ad un telescopio Newton di 3" f/5 montatura Dobson con filtro giallo a 525 ± 50 nm e filtro in Mylar di densità 5.

Il rivelatore è la camera dello smartphone Samsung J5. Il settaggio delle esposizioni è, purtroppo, automatico e risulta sovraesposto dove si vede



bianco, e fortemente sottoesposto nei bordi inferiori, vignettati dell'immagine solare.



Fig. 2 Il Sole al massimo dell'eclissi. L'angolo formato dai lembi è ottuso e attorno ai 160° . La forte vignettatura in basso è dovuta alla distanza tra la lente dell'oculare SR 6 mm dalla lente della videocamera. C'è anche un certo ingrandimento digitale attorno a 2x, lasciato costante durante tutta la ripresa video.

La misura di ogni corda è stata fatta con la funzione “seleziona” dell'imager di windows, con il mouse. La selezione rettangolare da un punto di contatto tra i lembi e l'altro, viene automaticamente misurata in pixel, es. 46x22. Questo valore è stato trascritto su un file excel per



ciascuno dei fotogrammi. Poi è stata calcolata la lunghezza della corda in pixel col teorema di Pitagora, visto che la corda è la diagonale della selezione rettangolare effettuata: $c=\sqrt{46^2+22^2}=50.99$.

t[s]	a [pixel]	b [pixel]	corda [pixel]
208,26	6	46	46,39
257,72	7	58	58,42
302,96	10	64	64,78
369,07	14	80	81,22
512,28	16	94	95,35
875,84	41	96	104,39
1426,69	42	66	78,23
1509,53	41	59	71,85
1581,18	28	40	48,83
1620,15	25	34	42,2
1652,09	22	30	37,2

Tab. 1 le corde delle immagini, in funzione del tempo. La sincronizzazione con UTC è riportata in figura 3, ossia 1769.50 s dall'inizio del video (che supponiamo procedere a ritmo costante durante tutta la mezz'ora di riprese) corrispondono alle 7:46:49.03

I tre centesimi di secondo aggiunti ai 49 secondi appena scattati nel fotogramma, sono dovuti all'anticipo dell'orologio rispetto alla radio sincronizzazione avvenuta alle ore 0:00-0:04 del 21 giugno 2020, che procede al ritmo di 0.11 s al giorno, come sperimentato lungo tutto il mese di aprile 2020.

Il video è stato girato a 30 immagini per secondo, quindi si potrebbe aggiungere ancora 1.5 centesimi di secondo per quest'ultima ragione, ma a questo livello di analisi soprassediamo.

Le prime cinque corde e le ultime cinque vengono graficate separatamente e tutte e undici insieme ottenendo tre parabole.

Le prime due hanno coefficiente di Pearson $R^2=0.99$ e $R^2=0.96$, l'ultima con tutti i dati insieme $R^2=0.959$, segno che la funzione di fit è proprio una parabola come insegna la geometria. Dalla parabola ascendente ricaviamo l'istante di primo contatto "osservato", anche se di fatto è calcolato come zero sinistro della parabola.

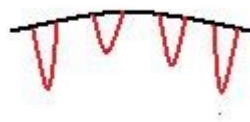




Fig. 3 Frame della sincronizzazione assoluta con UTC (RCVD=radio sincronizzato alle ore 0 precedenti.)



Dalla parabola discendente l’istante di ultimo contatto come zero destro della parabola. Questi istanti “osservati” ovvero ricavati dai dati sperimentali vengono confrontati con le effemeridi, che rappresentano per noi i dati “calcolati”, per ottenere il diagramma O-C.

	osservato (fit)	Calsky per le ns coordinate geografiche
parabola	7:18:13.5	7:18:36.3
salita	O-C [s]	-22,8
parabola	7:46:33.6	7:46:10.9
discesa	O-C [s]	22,7

Dal prospetto O-C alle distanze angolari

L’eclissi è simmetrica attorno al suo massimo e l’incremento dura 853 s, raggiungendo 45.4 arcsec (il 2.4% di 1888.25 arcsec che è il diametro solare da effemeridi al momento dell’eclissi). La velocità relativa del profilo lunare rispetto al raggio solare è dunque di 45.4/853 arcsec/s= 0.0532 arcsec/s.

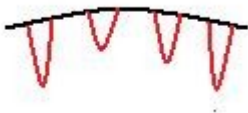
A questa velocità i 22.75 s medi di O-C tra primo e ultimo contatto, corrispondono a 1.21 arcsec, che è di quanto il diametro solare appare più grande rispetto al valore considerato nelle effemeridi.

Affermiamo, e riconosciamo, che questo eccesso è dovuto alla diffrazione attraverso le ottiche del telescopio, che sono diaframmate a D=64.2 mm dal filtro giallo, e questa apertura fornisce una diffrazione di 2.06 arcsec, dalla formula di Rayleigh $\theta=1.22\lambda/D$, per $\lambda=525$ nm.

Differenza con la diffrazione di Rayleigh: la Limb Darkening Function
Il valore di 2 arcsec è la risoluzione angolare di un telescopio di apertura 64.2 mm, significa che il primo minimo della funzione di Airy per sorgente puntiforme attraverso apertura circolare è a quella distanza angolare, dove può trovarsi e risolversi una sorgente puntiforme analoga.

