

GERBERTVS accoglie lavori sul papa astronomo, docente e matematico, musico, filosofo Gerberto d'Aurillac Silvestro II e su temi di scienza medievale e didattica.

GERBERTVS

12

2019

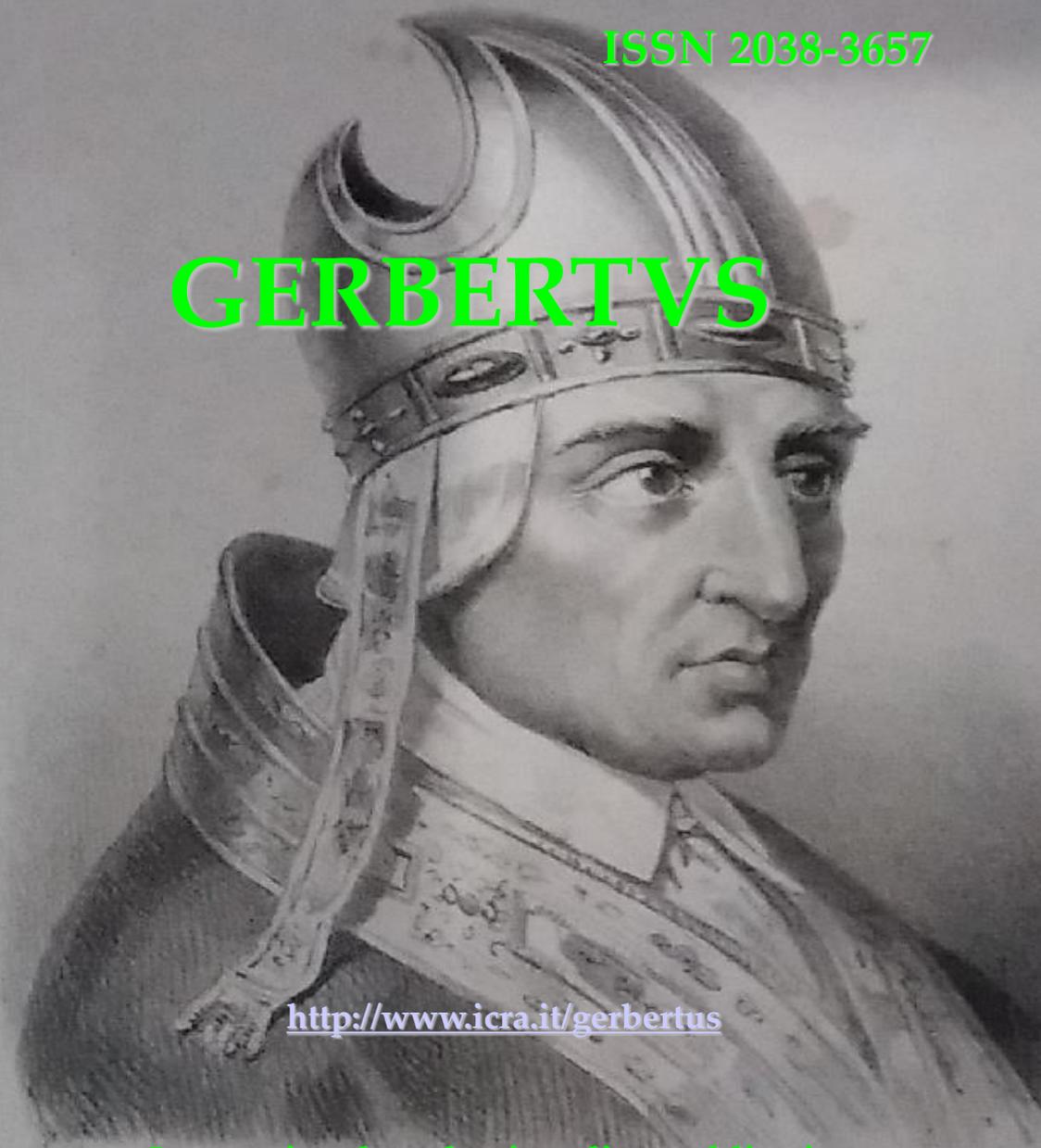
GERBERTVS 12 è dedicato ad una moderna didattica di laboratorio, in cui sono mantenuti i cardini della quantificazione della precisione, e della manualità, che Gerberto aveva adottato a Reims, in particolare per astronomia, musica e matematica. Qui abbiamo esperimenti di ottica geometrica e quantistica, osservazioni astronomiche del Sole e di eclissi lunari, stelle e nubi.

€ 10,00 i.c..

Prof. Costantino Sigismondi Editor

ISSN 2038-3657

GERBERTVS



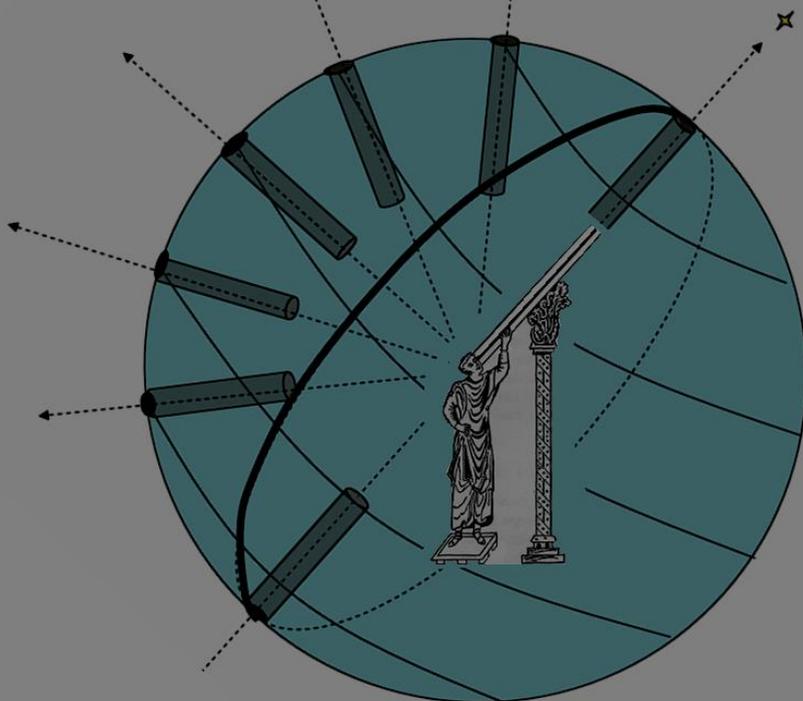
<http://www.icra.it/gerbertus>

International academic online publication
on History of Medieval Science and Didactic
Vol. 12/ 2019

Torino, Lit. Giordana, GrandiUtter e Salussola 1854.

SILVESTRO II.

GERBERTVS



<http://www.icra.it/gerbertus>

**International academic online publication
on History of Medieval Science and Didactic
vol. 12/2019**

GERBERTVS

International academic online publication on History of Medieval Science

url: <http://www.icra.it/gerbertus>

Editorial Board:

Prof. Cosimo Palagiano (Accademia dei Lincei)

Prof. Paolo Rossi (Università di Pisa)

Prof. Cesare Barbieri (Università di Padova e Scuola Galileiana)

Dr. Marek Otisk (Accademia Ceca delle Scienze, e Ostrava Un.)

Dr. Paolo Zanna (Oxford University)

Dr.ssa Irene Sigismondi (LUISS e Sapienza Università di Roma)

Publisher: Prof. Costantino Sigismondi
(ICRANet, Ateneo Pontificio Regina Apostolorum e
IIS F. Caffè, Roma) Via R.Grazioli Lante 15/A 00195 Roma

Copertina: Il Sole sulla Meridiana di S. Maria degli Angeli in
corrispondenza di Betelgeuse, Omero Orientale di Orione; Schede
di Eta Carinae all'AAVSO. Orione nel soffitto della Grand Central
Terminal a New York.

ISSN 2038-3657 (versione stampata)

ISSN 2038-355X (versione online)

ISSN 2038-3630 (CD-ROM)

Vol. 12 – 2019

Finito di stampare nel luglio 2019

Con il contributo di



Nuovi studi astrometrici sulla meridiana della Madonna degli Angeli in Roma (2018-20) e sull'astronomia del XVIII secolo

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza e ITIS G. Ferraris, Roma*)

submitted March 11, 2019; accepted September 1, 2020

Abstract The observational campaign started on October 27, 2018 has completed nearly 500 days with more than 125 data points and youtube video. The data analysis was performed along all the 45 m line, to obtain its calibration by comparison of the read positions and timing of the meridian transit with the modern ephemerides calculated for the geographical position of the pinhole. The cylindrical form of the pinhole was included in the data reduction and, for the historical data of Bianchini (1703) was considered the stellar aberration of Sirius. Thirteen points receive new contributions with respect to past studies: 1. the Summer to Winter solstices deviation; 2. the parabolic and linear data fitting of the solstices and equinoxes, and the correction for the apsides; 3. the seasonal refraction of Sirius; 4. the time of solstices and equinoxes in 1703 in view of the stellar aberration of Sirius and the deviation of the line; 5. the penumbra, the weather (Mie scattering) and the signal-to-noise ratio; 6. the cylindrical pinhole; 7. the deviation of the stars of the equator; 8. the six mysterious stars and the almucantar transit; 9. the Summer 1702 solstice markers; 10 the Winter 1702 solstice marker; 11. the days of 220; 12. the zodiacal signs and their entrance timing; 13. the 1702 pinhole and the thermal expansion of the roman walls; 14 the air turbulence and the image.

Introduction

The first calibration after Bianchini's tests (and after his death) was done by Anders Celsius in 1734 (who found the line 2' deviated toward East) and Ruggiero Giuseppe Boscovich in 1750 (who found it 4.5' toward East and with a 'sinus' of 5 mm westward in the southern signs). Most of the new measurements have a positional absolute accuracy of ± 1 mm and a timing accuracy between ± 0.5 and ± 0.2 s depending on the local turbulence at the pinhole's external surface. After a general presentation on the meridian line "manual of instruction" all following items are discussed.

New themes of research put into light during the 2018-2020 campaign

1) A general deviation of $5' 12'' \pm 10''$ Eastward is obtained from Winter to Summer solstices (42" more than Boscovich). With respect to this deviation the Boscovician sinus is evaluated between the equinoxes and the Aquarius/Sagittarius signs (90 to 180 partes centesimae) with a maximum amplitude of 5 ± 1 mm, confirming the measurements made by Boscovich.

This has been necessary to understand the random nature of the original deviation of the meridian line, and the improvement of the quality of the astrometric measurements made along the first half of 18th century.

2) Another verification has been on the possibility to calculate solstices and equinoxes by opportune data fitting of solar transits, because we could not observe the stars as in 1700s, even in daytime, from the meridian line. We obtained as a clear result that Francesco Bianchini calculated always the solar longitude by comparison with Sirius to obtain the beginning of the seasons, showing also the result of the longitude obtained by spherical trigonometry with the measured declination (the only possible to us nowadays) and the known obliquity (measured by himself in 1701 at this "great gnomon"). The resulting difference, tabulated by Bianchini, was not explained, probably considered as a random error instead of systematic as it is. The parabolic and linear data fitting of the solstices and equinoxes, and the correction for the apsides position is presented.

3) The use of Sirius, the brightest star, is documented in his letter "De Nummo et Gnomone Clementino" (Bianchini, 1703) in which he first noticed the seasonal variation of the roman atmospheric refraction index. Bianchini is the first astronomer to notice that in the World, because of the characteristics of this large gnomon, allowing a precision of 0.2 mm using telescopes on the line, on a focal length of nearly 40 m, say 1 arcsecond, while for the observations of the Sun 5 arcseconds are typical, due to the aforementioned turbulence.

4) The solstices and equinoxes published by Bianchini in 1703, when compared with the ephemerides (IMCCE only), show differences which can be explained with the original eastward deviation of the line, including the residual 'sinus' effect at the equinoxes: Sirius passed in advance with respect to the winter Sun and in delay with respect to the other seasons, and by the stellar aberration of Sirius when it passes at the local meridian in daytime. This effect was not considered up to this study, while the aberration of the Polaris was recognized as responsible of the latitude systematic shift of 16

arcseconds (41°54'27" instead of 11.2" measured with GPS). The stellar aberration was discovered by James Bradley in 1727, almost three decades after these observations. Even though, the accuracy on the tropical year evaluation was obtained by Bianchini within 2 s from the actual value by comparison with 1500s data.

5) A detailed study on the penumbra has been carried on taking into account the seasonal variation of the signal-to-noise ratio in the Basilica, because of the large windows and the solar rays' inclination and also due to the variation of the cylindrical effect of the pinhole itself. The dependance on the weather has been also considered by evaluating the Mie scattering during a clear day, and the corresponding penumbra, and the same thing during a hazy day.

6) From October 27, 2018 the circular pinhole of 25 mm of diameter and 6.11 mm thick, with inclined Sun rays produces a screen reducing the effective aperture either meridional either transversal, both narrower toward the Winter solstice. This reduces the luminosity of the image, which becomes also larger for the projection angle as large as 65° of zenith distance. The reduction of the effective aperture of the pinhole also modifies the diffraction, enlarging its effect up to 8" when the pinhole receives light from 12 mm (meridional) times 20 mm (transverse) curved area. Originally the pinhole was obtained in the metal and was thinner as 2 mm, with such effect negligible. From 80 m the pinhole is completely blind allowing a precise evaluation of its thickness, knowing its diameter.

7) The deviation of the equator four-stars line with respect to the real one has also been carefully measured and explained for the first time in fall 2019. These stars are 2' deviated from East-West direction showing the solar image approaching the (false) equator faster than 1'/hour (Danti's law for the equinoxes).

8) The six mysterious stars and the almucantar transit, proven on the floor of the Basilica in November-December 2018 and 2019.

9) The Summer solstice markers for 1700 have been identified in 2018 as two half-solar images 15 and 10 minutes before the meridian transit. The second one is no more illuminated after the realization of the decorating arch by Luigi Vanvitelli in 1750; the partial opening made upon the recommendations of Boscovich left "blind" the second marker, far from the meridian line.



Fig. 1 The summer solstice marker

10) The 1700 Winter solstice marker was the black contour of the Capricorn, which was never hit by solar rays coming from the pinhole.

11) The "220 days" are from 19 to 24 December when the Southern solar limb touches the last marker of the meridian line. It will continue up to the XXIII century, when the obliquity and the nutation will move the solstitial image below that marker.

12) The position of the centers of the zodiacal signs corresponded to the beginning of each sign in 1702. Changing the obliquity and diminishing, the meridian line shrunk of 9 cm toward the Equinoxes, 7.5 cm the Winter solstice and 1.5 the Summer one. Recalculating the declination of the entrance of a sign it is possible, by linear interpolation, to calculate the instant of ingress in it with an accuracy comparable to the one for the seasons's beginning.

13) The position of the present pinhole, with respect to the original one, is 4 mm North and 4 mm West, as a result of the fit of more than 125 timing of the transits compared with the ephemerides, and as a result of a pendulum experiment. The thermal expansion of the roman walls modifies also slightly the vertical position of the pinhole.

14) Finally the study to reduce the turbulence of the image with a fan pointed on the external side of the pinhole, did not succeed in short time applications. The realization of a water basin in front (South) of the pinhole could reduce the temperature of the zone (bricks) under the meridian Sun in order to reduce the difference with the air which produces a violent turbulence. The analogous images of Salvador Cuevas' in the entrance dome of the Basilica (Divinity in Light) produced by a 5 cm lens show similar turbulence, produced by the dome heating around the lens.

Conclusions and perspectives

The meridian line or more properly “Clementine gnomon”, which include the pinhole, is the largest solar telescope of its times. The dimension of this gnomon allowed precisions down to 1 arcsec for stellar position and 5 arcsec for solar ones. This instrument allowed to recover the instant position of the Sun in the sky, the beginning of the seasons and, consequently, the form and the orientation of the Earth's orbit and the Earth's obliquity on the orbital plane with a precision of some arcseconds. We have treated, for the first time ever, the gnomon as it would be a modern telescope with 25 mm lensless objective and variable focal length from 21 to 50 m, and with the problems induced by the local turbulence, diffraction & light contrast, due to the penumbra, the weather and the signal-to-noise ratio with ambient light.

Indoor experiments with a catoptric replica of the pinhole, i.e. a mirror which deflects the beam in the most convenient direction, allow in different hours than the meridian passage, and with smaller focus lengths, to study the solar image (geometry and timing, technique of recording and increasing of contrast in a camera obscura).

The procedure of initial alignment of the Boreal and the Austral line has to be investigated in order to understand the technology and the celestial mechanics implemented in 1700-1702.



Fig. 2 L'immagine solare del 26 dicembre 2019, e un modello in scala del foro stenopeico con lo stesso rapporto larghezza-altezza. La linea nera sopra gli zoccoli del Capricorno è il limite invernale del bordo sud dell'immagine solare nel 1702. **Referenze** C. Sigismondi, Gerbertus 7, 1-80 (2014)

Ricognizione del seno boscoviciano alla Meridiana Clementina

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza e ITIS G. Ferraris, Roma*)

submitted March 12, 2020; accepted September 1, 2020

Abstract Among the 500 days of the observational campaign at the Clementine Gnomon the Summer to Winter solstices deviation with respect to the true North is the first global result: 5' 11" East. With respect to this global deviation there is between 180 and 100 a sinus Westward with a maximum of 5 mm at 140 partes centesimae, which confirms the discovery made by Boscovich in 1750.

Introduzione

Nell'era del "tutti connessi" e con lo stesso fuso orario globalizzato dovrebbe essere più semplice che nel 1750 l'individuazione della deviazione verso Est della linea meridiana. Invece richiede una certa perizia, nel calcolare le effemeridi del luogo e nel confrontare l'istante di passaggio meridiano osservato o, meglio, calcolato come media di almeno due contatti dell'immagine del Sole con il centro la Linea.

Intervengono vari elementi di disturbo, che rendono l'operazione più complicata: 1) la turbolenza atmosferica nei pressi del foro stenopeico che fa ballare l'immagine con avanzamenti e retrocessioni improvvise del singolo lembo anche di 3-5 mm in meno di 1/30 di secondo; 2) la difficoltà di percepire il lembo dell'immagine quando il cielo è velato, o su alcune zone della linea più opacizzate dal tempo; 3) la presenza di più linee incise al centro della lista di ottone che la contiene.

Transiti con linee parallele

Per queste ragioni si cerca sempre di fare una media tra primo e ultimo contatto dell'immagine con il centro della linea, e con i bordi della linea stessa e, meglio ancora, con un set di linee parallele simmetriche collocate a destra e a sinistra della linea meridiana come ho fatto sempre, ma in particolare nei mesi di febbraio e marzo 2020 con due fogli uguali posti accanto alla linea di ottone, mentre in passato si usava uno solo foglio A4 messo di traverso (*landscape* come di sotto) stampato con righe parallele equidistanti e dispari, che copriva la linea proprio dove avveniva il contatto.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Avere più linee fornisce una maggiore statistica che dovrebbe ridurre le fluttuazioni nel caso di due sole misure, dovute alla turbolenza dell'aria calda presso il foro stenopeico. Il numero dispari faceva sì che la linea centrale corrispondesse alla meridiana.

Con i due fogli ho ottenuto risultati migliori, e la possibilità di vedere anche il passaggio sulla linea vera, misurato contemporaneamente al video anche ad occhio nudo, come facevano nel '700. Rispetto al XVIII secolo ho consultato un orologio sincronizzato al centesimo di secondo rispetto al Tempo Atomico Internazionale, mentre loro usavano un pendolo Thuret di Parigi che veniva sincronizzato giornalmente con i transiti di Sirio, e quindi con la rotazione terrestre. All'epoca non si conoscevano le irregolarità della rotazione della Terra, che comunque in quel periodo erano trascurabili, stando al modello di R. L. Stephenson sulla variazione secolare di DUT1. Quindi Bianchini, usando la Terra, aveva una precisione migliore di alcuni decimi di secondo, in ogni misura fatta alla Madonna degli Angeli.

Con i transiti paralleli ho ottenuto valori della deviazione standard della media dei tempi di contatto fino a 0.2 - 0.3 secondi. Sotto non si riesce ad andare, ed è confermato -per ora- come limite dovuto al seeing locale.

Le nuvole dei dati relativi ai solstizi

Durante i solstizi la posizione dell'immagine solare non varia tanto, restando per una settimana entro pochi centimetri. Quindi è possibile calcolare la deviazione rispetto alla meridiana ideale confrontando i tempi dei passaggi osservati con quelli calcolati. La media su almeno sette dati "stringe" l'incertezza con cui determiniamo la retta che interpola i solstizi, rispetto alla retta idealmente orientata Nord-Sud.

Se usiamo tutti i dati la retta interpolante è influenzata dal seno boscoviciano che "sbanda" un po' verso Ovest e riduce l'inclinazione complessiva. Di per sé i solstizi sarebbero più inclinati e il "seno" appare come un tentativo di correzione in itinere della linea meridiana...

In realtà la deviazione di 5'11" corrisponde a quasi 70 mm verso Est d'Inverno e sui 15 mm d'Estate, cioè 55 mm ripartiti su $(217-33)=184$ parti centesimali da 203.45 mm. L'angolo formato da 55 mm su tutta questa estensione di circa 37 m risulta $303''=5'03''$ ed è il fit di tutti i transiti fino a luglio 2019. Solo i solstizi darebbero un'inclinazione 57/55 maggiore, cioè 5' 14". Bosovich nel 1750 aveva trovato 4'30", constatando che l'Inverno il ritardo era di 17 s e d'Estate di 5s.

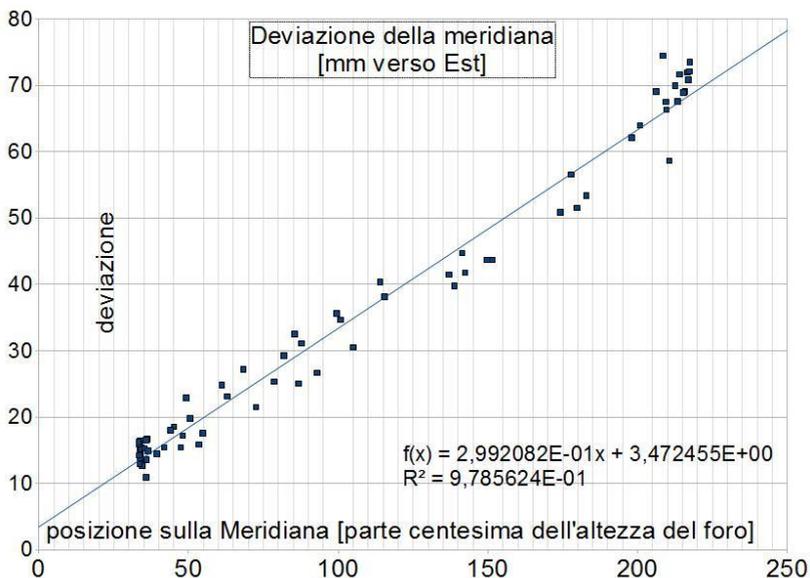


Fig. 1 Deviazione in mm della meridiana dal Nord geografico. Le misure tra il 27 ottobre 2018 e il 15 luglio 2019 sono prevalentemente medie tra primo e secondo contatto con la meridiana. Si nota una prevalenza di punti al di sotto della retta tra 100 e 200.

Calcolo del seno boscoviciano e campagna apposita (gennaio-marzo 2020)

Per conoscere l'entità della deviazione dalla retta tra i solstizi e la posizione della meridiana reale, ossia quello che chiamiamo il seno boscoviciano, si confrontano gli istanti dei passaggi osservati con le effemeridi, dalla velocità dell'immagine a terra si determina lo spostamento in mm della meridiana reale rispetto all'ideale e quello che la retta interpolante, nel punto di contatto giornaliero, ha con la linea del N-S geografico.

In altre parole se la deviazione passa da 15 a 72 mm tra i solstizi, sono 57 mm equamente ripartiti su 184 parti centesime secondo l'equazione

deviazione media [mm] = 15 mm + $57 \cdot (x-33)/184$ mm
 con x compreso tra 33 e 217, che rappresenta la parte centesima su cui avviene il transito. Il "seno" boscoviciano non è altro che il residuo rispetto a questa deviazione media verso Est, ed è un residuo che "pende" verso Ovest.

In formule il seno boscoviciano=deviazione osservata (x)-deviazione media (x)

se la deviazione media è il risultato di tante misure quanti i punti nel grafico di figura 1, quella nel punto x deve essere molto precisa per avvicinarsi alla significatività statistica della deviazione media.

Ecco il motivo per cui nel 2020 abbiamo intrapreso una campagna apposita da gennaio 2020 con transiti misurati con linee parallele per avere la massima accuratezza su ogni singola misura.

I risultati migliori sono stati determinati dalle condizioni meteorologiche, e si sono avute le migliori incertezze statistiche a ± 0.4 mm, ma spesso i valori erano anche il doppio di queste. Poiché il seno boscoviciano è circa 5 ± 1 mm di ampiezza massima, si capisce la delicatezza di tali misure.

Conclusioni

Sulla base di 31 misure di cui solo 8 con errorbar inferiore al mm, il seno boscoviciano ha un'estensione compresa tra 210 e 100 parti centesimali.

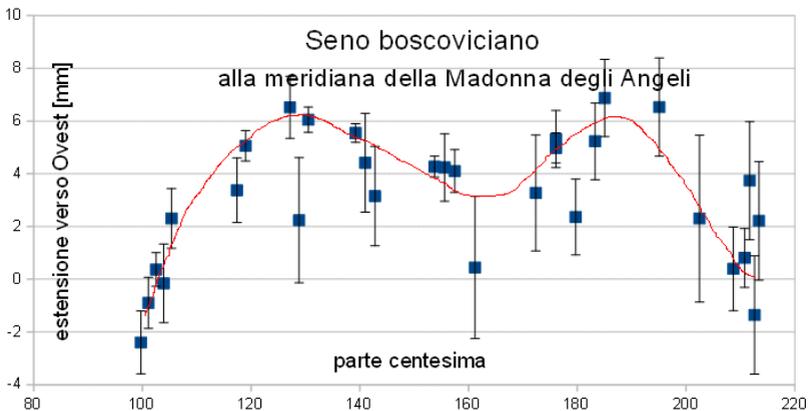


Fig. 2 Il seno boscoviciano, di periodo circa 110 parti centesimali (quasi tutta la metà australe della meridiana a partire da 100) e ampiezza 6 ± 1 mm

Conclusioni la forma dei residui dalla retta dei solstizi, nella regione australe della meridiana, ricorda vagamente una sinusoide con ampiezza massima 6 mm nei punti 130 e 185. Rispetto alle misure effettuate in passato (Sigismondi, 2009) col filo di cotone e con il laser, abbiamo risultati compatibili, e più probanti dove le errorbar scendono sotto il millimetro.

Penombra solare e foro stenopeico

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza and ITIS Ferraris, Roma*)

submitted April, 27 accepted September 1, 2020 *sigismondi@icra.it*

Abstract

The penumbra of the pinhole image in the Clementine Gnomon in the Basilica of S. Maria degli Angeli in Rome was considered as 50% of the pinhole diameter by Francesco Bianchini in 1703. The measurement done in the Basilica in 2018-2020 confirm this approach with some variability from 30% to 50%, and the experiments here described explains why with 3 mm pinhole at 5 meters ($f/d=1700$) the penumbra correction should be 30% of the pinhole diameter, while it becomes 100% at 12 meters ($f/d=4000$). The original pinhole of the Basilica was $f/d < 2500$ and nowadays it is $f/d < 2000$.

Sommario

Il problema della penombra nell'immagine solare da foro stenopeico viene affrontato mediante esperimenti di replica della formazione dell'immagine su scale più piccole, variando il rapporto tra focale e diametro del foro f/d . Risulta che per valori compresi tra 800 e 2000 come alla Meridiana di S. Maria degli Angeli l'operazione di sottrazione della penombra consiste nel sottrarre il raggio del foro stenopeico al diametro misurato dell'immagine, mentre per valori maggiori oltre 4000 occorre sottrarre l'intero diametro per ottenere il risultato. Le misure sono fatte in luce gialla $\lambda=525\pm 50$ nm, diametro del foro 3 mm e focali tra 5 metri ($f/d=1700$) e 12 metri, $f/d=4000$.

Introduzione

L'immagine del Sole osservata mediante un foro stenopeico presenta l'oscuramento al bordo (limb darkening) ma è anche un po' più grande del prodotto $D=f\theta$ poiché se in ogni punto dell'immagine arriva luce da tutte le zone del foro stenopeico, sia se lo spieghiamo con l'ottica geometrica, sia se includiamo l'ottica ondulatoria che aumenta ancora la dispersione angolare della luce, ai bordi la luce non arriva da tutta l'area del foro, ma solo da alcune parti. In questo articolo ci occupiamo dell'entità di questa zona in eccesso, chiamata penombra, perché la sua intensità luminosa decresce dando

luogo ad un effetto simile al limb darkening, ma solo geometrico.

Le prescrizioni antiche sulla costruzione delle grandi meridiane a foro stenopeico e camera oscura erano, nel 1700, che si realizzasse un rapporto altezza/diametro $h/d=1000$ e Francesco Bianchini le adottò per la Meridiana di S. Maria degli Angeli.

Nell'operazione di correzione dei dati misurati a causa dell'apertura del foro stenopeico, Bianchini adottava la sottrazione del raggio del foro stenopeico alla posizione del lembo osservato, verso l'interno dell'immagine, per correggere le misure solari prese sulla meridiana. Non tutti i suoi contemporanei erano in accordo con questa scelta (Catamo e Lucarini, 2011, p. 57), la ragione può essere proprio dovuta agli esperimenti da loro condotti su strumenti più piccoli e con rapporti focali diversi.

Eustachio Manfredi che utilizzava l'Eliometro costruito da Giandomenico Cassini nel 1655, cioè la grande meridiana nella Basilica di S. Petronio a Bologna, era d'accordo con Bianchini, proprio perché quello strumento era più grande dello *Gnomone Magno* realizzato dal Bianchini. Leonardo Ximenes, che aveva esperienza diretta dello gnomone di Paolo Toscanelli a S. Maria del Fiore, invece affermava che le condizioni meteorologiche potevano influire fino a dover sottrarre tutto il diametro o anche di più.

La correzione adottata alle grandi meridiane teneva conto della dimensione angolare del Sole, molto probabilmente nota per transiti meridiani fatti con telescopi, di cui il modello Kepleriano o quello Tolomaico con eccentricità *bisecata* (Heilbron, 1999) fornivano i valori a partire da uno noto.

La correzione della sola ottica geometrica invece è pari al diametro.

Nel caso limite di schermo addossato al foro stenopeico, infatti, il diametro dell'immagine sarebbe quello del foro, e poi allontanando lo schermo il diametro cresce proporzionalmente alla distanza.

Dunque con sole considerazioni di ottica geometrica ci si dovrebbe aspettare una correzione delle misure dell'immagine pari al diametro del foro.

Rapporto focale/diametro, e focale ideale

Il rapporto focale/diametro è già un numero adimensionale, ma per un foro stenopeico si può definire anche la focale migliore, come quella a cui l'angolo di diffrazione dal foro stesso descrive un cerchio di diametro pari al foro stenopeico stesso. In altre parole, se consideriamo il foro stenopeico come un pixel, quando il pixel è determinato dalla diffrazione quella è la distanza ideale.

In formule la diffrazione da un foro circolare di diametro d produce un angolo $\theta \approx \lambda/d$; il foro stenopeico visto dallo schermo a distanza f ha un angolo $\theta \approx d/f$ espresso in radianti, uguagliando queste due relazioni la distanza focale ideale $f \approx d^2/\lambda$.

Se consideriamo il rapporto tra focale e diametro del foro, otteniamo che questo è pari a d/λ nel caso di focale ideale, che però non è realizzata in queste grandi meridiane, perché risulterebbe troppo lunga a parità di diametro del foro. Per $\lambda=525$ nm e $d=3$ mm f/d ideale vale 5700. Per S. Maria degli Angeli con $d=20$ mm sarebbe necessario un rapporto $f/d=38000$, e cioè una focale di quasi 800 m.