Questo è il caso di due sorgenti puntiformi uguali, e può essere esteso a due bordi infiniti separati di quello spazio angolare, che resta scuro.

I due bordi infiniti sono, implicitamente, considerati anche di luminosità omogenea. Per il Sole abbiamo che l’intensità luminosa verso il lembo decresce rapidamente con pendenza molto accentuata fino al 16% dell’intensità al centro del Sole, e tutto ciò accade negli ultimi 10-20 secondi d’arco (Rogerson, 1959). Questo significa che se per un bordo



infinito, al quale può essere rapportato il lembo solare dove la Luna lo “indenta”, ogni punto interno al lembo emette luce come fa una sorgente puntiforme (è il principio di Huygens-Fresnel), abbiamo che i punti più vicini al lembo contribuiscono solo col 16% della radiazione con cui invece potrebbero contribuire quelli più lontani, ma essendo questi ultimi ben più lontani di 2 arcsec dal lembo non versano alcun fotone solare dentro il lembo lunare. Entro 5 arcsec dal lembo non abbiamo praticamente più contributo dovuto alla diffrazione.

Ciò che dovrebbe emergere da questa argomentazione è che la diffrazione garantisce un minimo di intensità un po' più vicino dei 2 arcsec che darebbe una sorgente a brillantezza omogenea.

Contributo dell'atmosfera

Oltre alla diffrazione abbiamo, in atmosfera, quindi fuori dalle ottiche del telescopio, la diffusione (scattering) sia di Rayleigh (fondo cielo azzurro) sia di Mie (luce bianca), ed entrambe sono massime vicino al bordo del Sole. Quantificare teoricamente questi due contributi esula dal nostro scopo, che è prettamente sperimentale. Ci basti mostrare che la combinazione della convoluzione tra limb darkening function rapidamente variabile nei pressi del lembo solare e diffrazione, più le diffusioni *forward* in avanti sia di Rayleigh che di Mie, portano il diametro del Sole percepito ad aumentare di 1.2 arcsec.

L'algoritmo per individuare il lembo solare è stato semplicemente prendere dove è il bordo dell'immagine del Sole, senza invocare punti di flesso nella curva di intensità luminosa radiale.

Verifiche ulteriori con i transiti in drift-scan

Lo stesso telescopio è stato preparato per effettuare drift-scan attraverso un riferimento a croce sistemato dietro la lente di campo dell'oculare Huygens H 20mm. Utilizzando gli stessi algoritmi di misura del diametro solare adottati per i tramonti (dove il riferimento a croce è costituito dall'orizzonte marino e dalla verticale) si vedrà se questa correzione sistematica porta al valore istantaneo del diametro solare. Per ora abbiamo a disposizione dati da tramonti sul mare in cui il ruolo di diffrazione e scattering è simile, con obbiettivo da 18 mm extra diametro di 7 arcsec. Diffrazione teorica 7.33 arcsec, in ottimo accordo.



Identificazione della fase di massimo dell'eclissi

Il valore di $O-C=2.6$ s, che con la velocità media sopra determinata corrisponde a 0.1 arcsec di precisione. Tenendo conto, però, che al massimo dell'eclissi la velocità radiale del profilo lunare rispetto alla fotosfera si annulla, la differenza di 2.6 s è ancora più rilevante come risultato. Il telescopio, quando alla determinazione di questo parametro, lavora molto meglio che diffraction limited, raggiungendo una risoluzione pari a quella di telescopi di un metro di diametro.

Basterebbe questo a sottolineare l'importanza di un metodo di misura del diametro solare negletto perché sulla carta ce ne sono di migliori, che poi all'atto pratico forniscono risultati altrettanto discutibili...forse per la precarietà delle osservazioni fatte in campo aperto lontano da casa in condizioni sempre imprevedibili.

Conclusioni

Con l'applicazione delle tecniche di timing ben oleate nell'astronomia di posizione, con le occultazioni asteroidali, e le tecniche di analisi dati basate sul progresso parabolico della corda di intersezione tra lembo solare e lembo lunare, abbiamo mostrato che è possibile ottenere i tempi di contatto tra i lembi medi di Luna e Sole, e quello del massimo dell'eclissi con precisioni che vanno dal decimo di secondo (per i contatti) al secondo (per la fase massima) in ottimo accordo con le effemeridi.

La geometria particolarmente favorevole dell'eclissi radente, anche se la magnitudine dell'eclissi è stata del 2.4%, ha contribuito al successo di queste misure. I risultati superano il limite di diffrazione per il telescopio utilizzato, dimostrando che la tecnica è valida anche per le eclissi parziali.

Referenze

- Clavio, Commentarius in Sphaera, Venezia, (1580)
J. A. Eddy and A. A. Boornazian, Bull. Am. Astron. Soc. 11, 437 (1979)
S. Sofia, et al., Science 204, 1306 (1979)
Sigismondi, et al., Solar Physics 258, 191 (2009)
D. W. Dunham and J. B. Dunham, The Moon 8, 546 (1973)
K. Guhl, Journal of Occultation Astronomy, 3 2/2020 (2020)
J. B. Rogerson, Astrophys. J. 130, 985 (1959)
C. Sigismondi, video eclissi <https://youtu.be/oCzOVTxT1tk> (2020)