Con il mutare di fattori moltiplicativi, tipo 1.22 dell'equazione di Rayleigh, oppure dei valori trovati sperimentalmente da Sigismondi (2002) non cambia l'ordine di grandezza di queste dimensioni.

L'immagine ideale è prodotta da un foro stretto a distanza grande, e richiede un buon contrasto segnale rumore, quindi una vera camera oscura. Gli esperimenti descritti in questo articolo sono stati condotti in camera oscura con diametro 3 mm e focali attorno ai 12 metri, oltre che alla Meridiana Clementina di S. Maria degli Angeli, oggi di diametro 25 mm e focale da 21 m a quasi 50 m, quindi rapporti f/d da 840 al solstizio estivo fino a 2000 a quello invernale.

La relazione tra focale e altezza del foro gnomonico, per le meridiane a foro stenopeico è, dato z l'angolo allo zenith del centro del Sole, $f=h/\cos(z)$.

A Roma z varia tra circa 65.5° al solstizio d'inverno e 18.6° a quello d'estate.

Esperimenti in camera oscura

Ho realizzato un telescopio solare stenopeico di circa 12 metri di focale raccogliendo la luce solare mediante uno specchietto piano ordinario (con due superfici riflettenti, ma il vetro riflette molto meno della parte argentata e non disturba) un foro stenopeico circolare ricavato in un bottone, il cui diametro interno è 3 mm, e un filtro giallo con banda passante centrata in $\lambda=525 \text{ nm} \pm 50 \text{ nm}$ della casa tedesca Wild, usato in fotografia e fotogrammetria.

Sono stati realizzati esperimenti anche senza filtro, per analogia col caso di s. Maria degli Angeli.

Quelli col filtro sono risultati più accurati, ma è generale la verifica che con questi parametri utilizzati la correzione al diametro dell'immagine misurata per ottenere quella da dividere per la distanza focale (foro-stenopeico-schermo) era sempre pari a 3 mm.

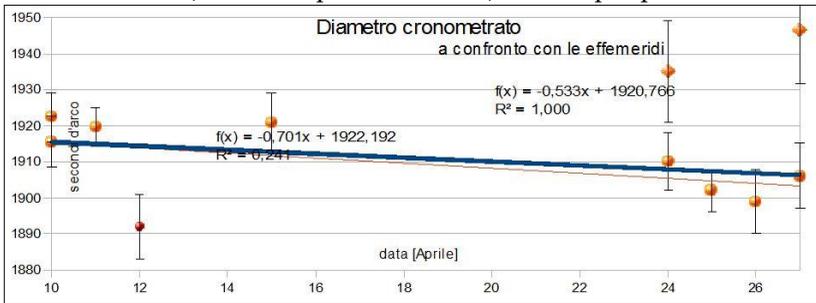


Fig. 1 La riga spessa indica il valore del diametro solare previsto. Gli ultimi quattro dati sono col filtro giallo, il 12 aprile il cielo era velato.

Il caso del pomeriggio di Pasqua, col cielo velato, riporta alle casistiche discusse dallo Ximenes, e alle molte misurate dall'autore a santa Maria degli Angeli, dove la penombra nei giorni più tersi si avvicinava al 50% del diametro del foro, mentre scendeva fino al 30% nei giorni più velati. Per tutti gli altri otto casi il diametro del foro sottratto al diametro misurato restituisce il diametro angolare vero entro una deviazione standard (rappresentata dalle barre verticali). Su distanze minori attorno ai 5 metri sono stati ripetuti gli esperimenti ottenendo risultati in disaccordo con questo andamento, ma omogenei tra loro: un diametro angolare del Sole a cui si deve

sottrarre solo mezzo diametro. I dati relativi a questa seconda serie di diametri sono i due rombi, misurati il 24 e il 27 aprile 2020.

Mentre i primi sono a $f/d \approx 4000$, gli ultimi dati sono a $f/d \approx 1700$ confrontabili, in scala, con quelli di s. Maria degli Angeli.

Per questi ultimi la correzione è stata di $1/3$ del diametro ossia 1 mm.

Conclusioni

L'esperimento a focale >12 metri si è considerato riuscito quando i diametri cronometrati su una media di almeno sei linee parallele ($D = \Delta t \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\alpha)$ con δ la declinazione del Sole all'epoca (J2020.4) e all'istante dell'osservazione α l'angolo descritto dalla traiettoria del Sole rispetto alle righe parallele, sempre rilevato in queste misure) e diametri misurati (il dato serviva anche per calcolare α) sono risultati uguali entro le incertezze sperimentali.

Il parametro f/d ha consentito di riconoscere il caso sperimentale di focale 5 metri come analogo della meridiana Clementina e quelle a lei simili, mentre quello con focale sui 12 metri è a rapporto maggiore, $f/d > 4000$, ed è vicino al valore ideale, che per 3 mm e $\lambda = 525$ nm vale 5714. L'assenza di macchie solari sul Sole da quasi un anno impedisce di apprezzare la qualità dell'immagine stenopeica, se non dal lembo solare stesso.

Questi esperimenti hanno spiegato la differenza tra gli approcci di Cassini, Bianchini e Manfredi rispetto allo Ximenes, e ai risultati non uniformi che si riscontrano in Basilica cronometrando diametri meridiani su linee parallele.

Anche gli esperimenti qui descritti si sono valse di transiti su almeno sei linee parallele per ciascuno. Lo stesso dispositivo di linee parallele usato in Basilica è stato applicato in camera oscura, e anche la stessa telecamera.

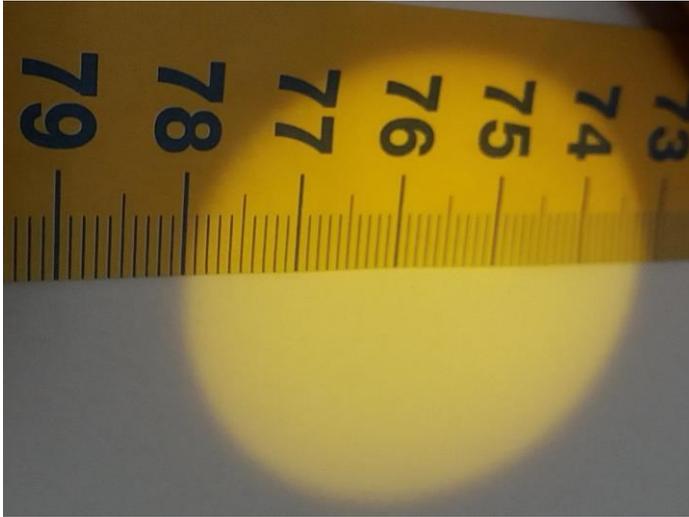


Fig. 2 L'immagine stenopeica da focale $f=5165$ mm. Queste immagini vicine sono state misurate e non cronometrate su righe parallele.

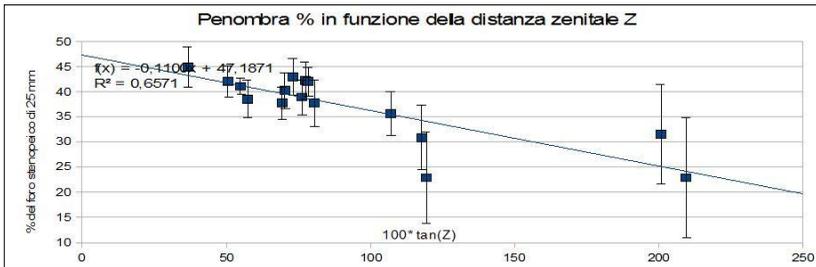


Fig. 3 La Penombra misurata in % del diametro del foro stenopeico alla Meridiana Clementina di S. Maria degli Angeli. La percentuale tende a diminuire man mano che la distanza zenitale aumenta e con essa la focale e il rapporto f/d .

Referenze

- M. Catamo e C. Lucarini, Il Cielo in Basilica, Arpa Agami, Roma (2012).
J. L. Heilbron, The Sun in the Church, Harvard University Press, (1999).

Measuring solar angular diameter, refractive flattening and visual magnitude during sunsets

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza and ITIS Ferraris, Roma*)
submitted August, 26, 2019 accepted November 30, 2019
sigismondi@icra.it

Abstract

The refractive flattening of the Sun is due to the differential refraction in the Earth's atmosphere, while the visual magnitude is related to the humidity stratification. The angular diameter is proportional to the length of the sunset, the difference between the first and the last contact with the sea surface. Some problems with respect to these principles are described, along with a method to obtain photo and video using binoculars and smartphone.

Sommario

Lo schiacciamento rifrattivo del Sole è dovuto alla rifrazione differenziale nell'atmosfera terrestre, mentre la magnitudine visuale alla presenza di umidità negli strati più bassi della stessa. Il diametro angolare del Sole è proporzionale alla durata del tramonto, ossia alla differenza tra il primo e l'ultimo contatto con la superficie del mare. Alcuni problemi rispetto a questi principii base sono descritti, insieme ad un metodo per ottenere foto mediante uno smartphone collegato al binocolo.

Introduction: solar diameter at almucantar at zero

It has been already presented the idea to realize measurements of the solar diameter at the sea horizon. The basic assumptions are that :

1) the sea horizon is the best reference for having a definite almucantar, at zero degrees 2) the atmospheric conditions are stable along the line of sight during the sunset event 3) the differential refraction, even if heavy, is constant at the same height above the horizon, in the azimuthal area of the sunset.

To these assumptions we have to add some warnings, like:

a) the difficulty to have a precise timing of the two contacts with the sea b) the difficulty to have the sunset exactly over the sea, without mirages effects c) the luminosity of the Sun at the final stages, coping

with the autoseettings of the camera. To these difficulties we recommend a) the extrapolation to zero of the chord intersection of solar limb and sea horizon; b) using a line parallel to the sea horizon and a little higher where the assumptions 1-2-3 remain valid; 3) using filters or smaller optics when the atmosphere is clear.

The video made with binoculars 12x30 or monocole 7x21 and smartphone are of didactic interest, and are tests for measuring by timing the solar diameter at the geometrical horizon, exploiting the same principle of the solar astrolabes used from 1970s to 2010s on in Sao Paulo, Rio de Janeiro, Calern, Tubitak and San Fernando. The rarity of perfect conditions at sunset allows very few good measurements, but it is worth to exploit this method.

Refractive flattening of the Sun

In the standard atmosphere US1976 the computation of the relative flattening is part of the ephemerides, but the refraction is strongly affected by the lower layers, which along the line of sight can attain an optical thickness of 30 magnitudes. The case of August 25, 2019 is examined as example: at 19:30 the solar center was at 4° and the Sun entered the haze zone, loosing rapidly luminosity. With sunglasses it was possible to look at it without problem, even with binoculars.



Fig. 1 On Aug 25 at 19:48:40 it was at altitude 0.853° (0.4292° airless case) with a theoretical flattening (calsky.com) of 12.22%. The observed one is 503 vs 560 pixels, vertical over horizontal $v/h=89.8\%$.

The percentual flattening is: $[h-v]/h\%=57/560=10.18\%$

Van der Werf gives a formula for the flattening of the setting Sun taking into account the ratio between vertical and horizontal diameters at standard atmospheric conditions (15°C , $P=101325\text{ Pa}$):

$$v/h=0.79-6.13[dT/dh]$$

with the temperature gradient measured in $^\circ\text{C}/\text{m}$.

Normally $dT/dh=6.5\cdot 10^{-3}\text{ }^\circ\text{C}/\text{m}$, and the $v/h=0.75$.

The relative flattening results as 25%.

To obtain the flattening at sunset it is necessary an extrapolation of the values before as in Fig. 2.

Comparison of observed timing with ephemerides

The vertical/horizontal ratio of the solar image diminishes toward the horizon. The value measured in Aug-Sept 2019 in Ostia is always different then STP conditions.

The sunset time for a given location is obtained by calsky ephemerides (STP) when the upper limb has an heigth of 0°.00. The resolution of this algoritmh is 1 s.

The observed end of light is timed with a precision of 1/30s-1/60s depending of video resolution VGA or HD.

The sunset may occur at some height above the sea horizon. As an example on Aug 25 it was 2.55' above the sea horizon, on a "mirage horizon" and about 20 seconds before the ephemerides one, even if the point of observation was 2 m above sea level, which delays the last light for the horizon depression effect, included in the computations of the delay.

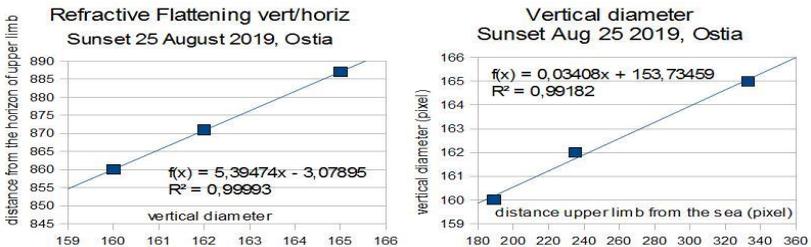


Fig. 2 The refractive flattening at sunset on 25 August 2019.

In the last stages before the contact on the sea the deformation of the solar image does not allow to recover a correct flattening, because of the formation of mirages, then it has been inferred from the phases immediately before, by extrapolation of vertical diameter at zero distance.

The mean vertical gradient can be obtained from the temperature of the water as zero level, and the zero

temperature quote, e.g.: Jan 13, 2019 (14° C and 1400 m) Aug 25 and 26, 2019 (26°C and 4000 m). But the local atmospheric gradient in the lower troposphere (<4 km) is the most relevant for the refractive flattening. For an observation site of 2 m above sea level, the distance of the horizon $d=5$ km, the depression of the horizon is 82"; conversely a diameter of 1900" corresponds to 46.5 m of atmosphere at the distance of the horizon, where the higher temperature gradient is manifesting. The line of sight toward the Sun, through the Earth's atmosphere, encompasses up to 3.5 km of vertical troposphere 350 km beyond the horizon distance, and the "bad layers" effects (where shear turbulence act) are visible as discontinuities on the solar figure

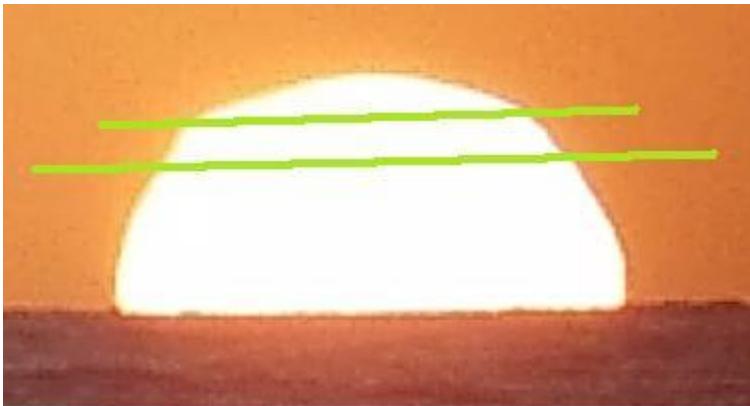


Fig. 3 Discontinuities around the solar limb on 9 Sept 2019, Ostia, Pontile.

Velocity of the sunset, delay or anticipation

The time interval from the first contact with the horizon to the last one is proportional to the angular solar diameter of the epoch of the observation. The actual solar diameter is

$\theta_{\text{sun}} = \Delta t * 15''/s * \cos(\delta) * \sin(\alpha)$, α is the angle formed by the solar trajectory with respect to the horizon, δ =Sun declination.

If the sunset occurs higher than the real horizon the duration is almost the same, but the first and last contacts are both anticipated with respect to the ephemerides calculated with standard atmosphere (STP). The following table shows the variability of observed conditions from Ostia in different days.

Date	Flattening %	Delay [s]
13 January 2019	87.21	2
15 August 2019	81	35
16 August 2019	NA	23
18 August 2019	87	13
19 August 2019	82	23
20 August 2019	68.68	33
24 August 2019	86.84	-12
25 August 2019	85.53	20
26 August 2019	88.96	10
3 September 2019	91.33	11
4 September 2019	92.45	-10
5 September 2019	84.05	-16.5
7 September 2019	88.57	-14
9 September 2019	84.51	-12

The delay is different each day, and no evident correlation appears with the flattening. In the first decade of September we had anticipations with respect to the Standard Atmosphere model: the real average refraction index near the horizon is lower than the one of the model. A larger flattening corresponds to a larger refraction index, which delays the apparition of the last light.

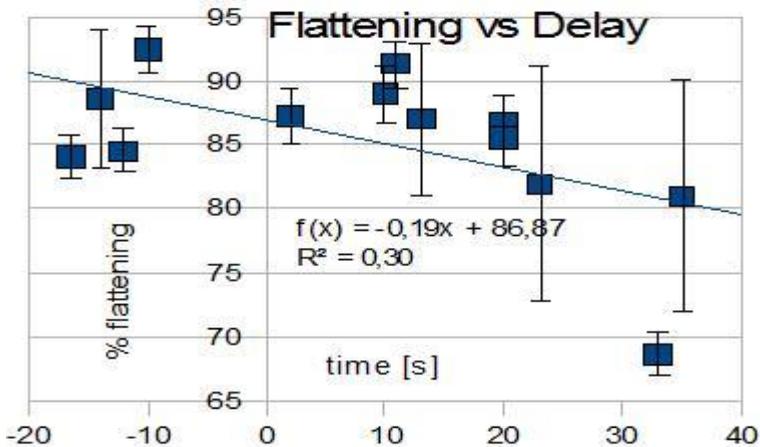


Fig. 3 the relationship between flattening and delay.

The linear correlation is low, the value of the fitting line at zero delay is 86.9%, different from the Van der Werf equation of 83%. A quadratic fit has a better R^2 , but the zero-delay flattening is even larger. A complete and predictive approach would consider the local atmospheric temperature, its gradient, the regional lower troposphere conditions, available for astronomical seeing predictions.

Solar diameter at almucantar at zero: azimuthal hypothesis

The goal of this study is to assess the reliability of measuring the solar diameter by accurately timing a sea sunset. In

principle an accuracy of 1/30s and also 1/60s is possible, as already said, this corresponds to 0.5"-0.25" of angular accuracy, which is already interesting and competitive for ground measurements.

The basic hypothesis is that in the $\Delta t \approx 180s$ of sunset duration the layers of the atmosphere remain at the same quote and have same optical properties along all azimuths of the sunset. The angle of inclination with the Ostia horizon on 9 Sept 2019 was 48° , then the azimuthal difference between first contact point and last one was $\Delta az = R_{sun} / \tan(48^\circ) = 28.6'$

For the above reasons this angle encompasses nearly 4 km of atmosphere up to 400 km in the line of sight, where the conditions may not be the same at the same quote.

As an example a sequence of the last lights of 4 sept 19 sunset, with a green flash, is shown in fig. 4 with a scale of $1'' \approx 2.22 \text{ m}$ at 400 km. The irregular form of the Sun in the left images reflects the conditions along 720 m in azimuthal direction toward the edges of the atmosphere at almucantar at 0° .

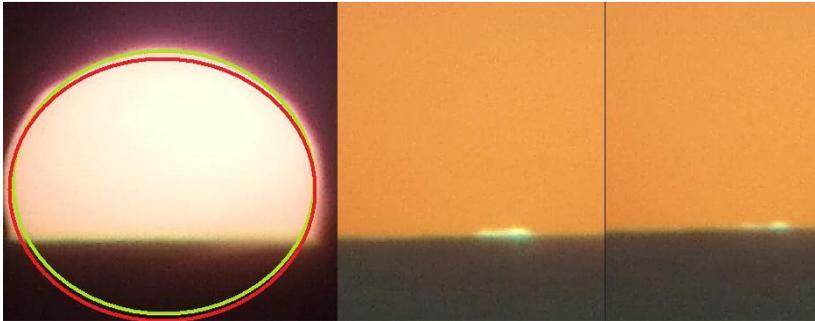


Fig. 4 Sequence of 4 Sept 19 sunset, the last green rim is 324" wide. The green Sun and the red Sun are superimposed to the real image to explain the differential refraction with λ .

Even in a very good sunset, the lower troposphere may present small azimuthal inhomogeneities, which affect the final result on the solar diameter.

Solar diameter at almucantar at zero: vertical hypothesis

The renowned phenomenon of the green flash/rim/ray arises from the differential refraction of the atmosphere as function of the light wavelength λ . This can be imagined as the combination of two Suns : the upper green and the lower one red (fig. 4). If the observations are made in white light the value of the angular solar diameter recovered with this method is larger than the actual value.

This remains also after extrapolation of the zero chord (sun disk-horizon) at the first contact.

The value of this λ differential effect has been 30" on 4 and 9 Sept 19. Further studies should assess it as systematic, also filtering the sunlight in bandwidths ≤ 100 nm.

Conclusions

This approach to sunsets science is innovative from the point of view of the accurate relative and absolute timing approach (relative through video inspection with quicktime 7.1 by including in the same video a radiocontrolled watch). This is the approach of IOTA observations for celestial mechanics (lunar and asteroidal occultations). The values of the solar diameter obtained after subtraction of the λ splitting in white light are within 1" from the actual angular solar diameter. Further observation will improve the statistics of λ effect, also reducing it with appropriate colour filters.

The time delay between ephemerides and observed sunset is dependent also on the quote of the observer, differences as small as 1 m can determine different timing and absolute

refraction's evaluation. This approach is followed in the paper about réfraction index at -47' in Ostia, this volume.

References

- C. Sigismondi, Almucantar at zero,
<https://arxiv.org/abs/1106.2514> (2011)
- C. Sigismondi, Sunset of 25 Aug 2019,
<https://youtu.be/sVN4-1ELsG8>
- C. Sigismondi, [Ph D Thesis](#), (2011)
- S. Y. van der Werf, et al., Appl. Optics 42, 367-378 (2003)
<https://content.meteoblue.com/nl/spatial-dimensions/air/astronomy-seeing>
http://astro.bonavoglia.eu/sole/calcola_sole.phtml
<http://www.meniero.it/articoli/PDF/Il%20Raggio%20verde.pdf>
- D. O'Connell & J. Treusch, *The green flash and other low Sun phenomena*, Vatican Obs.1958 Interscience Pub., NY
www.iota-es.de

La rifrazione 47' sotto l'orizzonte di Ostia

Costantino Sigismondi

(ICRA/Sapienza e ITIS G. Ferraris, Roma sigismondi@icra.it)

Submitted September 13 2019, accepted August 31, 2020

Abstract

The depression of the horizon is determined by the sphericity of the Earth, and it is dependant on the height h above sea level. $\theta = \arctan(\sqrt{h/2R})$. The role of the refraction, which is about 33' at zero almucantar at complicates this model. The case of sea sunsets observed from Ostia, Lega Navale, from about 12 m above sea level is compared with ephemerides: they show a refraction of 41' to the airless upper solar limb at -47' almucantar.

Sommario

La depressione dell'orizzonte è un bell'esempio della sfericità della Terra, tuttavia l'angolo previsto $\theta = \arctan(\sqrt{h/2R})$ è influenzato dalla rifrazione atmosferica di 33' ad almucantar 0° . I casi di tramonti sul mare alla Lega Navale di Ostia, 12 metri s.l.m. sono confrontati con le effemeridi, e mostrano una rifrazione di 41' al lembo solare superiore ad almucantar -47'.

Introduzione

L'orizzonte marino si abbassa, rispetto ai 90° dallo zenith, per effetto del muoversi in avanti della tangente alla sfera terrestre con il sollevarsi dell'osservatore. Il mare segue la curvatura del geoide, che mediamente è pari a quella della Terra, una sfera di raggio 6378 km. A 12 m s.l.m. ci aspettiamo che l'orizzonte marino scenda di $\theta = \sqrt{h/2R} = 0.97 \cdot 10^{-3}$ rad, cioè $200'' = 3' 20''$ (1) sotto l'almucantar 0° . Precisiamo che l'almucantar resta fisso, mentre l'orizzonte marino scende se ci alziamo di h .

Dati di quattro tramonti

Sono dei giorni 11, 14, 18 marzo e 14 gen 2020, quando il Sole si è visto fino alla linea dell'orizzonte e il tramonto (sparisce il lembo sù) si è constatato con precisione, dalla webcam live.

Lembo sù @	11/3 -0.17°	14/3 -0.17°	18/3 -0.18°	14/1 -0.17°
sparizione	18:14:19.5	18:17:46.5	18:22:19±1	17:04:40

L'altezza del lembo superiore, all'istante della sparizione, è presa dalle effemeridi a 0 m slm di www.calsky.com con le coordinate della Lega Navale di Ostia: 41:43:09 N e 12:18:06 E.

Discussione: il ruolo della rifrazione atmosferica

La media dei dati osservati mostra che nelle condizioni meteo delle osservazioni, il lembo superiore del Sole spariva quando, in atmosfera standard e al livello del mare, la sua altezza sotto l'orizzonte visibile sarebbe stata di $h = -0.1725 \pm 0.0005^\circ = -10' 20''$.

Poiché l'orizzonte reale è depresso a $\omega = -3' 20''$, il modello di atmosfera sotto l'orizzonte usato da calsky non rende ragione di quanto osservato, e cioè che il Sole appare $3' 20''$ più alto rispetto all'orizzonte marino.

Trascuriamo la rifrazione tra noi e l'orizzonte marino nel seguito, per semplicità, anche se sono 12,4 km di aria densa, perché sono oltre 400 km quelli percorsi dai raggi solari tangenti all'orizzonte marino dietro di esso nella troposfera.

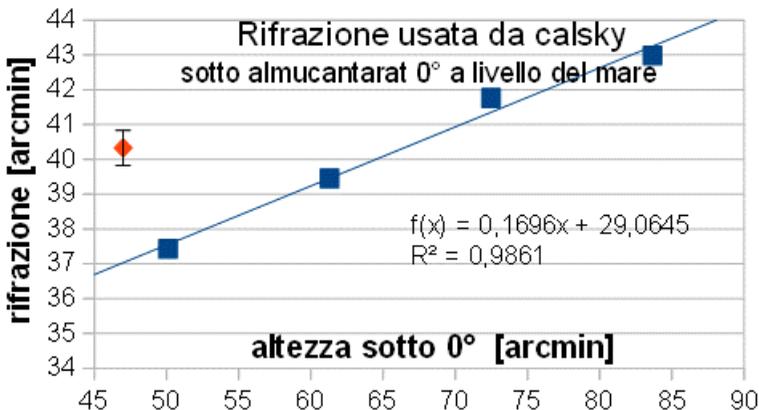


Fig. 1 Calsky adotta una rifrazione che cresce linearmente sotto l'orizzonte partendo da 29'. Duffett-Smith considera 34' ad almucantarato 0° (orizzonte a 0 m slm).

Costantino Sigismondi

Noi sappiamo che il Sole quando è ad almucantarat $-47'$ è mediamente ancora visibile da 12 metri di quota sul livello del mare, dove l'orizzonte marino è sotto di $3' 20''$ rispetto ad almucantarat 0° . Quindi il Sole si trova $43' 40''$ sotto l'orizzonte marino. Questo è anche il valore della rifrazione che valutiamo per quell'almucantarat $-47'$.

Estrapolando questo nostro risultato a $-47'$ fino ad almucantarat 0° con la stessa pendenza adottata da Calsky ($0.1696''$) otteniamo $35'.7$.¹

Riprendiamo le effemeridi del lembo superiore alla sparizione:

Centro	11/3 -1.0451°	14/3-1.0541°	18/3 -1.061°	14/1-1.0491°
Lembo sù	-46'36" airless	-47'10"	-47'36"	-46'41"

A quel momento il lembo superiore era ad almucantarat $h \approx -47'$. L'orizzonte marino era a $\omega = -3'20''$ sotto quello geometrico (almucantarat 0°), così viene per l'almucantarat $-47'$ una rifrazione media di $q = 43'40'' \pm 30''$, dove Calsky prevede $37'$, cioè $6' 40''$ di meno.

Si noti che i dati airless sono dati geometrici, non dipendono dal modello particolare di atmosfera e rifrazione utilizzato.

Si noti ancora che l'almucantarat $-47'$ non è riferito all'orizzonte marino, ma a quello geometrico (a 90° dallo zenith astronomico, che possiamo considerare coincidente con la verticale del luogo).

La quota di 12 metri sul livello del mare non è sufficiente a generare una parallasse solare significativa (tutto il raggio terrestre darebbe circa $8''$ e quindi solo con queste dimensioni in gioco cambierebbe di poco l'almucantarat).

¹ L'andamento lineare, adottato da Calsky, è una scelta semplificativa, che può non corrispondere all'andamento reale della rifrazione totale nei dintorni dell'orizzonte, dove sappiamo -per altro- che varia anche di $4'$ da un giorno all'altro in dipendenza del meteo lungo la linea di vista col Sole.

La formula di Gauss per la rifrazione in aria

Un raggio luminoso tra A e B non segue la retta AB, ma una *curva di rifrazione* che rivolge la sua concavità verso il basso, dove la densità dell'aria è maggiore (eccetto in casi di miraggi). Rispetto alla retta AB la curva parte con un angolo $\delta\phi=k\omega/2$ dove $k=0.1306^2$, e ω è l'angolo formato dalle verticali in A e B. A è il punto d'osservazione e B l'orizzonte marino, da cui $\omega=\theta$. Altri autori usano un k diverso, sia maggiore che minore.³ $\delta\phi=8''$ usando per $k=0.08$; dovrebbe essere la correzione per i 12.4 km tra la webcam e l'orizzonte marino. Tuttavia questo angolo solleva l'orizzonte e anche la luce solare che viene occultata da esso, quindi questo effetto non dovrebbe avere influenza sulla valutazione dell'indice di rifrazione fatta prima.

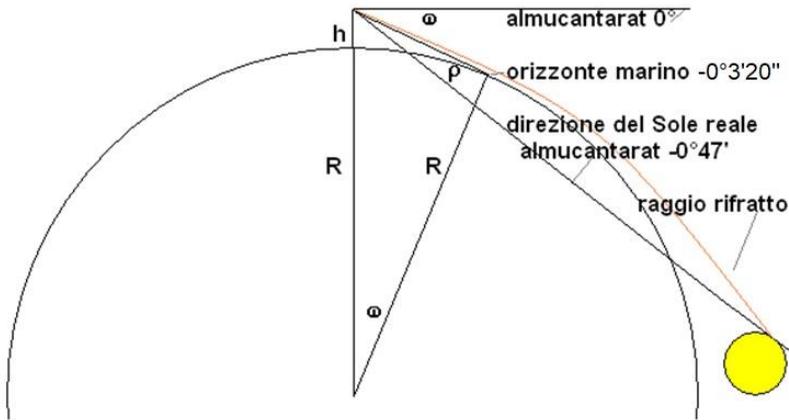


Fig. 2 il percorso del raggio rifratto, tangente all'orizzonte marino a 12.4 km dall'osservatore. L'orizzonte è sotto di ω allo almucantarato 0°, il raggio è rifratto di un angolo ρ dagli strati di atmosfera attraversati **dietro** l'orizzonte visibile.

Raggio della Terra da due timing dello stesso tramonto

²Così in G. Pigozzi, *Topografia*, R. Giusti, LI (1919) v.III Altimetria, p.14.

³D. Gaifillia, et al. *Geoscience & Geomatics* 4. 8-14 (2016) danno $k=0.08$

Costantino Sigismondi

Si tratta di un esperimento didattico⁴ proposto sulla scala dell'altezza di una persona, disponendo dell'orizzonte marino. Sono stati fatti vari tentativi al mare durante i mesi da dicembre a febbraio 2020, utilizzando video e segnali sonori per sincronizzare i tempi di sparizione, ma raramente il risultato dell'esperimento -quando il Sole tramontava sull'orizzonte marino e non su un tetto di nuvole- portava ad un risultato plausibile per il raggio solare. La ragione principale dovrebbe risiedere nel fatto che spesso il Sole è tramontato non sull'orizzonte marino, ma su un riflesso-miraggio più vicino all'osservatore. Ciò realizza -di fatto- un orizzonte più vicino all'osservatore e la percezione di una Terra sferica più piccola.

Andamento della rifrazione atmosferica con l'almucantarato

Se la rifrazione decresce linearmente con l'almucantarato a da $a=0^\circ$ con $q \approx 36.5'$ si passa a $q' \approx 43.7'$ scendendo ad $a=47'$, dobbiamo pensare che questo accada anche con $a > 0^\circ$ e con la stessa inclinazione (*Natura non facit saltus*). L'aumento continuo della rifrazione non fa durare il tramonto (da contatto a sparizione) più tempo perché un tramonto è misurato rispetto ad un dato almucantarato, che corrisponde con l'orizzonte marino dell'osservatore, e questo viene attraversato sempre nello stesso intervallo di tempo. Però il tramonto è ritardato per effetto della rifrazione, tanto più, quanto più lo si guarda da più in alto. Nei tramonti osservati ad Ostia con questa finalità e fino a 5 m s.l.m. (belvedere finale di via Cristoforo Colombo), il ritardo tra due sparizioni osservate da diversa altezza s.l.m. è stato solo dovuto al cambio di altezza angolare dell'orizzonte marino con 3.3 metri di dislivello al max, non a evidenti ragioni di rifrazione, fatta eccezione per i riflessi-miraggio che hanno sempre accorciato

⁴M. Richmond (2015), tradotto in questo stesso numero di Gerbertus.

il ritardo. Quando si sono determinate le condizioni di forte rifrazione (aria fredda e bassa, come il 25 dicembre 2019 e il 1 gennaio 2020, e ancora il 28 febbraio 2020) risultava impossibile misurare l'intervallo tra le due sparizioni per la sua estrema brevità, e per la lunghezza della fase finale (Sole a forma di linea sull'orizzonte, come nell'effetto Novaja Zemlja).

Tramonto del 28 febbraio 2020, dalla spiaggia Stella Polare

Riporto i dati di questo tramonto, che non è stato registrato in video. Due postazioni 30 cm slm in ginocchio testa sulla sabbia e in piedi 200 cm slm. Il riflesso non è stato presente né in g né p. Il Sole era abbagliante non aveva gradiente luminoso verticale. Gli ultimi 10 secondi del tramonto in g, e p il Sole era una linea sull'orizzonte marino. Fine: $\Delta t=9$ s tra g e p.
g: 17:59:31 p 17:59:40, circa 1km a Ovest della Lega Navale.

In due circostanze è capitato di vedere un uomo sul litorale che si fermava ad osservare il tramonto, e circa un minuto prima che sparisse dalla webcam lui si muoveva, segno che non vedeva più il Sole sopra l'orizzonte; per l'uomo la rifrazione corrispondente alla sua depressione sarebbe $q \approx 37'$, per la webcam a 12 metri d'altezza $q \approx 43.7'$: ciò significa che il Sole nella sua discesa sotto l'orizzonte rallenta, quasi frena.

Usando il timing si assume che la Terra ruoti uniformemente, e che il Sole scenda a velocità angolare costante, determinabile in vari modi appena prima che esso tocchi l'orizzonte marino.

Questa ipotesi non può essere usata se non per dislivelli molto piccoli, per i quali $\omega \leq 2'$, ma spesso a queste altezze si forma il riflesso del miraggio, dato dall'incidenza radente con l'aria sotto condizioni di inversione termica, viste in molti casi.

Rallentamento della discesa del Sole all'orizzonte

Costantino Sigismondi

Le osservazioni dalla webcam della Lega Navale di Ostia permettono di stabilire la rifrazione $\varrho=43.7'$ ad altezza $h=-47'$, utile per preparare un modello cinematico di tramonto, sul cui timing impostare la misura del raggio terrestre. Partendo da una rifrazione $\varrho=36.5'$ all'orizzonte 0° , possiamo assumere che la rifrazione cresca linearmente di $\delta\varrho=8'$ a $47'$ sotto l'almucantarato 0° . Quindi alla velocità angolare di ingresso del Sole nell'orizzonte marino almucantarato 0° dobbiamo sottrarre un termine di frenata: l'equazione della velocità diventa $v(-h')=v(h=0^\circ)-(h'/47')\cdot\delta\varrho$

Algoritmo per la rifrazione totale nei tramonti 2019-2020

Si riprende il video (o a occhio nudo) del tramonto, sincronizzato con UTC e si determina l'istante di sparizione dell'ultimo lembo del Sole dietro l'orizzonte t_{end} .

Si calcolano le effemeridi del bordo superiore del Sole, in assenza di atmosfera, per quell'istante di sparizione $h_{effem}(t_{end})$ es. $=-45'$

Si determina la depressione dell'orizzonte nel luogo di osservazione scelto, conoscendo la quota sul livello del mare d_{orizz} es. $=-4'$

La rifrazione $\rho = -h_{effem}(t_{end})+d_{orizz}$ che nel nostro esempio vale $41'$.

Questo algoritmo considera la depressione geometrica dell'orizzonte di ogni postazione osservativa, senza includere un incremento della rifrazione (lineare con la depressione).

Infatti se l'orizzonte si deprime, la linea di vista incontra più atmosfera sulla sua strada dall'osservatore all'orizzonte marino, e anche dall'altro lato. È ragionevole aspettarsi che l'aumento di percorso ottico nell'atmosfera si manifesti con una maggiore rifrazione totale.

Ridurre la rifrazione a quota zero

Per confrontare situazioni diverse quanto alla quota di osservazione bisogna trovare un algoritmo opportuno.

Partiamo dall'esempio del 21 agosto 2020.

Il Sole è sparito a 2.6 m slm rispetto a 0.8 m slm circa 8 secondi dopo. Non sempre si riesce a valutare la differenza di tramonto con la quota in modo così evidente: dipende dalle condizioni di rifrazione differenziale all'orizzonte.

Dal punto di vista puramente geometrico (in assenza di atmosfera) l'orizzonte osservato in piedi a 2.6 m è 41.46'' sotto quello colto dalla telecamera a 0.8 m.

Se la velocità di discesa del Sole fosse costante, 215 s per 1897.4'' di diametro solare angolare, quei 41.46'' dovrebbero essere percorsi in 4.7 s. Il valore osservato è circa il doppio, a prova di incertezze di misura, segno che la velocità di discesa sotto l'orizzonte è rallentata, o -equivalentemente- l'indice di rifrazione è aumentato.

Questo accade perché naturalmente l'indice di rifrazione aumenta perché si intercetta più aria radente alla sfera terrestre alzando la quota della visuale.

Come nel caso qui studiato a -47' con rifrazione 43.7'. Con Calsky possiamo assumere -0.17'/rifrazione/altezza.

In altre circostanze la distanza angolare tra i due punti di vista viene percorsa in una frazione di secondo, in questo caso non possiamo pensare che sia presente una forte discontinuità tra le proprietà fisiche dell'atmosfera sopra e sotto l'orizzonte geometrico. Quindi ciò che cambia è la posizione dell'orizzonte effettivo.

La luce del Sole, infatti, può riflettersi sull'atmosfera, prima che il disco "tocchi" l'orizzonte marino; tale riflessione avviene anche a 2' sopra l'orizzonte marino, determinando uno dei tanti tipi di miraggio. Al termine del tramonto la luce finale sparisce alla stessa altezza sopra l'orizzonte marino del punto di primo contatto con il riflesso (miraggio). Con questi miraggi

ricordo che l'intervallo tra la fine dei tramonti tende ad essere piuttosto piccolo. Quindi il punto di riflesso dovrebbe essere più distante dell'orizzonte marino, ossia al di là di esso. Quando l'intervallo è minore di 1 s, la velocità angolare essendo sempre dell'ordine di $1900''/190 \text{ s} = 10''/\text{s}$, abbiamo un angolo inferiore a $10''$, che per 1 metro corrisponde a 20.6 km, porterei comunque questa stima a $\Delta t < 0.5 \text{ s}$, con $d > 40 \text{ km}$. Per avere la riflessione sull'aria (miraggio) ossia la **riflessione totale interna**, occorre che l'indice di rifrazione dell'aria sottostante sia minore di quello dell'aria sopra⁵ ed il rapporto tra gli indici di rifrazione sia opportuno. L'aria è più pesante in basso, ma se c'è aria calda sopra e molto fredda sotto, per esempio con un vento da Nord, o con l'arrivo di un fronte freddo, si può determinare l'inversione termica responsabile di questo miraggio.

D'inverno a Ostia il Sole tramonta nella direzione della Sardegna, Cagliari, che in linea d'aria si trova a 160 km. L'aria calda che si è elevata dalla superficie dell'isola può fornire quello strato ad indice di rifrazione minore. Lo spessore di 2' a 160 km vale 100 m, poiché 30' sono circa 1600 m.

Se soffia vento forte le differenze di temperatura tra sopra e sotto tendono ad annullarsi e si perde l'effetto miraggio.

A 200 km $10''$ sono circa 10 m, mentre $1''$ (percorso in 0.1 s) è 1m.

Riduzione della rifrazione a quota zero

Supponiamo di avere l'istante di sparizione, per un dato punto di osservazione otteniamo con le effemeridi l'altezza (almucantarato, e negativo) del lembo superiore del Sole senza atmosfera.

L'almucantarato del Sole sarebbe lo stesso se osservassimo il tramonto da 5000 m di quota, ma in questo secondo caso

⁵ Come accade guardando la superficie acqua-aria da sotto l'acqua.

l'orizzonte sarebbe sceso sotto di due volte lo stesso diametro del Sole e la rifrazione aumenterebbe man mano che scende. A quota zero non c'è l'effetto della depressione dell'orizzonte. La depressione d' a 0.17' per minuto d'arco di depressione, aggiunge 0.17d' alla rifrazione totale.

Per tenere conto di questo nell'esempio precedente abbiamo 4' di depressione dell'orizzonte. $0.17 \cdot 4 = 0.68'$, quest'ultimo valore va sottratto a 41', restando quindi 40.32' di rifrazione totale.

La rifrazione totale ottenuta considerando il lembo airless e depressione geometrica dell'orizzonte include l'aumento della rifrazione sotto l'orizzonte geometrico. Lo scorporo togliendo 0.17' per ogni primo d'arco sotto l'orizzonte, accettando il modello lineare di Calsky. Nei casi pratici tra il livello del mare e 12 metri sopra (osservazioni di Ostia) questa differenza è inferiore a 0.57' e massima per le osservazioni ai 12 metri di quota della terrazza della Lega Navale.

Valori della rifrazione totale al livello del mare caso ON/OFF

L'ultima luce del Sole cadente è determinabile con una buona precisione, anche migliore di 0.1 s, bastando il singolo fotogramma di un video. È un caso simile alle eclissi totali di Sole, quando occorre determinare l'inizio e la fine della totalità, sia pure con un contrasto luminoso meno esagerato, tra luce solare e fondo cielo. Poiché serve questo istante e la misura della quota sul livello del mare, la rifrazione totale è una grandezza, in principio, misurabile con buona precisione, prossima al secondo d'arco. A Ostia, dall'estate all'inverno la rifrazione cambia da 31' a 36', ma queste differenze si possono determinare anche da un giorno all'altro, a seconda dei venti.

Dimensione dello spettro all'orizzonte

Costantino Sigismondi

Più critica è la determinazione dell'allargamento spettrale che si determina tra il bordo verde (talvolta blu) superiore del Sole e il bordo rosso inferiore. L'atmosfera, infatti, esercita un effetto prismatico sul disco solare, non tanto per la sua forma a cuneo, quanto per la differenza di indice di rifrazione lungo i differenti cammini ottici che i raggi del Sole hanno tra il lembo superiore e quello inferiore.

In casi estremi abbiamo assistito anche al Sole tripartito (effetto Novaja Zemlja, la mattina del 1 gennaio 2020, con tre strisce luminose sovrapposte all'orizzonte) ma in generale possiamo assumere un indice di rifrazione che aumenta con la quota angolare sopra l'orizzonte, in modo da produrre una rifrazione totale che vale circa $33' - 0.17 \cdot h'$

Il diametro solare vale $32'$, e produce una variazione dell'indice di rifrazione lungo la sua estensione verticale pari a $5.44'$ ossia $326''$ di schiacciamento.

Cosa accade a livello dei diversi colori?

Cercheremo di capirlo a partire da come si misura.

Lembo rosso: è il primo a toccare il mare, e l'istante di contatto è il più difficile a rilevarsi perché il cannocchiale produce molta luce diffusa che riduce il contrasto luminoso.

Quando va bene la precisione può avvicinarsi al secondo di tempo, e quindi il risultato finale ai $10''$ di precisione.

Lembo verde-blu è l'ultima luce, è facile determinarlo in termini assoluti UTC con un video e anche a occhio nudo (solo questo ribadiamo che fornisce la rifrazione assoluta).

Dalla differenza tra il diametro solare angolare e quello determinato dall'equazione $\Delta t \cdot 15'' \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\alpha)$ del diametro solare misurato ad almucantarato zero, con α angolo di ingresso del Sole rispetto all'orizzonte,⁶ si calcola la separazione spettrale tra rosso e verde (blu) all'orizzonte marino.

I valori ottenuti sono molto variabili, tra $10''$ e $430''$.

⁶ Chiamato "parallattico" in Stellarium 20.2, ma non condivido questo nome

La formula di Airy, di riferimento, per le stelle a distanza zenitale minore di $z < 50^\circ$ vale $\tan(z)''$.

Questa formula diverge per $z > 90^\circ$, noi troviamo valori limite molto diversi tra loro, che nemmeno le varie incertezze di misura possono giustificare, segno che questa grandezza è molto variabile.

L'indice di rifrazione in funzione della lunghezza d'onda produce una dispersione cromatica dal blu al rosso che va da $10''$ a $430''$.⁷

Tra il rosso e il blu ci sono circa 300 nm di differenza, per l'aria l'indice di rifrazione varia di 7 milionesimi in quell'intervallo, e il numero di Abbe vale quasi 90.

d

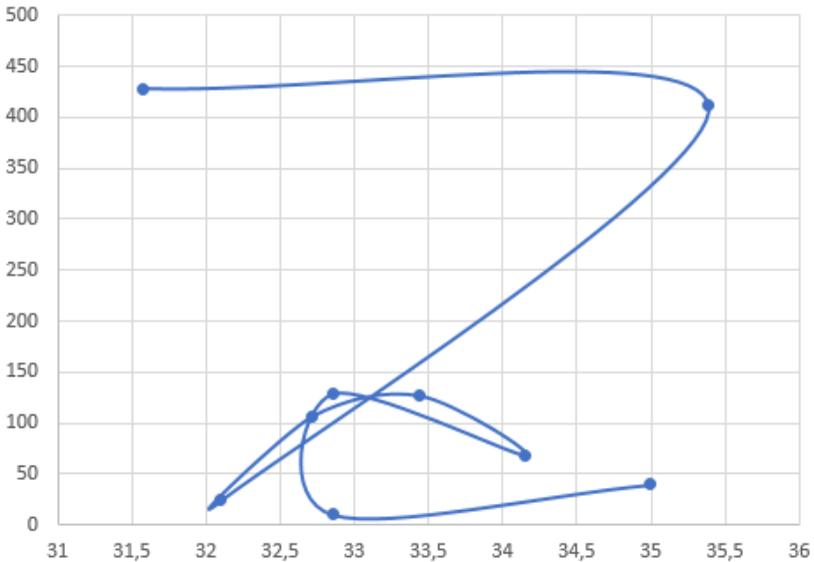


Fig. 3 La dimensione spettrale in secondi d'arco all'orizzonte marino, in funzione della rifrazione totale. Da destra in basso: 13.9.2019, 23, 24 e 31.12.2019, 16.2.2020, 13, 19, 20 e 21.8.2020. Gli ultimi tre tramonti hanno sperimentato giorni di forte

⁷ <https://refractiveindex.info/?shelf=other&book=air&page=Ciddor>

Costantino Sigismondi

maestrale 18 (nuvole all'orizzonte) e 19,8, poi in progressiva quiete, 20 e 21.

La variazione dei parametri misurati è decisamente maggiore che durante la stagione invernale.

I punti con i valori di d'' più bassi sono stati raggiunti nelle giornate più ventose 13.9, 23.12 e 19.8, ma a rifrazione totale ben diversa tra 35' e 32'. La più ventosa in assoluto è stata il 23.12.19.

Gli ultimi due valori, che completano la parte superiore della "Z", sono stati presi da 8 m sul livello del mare 20 agosto (dalla duna di sabbia più alta) e da 0,8 metri l'ultimo il 21 agosto: entrambi mostrano una dispersione di oltre 400'', pur sperimentando una differenza nella depressione dell'orizzonte di quasi 2' tra i due punti di osservazione. La rifrazione totale invece varia di 4 minuti d'arco, la massima variazione registrata, e in un solo giorno. L'azione rimescolante e rinfrescante del vento deve aver aumentato la rifrazione totale del 19 agosto, al valore estremo del 20. La giornata successiva, con poco vento, ha favorito lo stazionamento di aria calda e umida sopra il mare, riducendo la rifrazione complessiva al valore più basso della figura.

Conclusioni

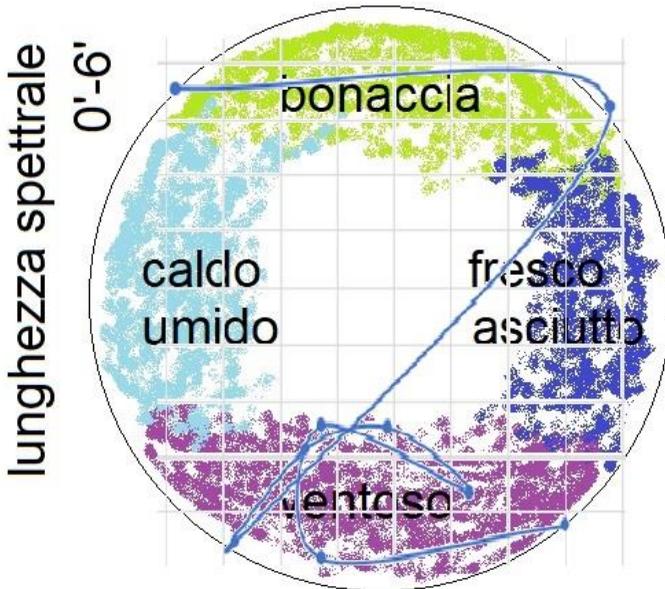
Riassumendo (tentativamente) nel grafico bidimensionale di figura 3, le varie condizioni meteorologiche relative alla temperatura/umidità e velocità del vento, possono contribuire al tipo di tramonto osservato:

sotto: vento forte

sopra: bonaccia

destra: fresco asciutto

sinistra: caldo umido



rifrazione all'orizzonte 31'-36'

Fig. 4 Schema riassuntivo della relazione esistente tra lunghezza spettrale e rifrazione assoluta all'orizzonte in dipendenza delle varie circostanze meteorologiche.

Il green ed il blue flash appaiono con grande dispersione e condizioni intermedie tra il caldo umido ed il fresco asciutto (mezza stagione). Il caso del 16 febbraio 2020 è stato eminente, ma non si è ripetuto nei giorni precedenti o seguenti, e si colloca in basso a destra, ma non in posizione estrema. Il 20 e 21 agosto 2020 hanno mostrato tramonti con un discreto green e accenno di blue flash, nella parte alta dello schema di fig. 4.

L'osservazione di altri tramonti con la misura di questi due parametri potrà raffinare meglio questo schema di figura 4, che in ultima analisi serve a prevedere il raggio verde o quello blu, più raro, a partire dalle condizioni meteo locali.

Referenze P. Candy, *Le meraviglie del Cielo*, Il Castello 1998

Calcolo dell'altezza effettiva dell'ombra della Terra

K. H. Lloyd (*Australian Defence Scientific Service*)

Planetary Space Science 1968, **16**, 1071-1073

(Ricevuto il 19 Febbraio 1968)

tradotto e annotato da

C. Sigismondi (*ICRA/Sapienza e ITIS Ferraris, Roma*)

(Come Festschrift in onore della prof.ssa Carmelinda Golino)

Un metodo comune per determinare le proprietà dell'alta atmosfera è mediante il rilascio di una nube di molecole, che diffonde in modo risonante la luce del Sole, da un razzo all'imbrunire (crepuscolo).

Il Sodio (Bedinger et al. 1858; Groves, 1960) e il monossido di alluminio (Rosenberg, et. al. 1964) sono usati di frequente in questi rilasci. Quando si programmano i lanci di un tale razzo al crepuscolo, è necessario calcolare l'altezza effettiva dell'ombra della Terra,¹ così che l'ombra possa essere alla massima altezza compatibile con le richieste dell'esperimento - cioè che la diffusione della luce da parte dell'atmosfera compresa tra noi ed il razzo sia ridotta al minimo.² Questo

¹Poiché l'articolo riguarda lanci di razzi, in verticale, l'altezza dell'ombra della Terra (solida, come specificano J. Marshall e R. Alan Plumb nel loro libro *Atmosphere Ocean and Climate Dynamics*, 1961) è considerata sulla verticale di chi osserva. Un razzo lanciato dopo il tramonto, per un certo tratto della sua salita resterà in ombra e solo ad una certa quota verrà illuminato dalla luce del Sole radente l'orizzonte.

²Il cielo di giorno è azzurro perché le molecole dell'atmosfera diffondono la luce del Sole in tutte le direzioni, con migliore efficienza per la lunghezza d'onda blu. Questa diffusione è stata spiegata da Lord Rayleigh e perciò è nota come diffusione o scattering di Rayleigh. Quando le molecole dell'aria non sono colpite dalla luce solare diretta non la diffondono e consentono di vedere meglio quello che c'è dietro di loro, come le stelle per esempio o le nubi di molecole rilasciate dai razzi

articolo commenta l'esperienza di calcolo delle altezze dell'ombra, e dell'osservazione del bagliore delle nubi prodotte da granate di monossido di alluminio.

Il gruppo di ricerca sull'alta atmosfera di Rosenberg ha sviluppato un metodo semi-empirico per calcolare l'altezza effettiva dell'ombra della Terra, h in km, come funzione della depressione del Sole ε° . Il tempo al quale la depressione del Sole ha un dato valore può essere ottenuto dalle eccellenti "Tavole di Tramonto, Levata e Crepuscolo" (1962)³. L'angolo di depressione è riferito al centro del Sole; il tramonto corrisponde alla calata sotto l'orizzonte geometrico del lembo superiore del Sole. Il metodo di Rosenberg (1966) per calcolare l'altezza effettiva dell'ombra della Terra è: $h=\varepsilon^2$. Questa regola fornisce l'ombra "geometrica" in modo sorprendentemente accurato (vedi tavola 1), dove l'ombra "geometrica" è definita come l'ombra che la Terra proietterebbe se non ci fosse atmosfera.

allo scopo di studiare l'alta atmosfera. *Foreground* rispetto a *Background*=sfondo dietro, è ciò che si trova tra noi e l'oggetto osservato.

³Oggi, 2019, noi utilizziamo le effemeridi online di calsky.com, che ci dà l'altezza del lembo solare superiore, e quella del centro del Sole anche se sotto l'orizzonte visibile, oppure i dati reperibili sempre online di Stellarium web, riferiti solo al centro del Sole (ma il lembo superiore si può ottenere sottraendo il raggio solare al centro del Sole).

TABELLA 1. COMPARAZIONE TRA ALTEZZA DELL'OMBRA DELLA TERRA CALCOLATA CON METODI DIFFERENTI

Depressione del Sole ϵ°	Altezza dell'Ombra della Terra h [km]			
	Ombra geometrica $h = R(\sec \epsilon - 1)$	metodo di Rosenberg $h = \epsilon^2$ (Rosenberg)	Metodo completo che include assorbimento e rifrazione*	
			$\lambda = 450 \text{ nm}$	$\lambda = 650 \text{ nm}$
5	24	25	40	32
6	35	36	49.5	42.5
7	48	49	63	55
8	63	64	77.5	69.5
9	79	81	94	86
10	98	100	111.5	103.5
11	119	121	132	124
12	142	144	155	146.5
13	167	169	180	171
14	195	196	206	197.5

*Definiti per l'altezza a cui l'intensità della luce del Sole è ridotta al 10% con 1/4 della zona di penombra inclusa

Quando cominciammo ad interessarci nei rilasci di contaminanti al crepuscolo, ci sembrò necessario includere l'effetto di rifrazione quando calcolavamo l'altezza dell'ombra (Lloyd e Low, 1964). Trovammo che la rifrazione faceva una grande differenza sull'altezza dell'ombra, ossia, a 100 km l'altezza dell'ombra è ridotta di 25 km dal suo valore "geometrico". Comunque, come Johnson (1965) ha mostrato, l'altezza effettiva dell'ombra è sempre molti chilometri sopra l'altezza "rifratta" dell'ombra. Egli ha trovato anche che l'altezza effettiva dell'ombra per la linea del KI a 769.9 nm è più bassa di quella KI 404.4 nm. Questa osservazione immediatamente suggerisce che l'aumento nell'altezza dell'ombra sia dovuto all'assorbimento atmosferico dei raggi del Sole da parte dell'atmosfera della Terra.⁴

⁴Il calcolo della posizione dell'ombra "geometrica" viene fatto tirando una linea dal bordo superiore del Sole, tangente alla superficie della Terra dove sta tramontando in quel momento, fino nell'atmosfera che si trova nella direzione opposta al Sole. L'atmosfera stessa però assorbe i raggi luminosi, che in queste condizioni di radenza percorrono grandi distanze, e pertanto si comporta come uno schermo posto ad una certa

Al fine di calcolare l'ampiezza di questo effetto a Woomera,⁵ abbiamo determinato il coefficiente locale di assorbimento atmosferico nel continuo.⁶ Ciò è stato fatto misurando il tasso di cambio dell'intensità della luce del Sole al variare dell'angolo zenitale.⁷ Abbiamo trovato che il nostro risultato per il coefficiente di assorbimento atmosferico è in ottimo accordo con i valori pubblicati da Allen (1963), eccetto oltre i 700 nm, dove i nostri valori sono più grandi. Questo suggerisce che l'atmosfera a Woomera contenga un numero di particelle di circa $1 \mu\text{m}^8$ di diametro maggiore della media. Da

altezza da terra. *Quando l'ombra non è proiettata dalla Terra solida, ma dall'atmosfera ad un'altezza h_0 possiamo trovare una correzione all'altezza di intersezione [tra il raggio di luce e la verticale] calcolata noi. Chiameremo h_0 l'altezza di schermo (Vegard, 1940).* Questo fenomeno di schermo da parte dell'atmosfera diventa evidente in alcuni tramonti estivi, quando l'umidità fa sparire il Sole dalla vista anche un grado sopra l'orizzonte (e.g. caso del 21 agosto 2019 su youtube). Ho calcolato che l'azione di schermo del vapor d'acqua sulla luce del Sole in quei casi è superiore a quello di trenta volte lo spessore dell'atmosfera pura allo zenit.

⁵È la zona più vasta al Mondo dedicata a test militari, la zona proibita di Woomera nel Sud dell'Australia è celebre.

⁶Lo spettro luminoso si distingue in continuo e righe di emissione/assorbimento. Quello continuo è offerto dalla luce del Sole (anche se ha le righe di assorbimento di Fraunhofer), quello di assorbimento/emissione riguarda determinate lunghezze d'onda o colori specifici e può differire anche di molto da una lunghezza d'onda all'altra. Di solito la luce di lunghezza d'onda λ tende ad essere assorbita in modo più efficiente quando incontra ostacoli di dimensione simile a λ .

⁷L'angolo zenitale è la distanza angolare dallo zenit, il punto che si trova sulla verticale dell'osservatore. L'angolo zenitale è variato lanciando razzi a diverse altezze ed osservando la luce diffusa dalle nubi di contaminanti rilasciate dalle granate in quota. Questa luce viene diffusa secondo lunghezze d'onda ben precise di cui i valori sono nel testo.

⁸ $1 \mu\text{m}$ sono 1000 nm. La lunghezza d'onda infrarossa qui considerata, $\lambda=770$ nm, viene assorbita meglio da particelle di 1000 nm. Particelle molto più piccole della propria lunghezza d'onda la luce "non le vede", le aggira facilmente; le più grandi invece sono degli ostacoli quasi insormontabili,

questa conoscenza sul coefficiente di assorbimento dell'atmosfera della Terra, abbiamo computato la decrescita nell'intensità di un raggio che realizza un passaggio completo nell'atmosfera della Terra, come funzione dell'altezza minima h_0 del raggio luminoso rispetto alla superficie terrestre. Il limite dell'ombra effettiva è quindi arbitrariamente definito come l'altezza alla quale l'intensità della radiazione solare è diminuita di un dato fattore.⁹

Per rilasci di materiale contaminante una definizione buona è l'altezza a cui il 10% è trasmesso ad una data lunghezza d'onda. L'altezza di schermo, h_0 , che dipende dalla lunghezza d'onda, vale dunque 10-25 km.

eccetto un po' di diffrazione che consente ad una frazione minima dei fotoni di girare intorno agli ostacoli. Su youtube ho ripreso i raggi solari che subiscono la diffrazione da un ostacolo "infinito" (rispetto a λ) che è la colonna presso lo Scorpione nella Meridiana Clementina a Roma.

⁹Questa definizione tiene conto anche del fatto che l'ombra della Terra non è proprio una linea netta, ma una regione di cielo in cui l'intensità luminosa decresce rapidamente. Si stabilisce il criterio del $\frac{1}{4}$ che oggi si può applicare con una certa facilità analizzando le nostre foto digitali al cielo orientale dopo il tramonto, con un software di fotometria come IRIS.

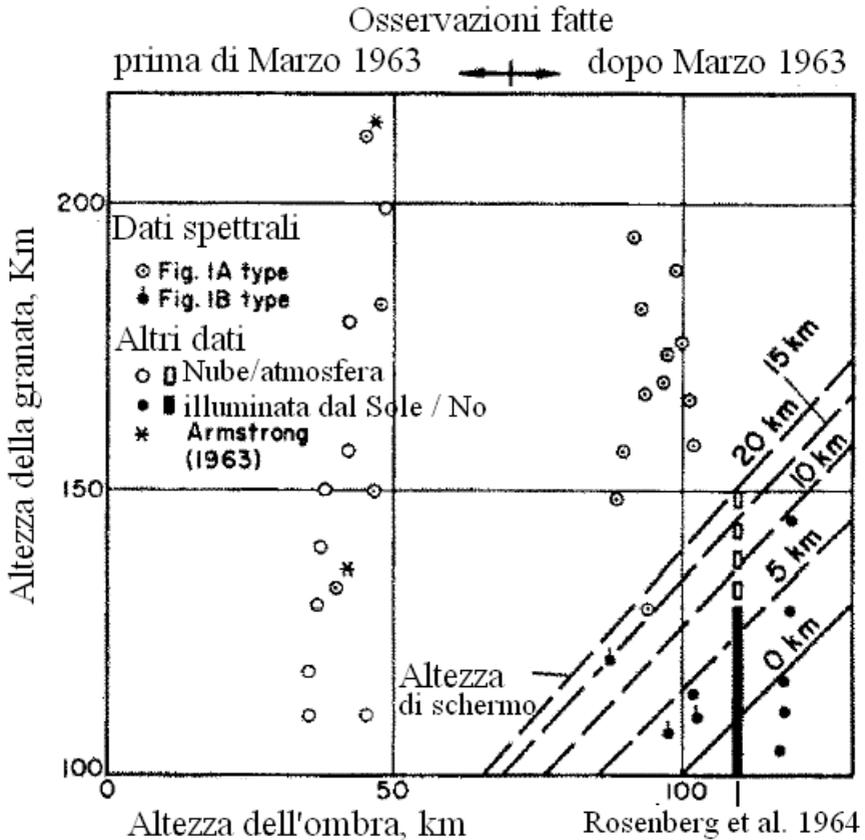


Figura 1. Altezza dello schermo¹⁰ da osservazioni a Woomera

I risultati presi da Lloyd (1967) sono confrontati con le osservazioni di Johnson (1965) nella figura 1, che differisce leggermente dalla figura 2 di Jonhson. Alla lunghezza d'onda

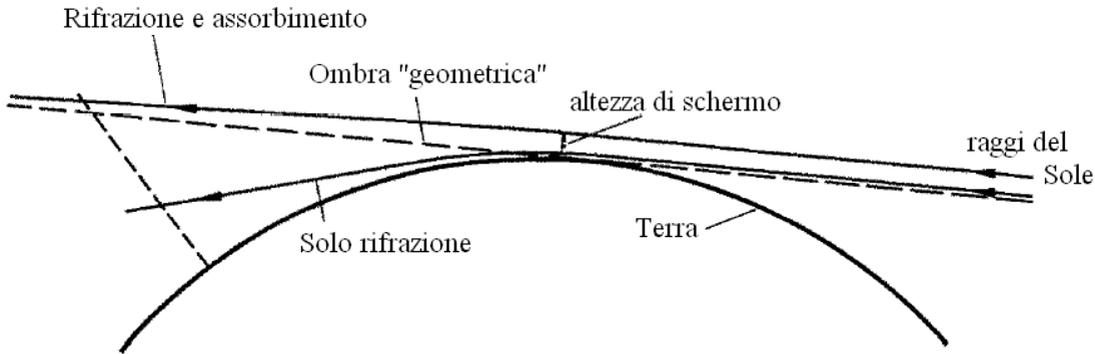
¹⁰Lanciando una granata a 100 km di quota ne vedo la nube finché l'ombra geometrica (schermo a 0 km) la copre a t_0 , oppure alzandosi lo schermo fino a 20 km, l'altezza dell'eplosione della nube di AIO deve elevarsi almeno a 130 km (dati col cerchietto col punto in mezzo e col rettangolo vuoto) per essere illuminata dal Sole nello stesso istante t_0 . A $t = t_0$ sopra i 140 km la luce del Sole arriva tutta.

delle bande dell'Ossido di Alluminio AlO, $\lambda=490$ nm, l'altezza di schermo h_0 vale circa 15-20 km,¹¹ che corrisponde al 5-20% di trasmissione della luce solare. Alla lunghezza d'onda dello Ioduro di Potassio KI, $\lambda=770$ nm, l'altezza di schermo è circa 2 km, che corrisponde a meno dell'1% di trasmissione per la luce del Sole. Le osservazioni delle nubi luminescenti che portano a questi risultati erano state fatte nell'Ottobre 1963. Sembra che l'assorbimento atmosferico nell'infrarosso fosse minore di quello ottenuto dalle nostre osservazioni, che erano di Maggio 1964 e Novembre 1964. Se il coefficiente di assorbimento a $\lambda=770$ nm si fosse ridotto di circa il 70% ad un valore leggermente inferiore a quello riportato da Allen (1963) quelle osservazioni sarebbero consistenti con il 10% di trasmissione della luce solare.

Queste osservazioni mettono in evidenza la maniera critica in cui l'altezza effettiva dell'ombra dipende dal coefficiente di assorbimento.¹²

¹¹La fluttuazione tra 15 e 20 km indica sia la variabilità intrinseca del fenomeno osservato, sia l'incertezza sperimentale di ogni misura reale. In altre parole a condizioni atmosferiche diverse può corrispondere un'altezza di schermo diversa, che nell'area Mediterranea può essere un fattore estremamente più variabile dei deserti australiani. Nell'articolo sull'altezza di schermo calcolata per le nubi nottilucenti a 82 ± 1 km di quota, osservate in Scozia, l'altezza di schermo viene valutata a 7 ± 1 km, mentre altri autori la danno a 30 km. (M. Taylor, et al., *The effect of atmospheric screening of noctilucent clouds*, J. Atmospheric and Terrestrial Physics, **46**, 363 (1984).)

¹²La presenza o meno di particolato in alta atmosfera può cambiare di molto il coefficiente di assorbimento. Inquinamento ed eruzioni vulcaniche possono modificare questi parametri su tempi scala differenti (anni, mesi, giorni). Le variazioni osservate a Woomera per l'infrarosso 770 nm possono dipendere dalle eruzioni vulcaniche che rilasciano nella stratosfera particelle micrometriche, che restano lì molto a lungo. Ad esempio l'isola di Surtsey, vulcanica, apparve proprio nel 1963.



È un errore comune pensare che il cambiamento nell'altezza effettiva dell'ombra, per differenti altezze di schermo, sia comparabile con il cambiamento nell'altezza di schermo.¹³ Ciò non è così. La percentuale di cui un raggio è rifratto diminuisce rapidamente all'aumentare dell'altezza di schermo; e l'altezza dell'ombra è aumentata corrispondentemente dalla diminuzione in rifrazione, come è per l'aumento dell'altezza radente (Lloyd, 1967).

Figura 2. Mostra come gli effetti della rifrazione e dell'assorbimento¹⁴ si annullano a vicenda.

¹³Come a dire che l'altezza dello strato schermante non influisce tantissimo sull'altezza dell'ombra, poiché la rifrazione è maggiore proprio quando lo schermo è più efficiente. Quindi la grande variabilità che abbiamo presso il mare Tirreno potrebbe non riflettersi su grandi variazioni nell'altezza dell'ombra della Terra a parità di depressione solare.

¹⁴L'effetto dell'assorbimento non fa deviare il raggio, ma lo blocca. Tutti i raggi che arrivano al di sotto dell'altezza di schermo non giungono sopra la verticale dell'osservatore che è designata dalla linea tratteggiata a sinistra in basso. La rifrazione piega i raggi in basso e quindi li porta quasi a coincidere con quelli che -senza subire alcun assorbimento- andrebbero a descrivere l'ombra "geometrica" ossia tangente alla sfera terrestre.

Avendo determinato la rifrazione e l'assorbimento dei raggi del Sole dall'atmosfera terrestre, noi possiamo calcolare l'altezza effettiva dell'ombra come funzione della depressione del Sole. Un fattore finale che deve essere incluso nel calcolare l'altezza effettiva dell'ombra è l'angolo finito che il Sole sottende alla distanza della Terra. Questo vale 32 minuti d'arco, e causa una zona di penombra che è profonda circa 10 km a 100 km di altitudine.¹⁵

Definiamo il bordo dell'ombra situato ad un quarto sopra il fondo della zona penombrale. Ciò è consistente con il criterio del 10% della radiazione trasmessa, che abbiamo usato per definire l'altezza dell'ombra in presenza di assorbimento da parte dell'atmosfera terrestre. I risultati del calcolo completo delle altezze dell'ombra per due lunghezze d'onda è dato in Tabella 1. È stato visto che l'ombra per un raggio la cui lunghezza d'onda è 450 nm si trova sopra quello di 650 nm, e che entrambi sono leggermente più alti dell'ombra "geometrica". Ci ha sorpreso che i maggiori effetti di rifrazione ed assorbimento quasi si annullano l'un l'altro, e che l'altezza dell'ombra calcolata includendo tutti questi effetti non differisca di molto dall'altezza dell'ombra "geometrica".

La figura 2 mostra come ciò accada. Notare che è solo tra 100 km e 300 km di altitudine che le altezze dell'ombra "geometrica" ed effettiva quasi coincidono. Sotto i 100 km l'ombra "geometrica" è troppo bassa, e sopra i 300 km diventa

¹⁵La penombra su uno schermo dove è proiettato il Sole è quella regione prima dell'ostacolo, dove la luce solare non arriva più da tutto il disco solare. Angolarmente la penombra si estende quanto l'angolo sotteso dal Sole, che è pari a circa 1/100 di radiante (alla distanza Terra Sole di 150 milioni di km, il diametro solare di 1.5 milioni di km sottende 1/100 di radiante). Dunque una penombra di 10 km presuppone un percorso di circa 1000 km dalla radenza allo strato schermante fino all'ultimo strato di atmosfera su cui è proiettata la luce del Sole.

via via troppo alta.

Una buona approssimazione ai risultati dati precedentemente può essere ottenuta modificando leggermente il metodo di Rosenberg (1966) per dare¹⁶

$$h \text{ (km)} = \varepsilon^2 \text{ (gradi}^2\text{)} + \begin{matrix} 11 & \text{per } \lambda = 450 \text{ nm} \\ 3 & \text{per } \lambda = 650 \text{ nm} \end{matrix}$$

Ringraziamenti — Sono indebitato con C. H. Low di questo Istituto, che ha giocato un ruolo chiave nello sviluppare le idee qui descritte, e con il quale le osservazioni sul coefficiente di assorbimento atmosferico sono state fatte.

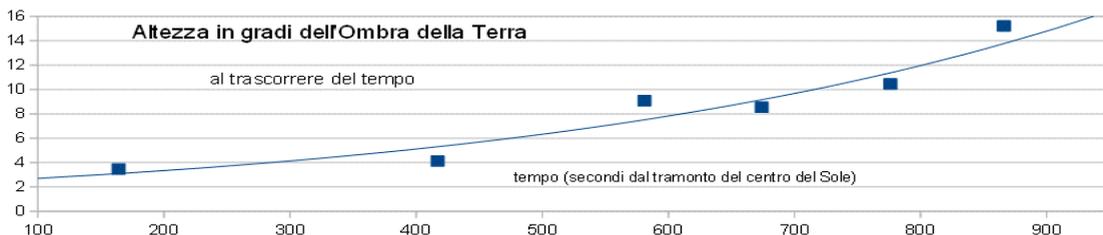
Bibliografia

- C. W. Allen, *Astrophysical Quantities*, 2nd Edition. Athlone press, University of London (1963).
- J. Bedinger, E. Manring, and G. Ghosh, *Study of sodium vapour ejected into the upper atmosphere. Journal of Geophysical Research*. **63**, 19-31 (1958).
- G. V. Groves, *Upper-atmosphere wind studies by Skylark rocket sodium experiment. Nature* **187**, 1001 (1960).
- E. R. Johnson, *Twilight resonance radiation of AlO in the Upper Atmosphere. J. Geophys. Res.* **70**, 1275-1277 (1965).
- K. H. Lloyd and C. H. Low, *Earth Shadow Computations for twilight rocket experiments. W. R. E. Tech. Note. HSA* **99** (1964).
- K. H. Lloyd, *Atmospheric absorption of solar radiation, with particular reference to twilight contaminant releases. W. R. E. Tech. Note. HSA* **123** (1967).
- N. W. Rosenberg, D. Golomb and E. F. Allen, *Resonance radiation of AlO from trimethylaluminum released into the upper atmosphere. J. Geophys. Res.* **69**, 1451-1452 (1964).
- N. W. Rosenberg, Private Communication (1966).
- Tables of Sunrise, Sunset and Twilight*, Supplement to the American Ephemeris, Government Printing Office, Washington, D. C. (1962).

¹⁶La formula per $\lambda=450$ nm riguarda la luce azzurra, mentre per $\lambda=650$ nm quella rossa.

Osservazioni di altezza angolare dell'ombra della Terra da Roma dopo il tramonto dell'11 dicembre 2019

Costantino Sigismondi (ICRA/Sapienza e ITIS G. Ferraris)



Da una sequenza di foto digitali abbiamo ottenuto una tabella di altezze angolari del limite dell'ombra della Terra sopra l'orizzonte Nord-Orientale, opposto all'azimut del tramonto, in funzione del tempo in secondi, trascorso dal tramonto geometrico.¹⁷

L'altezza angolare dell'ombra può essere ridefinita usando il software IRIS per valutare dove l'intensità del cielo scende al 10%, e corretta a partire dall'altezza della Luna piena da ricavare con le effemeridi, presente nelle fotografie. Questa circostanza è particolarmente favorevole per ottenere dati accurati.

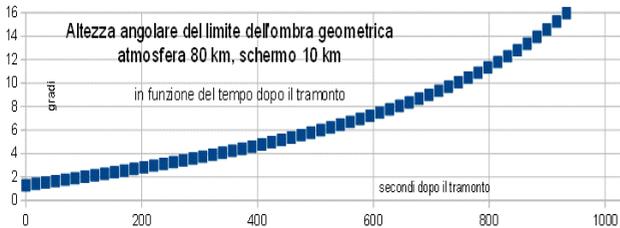


Realizzando un modello su Excel di altezza angolare dell'ombra geometrica, all'intersezione con un cerchio di

¹⁷ Le osservazioni sono state condotte dagli studenti del progetto PON di Fisica 2019-2020 “Una base per tutti” tenuto dall’11 dicembre al 29 gennaio 2020 a Roma, all’IIS F. Caffè e al lungomare di Ostia.

altezza massima k sopra la sfera terrestre al trascorrere del tempo, ho trovato che il valore del parametro $k=46$ km rappresenta bene i dati osservati, da 400 secondi a 900, senza tenere conto dell'altezza di schermo, che probabilmente determina l'angolo iniziale, che nel nostro modello è zero, mentre nei dati vale già 3.46° a 164 s dal tramonto geometrico. Per simulare l'altezza di schermo aggiungo s km al raggio terrestre di 6378 km. Con $s=10$ km $k=80$ km ho un accordo migliore con i dati. Questo modello considera l'atmosfera come una sfera riflettente a 80 km da Terra, e l'ombra prodotta da una sfera a 10 km dalla superficie: è puramente geometrico, tuttavia rende bene ragione dell'andamento angolare osservato dell'ombra della Terra che sale accelerando con il trascorrere del tempo.

Foto: la Luna alle 16:37:46 dell'11/12/19 già nell'ombra della Terra o *Venus Belt*



Misura del raggio della Terra con un orologio a cronometro

Michael Richmond ()

Versione 23 dicembre 2015

tradotto e annotato da

C. Sigismondi (*ICRA/Sapienza e ITIS Ferraris, Roma*)

È possibile misurare il raggio della Terra con un solo orologio a cronometro?¹ La risposta sarà solo approssimata,² ma ciò è

¹ L'uso del cronometro è molto istruttivo, ma il cronometro manuale sportivo è purtroppo in disuso, molto più facile è che uno studente, a cui questo articolo è destinato, abbia con sé lo smartphone. A quel punto piuttosto che il cronometro consiglio di attivare il video. Anche in modalità VGA (30 frames per secondo) il video consente di selezionare i fotogrammi in cui il lembo del Sole compare per la prima volta o sparisce con una precisione di un singolo fotogramma. Col video VGA e con programmi di lettura video ordinari (da computer) riesco a vedere 15 fotogrammi nello spazio di un secondo di tempo. Svolgendo questa analisi al telefonino, con la tecnica del doppio click rapido, riesco a far avanzare e fermare il video in modo da vedere 6/7 frames in un singolo secondo di tempo. Quindi la precisione che si può raggiungere col video parte da 1/7 di secondo ossia da circa 0.14 s, nella determinazione dell'istante di sparizione. L'altro punto da tenere sotto controllo è l'altezza sul livello del mare del telefonino, che farà le veci del nostro occhio. Per questo conviene predisporre in anticipo due postazioni fisse, una "in piedi" e l'altra "sdraiata" dove si collocherà lo smartphone nella sequenza temporale raccomandata dall'autore. Avendo a disposizione l'orizzonte marino del Tirreno da Ostia noi studieremo il tramonto del Sole. D'inverno dal pontile di Ostia sono possibili due postazioni "comode": al suolo e ad un metro da terra, ma conviene predisporre qualcosa a 2 metri, con una precisione della posizione dell'obbiettivo della telecamera ± 5 mm per aumentare l'intervallo di tempo tra le due sparizioni.

² Nelle annotazioni mostro le strategie per affinare questo esperimento: una precisione relativa di $0.5/2000=1/4000$ per quanto riguarda l'altezza sul livello del mare. Non teniamo conto della marea, che a Ostia può avere

meglio che niente.

L'idea di base è utilizzare un tramonto/levata del Sole o della Luna in un modo particolare:

escursioni fino a 30 cm nei giorni di Luna piena/nuova equinoziali, tuttavia in senso assoluto la quota sul livello del mare conta nel determinare l'istante di sparizione del Sole: se il mare si avvicina a noi che stiamo sul pontile (alta marea) anche l'orizzonte si alza un pochettino, e l'istante di sparizione finale del Sole anticipa rispetto ad una situazione opposta (bassa marea). Di quanto? Anche questo può essere calcolato con un modello sferico basato sul teorema di Pitagora. Riguarda alla precisione sul tempo un settimo di secondo su dieci secondi, dà una precisione relativa di 1/70. Vedendo il video al Computer e spostando di un fotogramma alla volta, la precisione raggiungibile è di 1/15 s, fino a 1/30 s nella modalità HD (60 fps, che corrispondono a 30 fotogrammi al secondo effettivi). Ci sono anche modalità più potenti fino a 200 fps, che non hanno tutti i modelli di telefonino, in tal caso la precisione scende a 1/100 s. La precisione relativa su un intervallo di tempo di 10 s (lievemente sottostimato dal dato pubblicato da Michael Richmond) varia tra 1/150-1/300 con qualunque telefonino, fino a 1/1000 con i 200 fps. La combinazione delle due incertezze attese nel calcolo (fatto con il corretto modello della Terra) è dunque la somma delle due incertezze (argomento della propagazione degli errori... che qui semplifico brutalmente, ma senza fare grossi danni) e si vede che $1/2000+1/150$ vale circa 1/150. Matematicamente con il minimo comune multiplo la somma vale $2150/300000=7.17\cdot 10^{-2}$, mentre $1/150=6.67\cdot 10^{-2}$, ma dal punto di vista fisico la differenza di $4\cdot 10^{-3}$ sposta poco rispetto a $7\cdot 10^{-2}$, incide come 4 su 70, perciò ho affermato che $1/2000+1/150$ vale circa 1/150. Tradotto in km sul raggio terrestre, dal valore di 6378 km l'errore relativo di $7.17\cdot 10^{-2}$ è pari a 45.7 km. Se vogliamo ottenere una precisione paragonabile a quella dell'esperimento di Eratostene tra Syene (Assuan) ed Alessandria d'Egitto dobbiamo usare un video. L'incertezza che avrebbe la misura fatta col cronometro non potrebbe essere migliore di $\frac{1}{4}$ di secondo, e su 10 secondi diventa 1/40, che sul raggio terrestre diventa $6378/40=160$ km, che è compatibile con quella inviata da tanushree e pubblicata da Richmond.

Per una levata

1. stare in piedi davanti all'orizzonte Est
2. appena vedi il lembo superiore del Sole (Luna) che appare sopra l'orizzonte fai partire il cronometro
3. stenditi a terra velocemente
4. continua a guardare l'orizzonte Est. Il Sole (Luna) dovrebbe essere sparito -per un breve tempo- sotto l'orizzonte.
5. Come il lembo superiore del Sole (Luna) riappare, ferma il cronometro

Per un tramonto

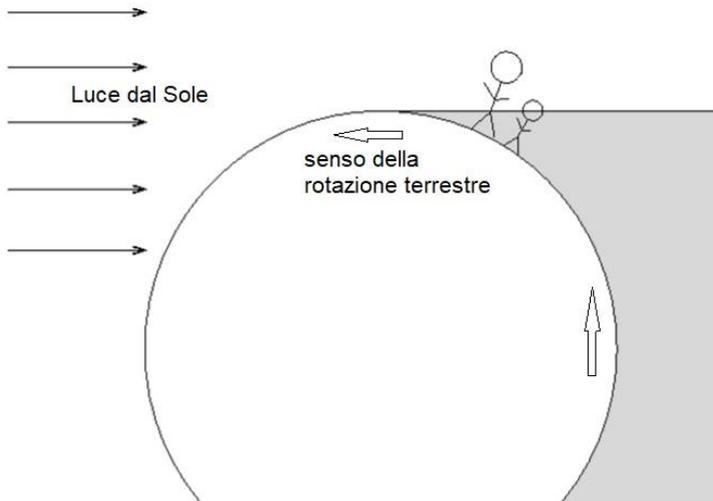
1. sdraiati a terra e guarda l'orizzonte Ovest
2. Appena vedi il lembo superiore del Sole (Luna) sparire sotto l'orizzonte fai partire il cronometro
3. Alzati in piedi velocemente
4. Continua ad osservare l'orizzonte Ovest, dove il Sole (Luna) riappare brevemente
5. Appena sparisce di nuovo il lembo superiore ferma il cronometro

Il tempo che è impiegato per Sole o la Luna a riapparire/sparire è legato all'angolo del quale la Terra ha ruotato su se stessa tra le due sparizioni (apparizioni).

Se puoi misurare accuratamente il tempo, puoi calcolare l'angolo precisamente, con la seguente proporzione:

tempo tra le due sparizioni : al giorno intero = angolo : 360°

Grande Sam e piccolo sam sono in piedi aspettando il sorgere del Sole; chi lo vedrà prima (fig. 1)?



http://spiff.rit.edu/classes/phys230/extra/earth_radius/earth_rad.html

Il Grande Sam vedrà il Sole sorgere prima perché la sua testa uscirà dall'ombra della Terra prima, il piccolo sam dovrà aspettare che la Terra ruoti un po' di più perché la sua testa esca dall'ombra.

Esattamente lo stesso effetto accade quando osservi una levata: ci sarà un momento particolare quando vedrai apparire il Sole. Se rapidamente ti sdrai, così che la tua testa sia effettivamente a livello del suolo, allora la Terra dovrà ruotare un altro poco per portarti nella luce.

Se conosci questo angolo θ , e conosci la tua altezza H , puoi usare della semplice trigonometria per calcolare il raggio della Terra R .

Provalo.

Se avrai la possibilità fai questo esperimento più volte in differenti occasioni.³ Come i risultati sono in accordo tra loro?⁴

La risposta dipende dalla tua latitudine? Tutti i diagrammi che ho disegnato sono riferiti ad un osservatore all'equatore. Ciò

³ Nel tramonto a Ostia del 14 dicembre 2019 (si veda il canale youtube di Costantino Sigismondi) e anche in quello da Roma, visto insieme, dell'11 dicembre 2019, l'ultimo lembo di Sole è stato visibile solo al telescopio, poiché il velo di nubi ne accoglieva la luce rendendo impossibile distinguere ad occhio nudo l'evento di tipo ON/OFF della sparizione della luce. In questo caso occorrono due postazioni fisse con telescopio, e una singola persona, a meno di un puntamento molto veloce non riesce a includere nel video anche la seconda sparizione.

⁴ Nella nota 2 abbiamo valutato a priori l'incertezza di misura, sulla base di calcoli. È possibile che qualche fattore che influisca sul risultato di un esperimento non sia stato considerato nei calcoli; la maniera migliore di includerlo è allora fare più volte l'esperimento e vedere come i risultati si presentano. In Fisica questo serve anche a controllare il modello che abbiamo del fenomeno che stiamo studiando. Se i dati vanno in accordo col modello, significa che il modello spiega bene il fenomeno, se i dati se ne discostano significa due cose: o che il modello è sbagliato e va cambiato, oppure che i dati sono soggetti ad errori di misura da eliminare, o entrambe le cose insieme. Questo modo di procedere in Fisica è la peculiarità del metodo scientifico. Un modello è sempre messo alla prova dai dati sperimentali, e questi devono essere presi nel miglior modo possibile. Le parole di Harlow Shapley (1885-1972), astronomo che nel XX secolo studiò la struttura della nostra Galassia, sono esemplificative: “Le Teorie vanno e vengono, una buona osservazione resta per sempre”. Questa citazione me la riferì, a Yale, Dorrit Hoffleit (1907-2007) che aveva lavorato con Shapley ad Harvard, quando lavoravo lì nel 2000-2002. Su internet troviamo delle citazioni, anche umoristiche, di Shapley, quella più vicina sembra la seguente: “nessuno si fida dei modelli, eccetto chi li ha concepiti, e tutti si fidano delle osservazioni, eccetto chi le ha fatte”. Benvenuti nell'affascinante mondo della Fisica, e... a buon intenditor, poche parole...

influisce?⁵

Accolgo volentieri i reports da chiunque abbia fatto questo esperimento. Per favore spedisci i tuoi risultati a mwrsp@rit.edu e li includerò in una versione aggiornata di questa pagina.

Per un'altezza di 165 cm è stato preso un tempo di 10 s, con raggio terrestre pari a 6200 km.

⁵ La latitudine del luogo è uno dei dati che occorre inserire nella pagina web di calcolo dell'inclinazione della traiettoria del Sole rispetto ad una linea parallela all'orizzonte. Sappiamo bene che al momento del transito meridiano il Sole "si muove" parallelamente all'orizzonte. Poco prima sale, e poco dopo scende, sempre continuando il suo moto diurno da Est verso Ovest. Se al momento del passaggio meridiano del giorno 14 dicembre, quando il Sole appare a 24.926° sull'orizzonte di S. Maria degli Angeli a Roma, ci spostassimo 25° più a Nord, alla latitudine $41^\circ 54' 11'' + 25^\circ =$ quasi 67° che cosa vedremmo? Il Sole che si muove radente all'orizzonte. Quanto tempo impiegherebbe a tramontare? Diversi minuti...perché la traiettoria è quasi parallela all'orizzonte. Pensate che nelle regioni polari il tramonto e la fase crepuscolare può durare anche un mese attorno agli equinozi. Dunque senz'altro bisognerà tenere conto della latitudine... ma non lo faccio prima di avere dati miei in mano. Fin'ora ho solo misurato le durate dei tramonti dal contatto del lembo inferiore alla sparizione di quello superiore. In qualche video riferisco quando lo vedo sparire io circa 40 cm più in alto della videocamera, ma ora faremo l'esperimento per bene.

Le eccezioni a questo modello geometrico, a causa delle differenti condizioni di rifrazione, sono molteplici, e discusse nell'articolo sulla rifrazione a $47'$ sotto l'orizzonte di Ostia.

Misura del raggio terrestre al tramonto del 28 febbraio 2020

C. Sigismondi (*ICRA/Sapienza e ITIS Ferraris, Roma*)

Submitted February 28, 2020. Accepted September 1st, 2020

Abstract application of the method of Richmond (2015) to the observations made at Ostia on February 28, 2020 at sunset. The radius of the Earth obtained with these data reflects the refracting conditions of the atmosphere. A technique for a naked-eye observation and efficient data recording is shown in detail, also vocal timing is taken into consideration.

Condizioni meteo La giornata è stata particolarmente bella, molto serena sia al transito meridiano che al tramonto. Circa 90 minuti prima del tramonto a Sud Ovest c'erano delle nubi bianche che non occultavano il disco solare, ma nel diffondevano molto la luce.

Il luogo scelto per l'osservazione anche per la vicinanza dalla stazione del treno è stato la Spiaggetta, accessibile velocemente dalla Metro Stella Polare. Sono arrivato al punto di osservazione alle 17:52 ed ho subito collocato a terra un disco dorato dove posare il ginocchio, essendo umida la sabbia vicino alla battigia.

Procedimento delle misure Accucciato, avevo la testa a 8 cm dalla sabbia, ed osservavo il Sole con il monocolo 7x18 diaframmato a 5.5 mm. Da in piedi osservavo ad 1.78 m dalla sabbia e 2.08 m dal livello del mare.

La luminosità del Sole era tale da non consentire una visione diretta ad occhio nudo, senza esserne abbagliati, per tutte le fasi del tramonto.

L'esperimento, condotto interamente a vista, senza video, era pensato per verificare diversi parametri durante la fase di tramonto geometrico, da due altezze sul livello del mare.

La tabella seguente preparata prima dell'osservazione è stata riempita immediatamente dopo, per non dimenticare i dettagli selezionati. Nella colonna 2 osservo da terra, la 3 da in piedi.

1. Schiacciamento verticale dell'immagine solare	Forte	Forte
2. Intervallo di tempo tra il riflesso e il contatto col riflesso	Assente il riflesso	Assente il riflesso
3. Tempo assoluto di contatto 1 accucciato /in piedi	17:56:23 incerto per il forte schiacciamento	incerto
4. Intervallo di tempo tra il riflesso e il contatto col riflesso	nullo	nullo
5. Colore del Sole e suo gradiente	Fulgido senza gradiente	Fulgido senza gradiente
6. Tempo assoluto di metà transito	-----	17:58:04
7. Tempo assoluto di contatto 2 accucciato/in piedi	17:59:31 incerto per il Sole rettilineo acromatico	17:59:40 incerto per il Sole rettilineo e acromatico
8. Raggio verde	Assente ogni cromatismo	Assente ogni cromatismo
9. Raggio blu	Assente ogni cromatismo	Assente ogni cromatismo

La seconda colonna di dati corrisponde all'altezza della testa a circa 8 cm dalla sabbia, e circa 30 cm sul livello del mare, la terza colonna 170 cm più in alto, da in piedi.

Durante l'osservazione della fase conclusiva del tramonto a terra, un'ondina lontana ha occultato completamente il Sole che era un piccolo settore circolare, quasi una striscia, per un momento, confermando che l'osservazione era la più bassa mai realizzata fin'ora da me.

Il mare era calmo e nei 7 minuti di osservazione le onde non si sono mai avvicinate al punto di osservazione, dove ero io con gli strumenti posati sulla sabbia. Il moto ondoso doveva essere stato maggiore nelle ore precedenti, poiché la zona che avevo scelto era ancora inumidita. Un'onda anche piccola, ma energica, come sono quelle invernali, mi avrebbe bagnato senz'altro pantaloni e zaino con gli strumenti.

La temperatura era attorno ai 16 °C.

Durata del tramonto, raggio terrestre e rifrazione atmosferica

Dal tempo tra i contatti preso accucciato e quello tra il mezzo transito e la sparizione da in piedi ho stimato la durata del tramonto pari a (190 ± 2) s.

Corrispondendo questa durata ad un diametro angolare da effemeridi pari a $1937.66''$, il ritardo di circa 9 s riscontrato alla sparizione corrisponde ad un angolo spazzato dal bordo del Sole sotto il primo orizzonte geometrico pari a $(9/190) * 1937.66'' = \text{circa } 90''$.

La tangente di questo angolo è pari al rapporto $1.7\text{m}/\sqrt{(2Rh)}$ tra la differenza d'altezza dei due punti di vista e la distanza dell'orizzonte geometrico ad altezza $h=178+30 \text{ cm}=2.08 \text{ m}$ sul livello del mare.

Passando dai secondi d'arco ai radianti, per cui la tangente di un angolo piccolo è pari all'angolo stesso, otteniamo

$$90/3600/57,28=1.7/\sqrt{(2*R*2.08)}$$

da cui $R=3647 \text{ Km}$.

Il valore del raggio terrestre da questi dati riesce per difetto, essendo circa il 57% del valore vero.

Differente durata del tramonto da terra e da in piedi

Dalla postazione accucciata il tramonto è durato 3 min 08 s, da quella in piedi valutando l'istante di mezzo tramonto, in cui il Sole è tagliato a metà, e i lembi destro e sinistra cadono verticali rispetto all'orizzonte marino, il tramonto risulta essere durato 3 min 12 s.

Questa differenza potrebbe determinarsi da una rifrazione maggiore entro i 90" sotto il primo orizzonte relativo ai 30 cm s.l.m., rispetto a quella immediatamente prima dell'almucantarato zero per la postazione accucciata. Per la seconda postazione in piedi l'almucantarato zero si alza di 90" sull'orizzonte marino, che diventa almucantarato -90" per la posizione accucciata (invisibile da lì), e lì la rifrazione atmosferica è maggiore che ad almucantarato zero.

L'immagine solare, se fosse stata ripresa in contemporanea da due telecamere a queste diverse altezze, dovrebbe risultare un po' più schiacciata verticalmente nel caso almucantarato -90" rispetto allo zero, come effetto della maggiore rifrazione.

L'effetto combinato di questa rifrazione con la depressione dell'orizzonte è l'aumento della durata del tempo del tramonto, rispetto ad una situazione senza tanta rifrazione.

Il tramonto infatti dura 8-12 secondi oltre i 3 minuti, rispetto ai 2 min 59 s del 16 febbraio, ripreso in video, quello che ha mostrato il blue flash.

Effetti cromatici

Un effetto che mi sarei aspettato di vedere in queste condizioni sarebbe stato il blue flash, e invece nemmeno il green flash si è verificato: il Sole ha mantenuto sempre un colore unico anche

nei bordi ultimi. Era assente ogni tipo di dispersione cromatica, contrariamente alle mie attese.

Rifrazione sì e forte, cromatismo assente.

Diaframma per il monocolo

Questo accorgimento ha permesso di osservare a 7 ingrandimenti il fenomeno per cogliere gli eventuali riflessi sull'almucantarato zero, che normalmente si trova ad alcuni secondi d'arco più in alto dell'orizzonte marino. 5.5 mm è un diametro simile a quello della pupilla umana, e per osservare senza problemi il Sole all'ocaso è stato posto al limite del campo di vista, facendo in modo di avere al centro solo il settore di contatto tra disco Solare e mare.

Quindi non ho inquadrato tutto il Sole, ma soltanto la parte che stava per toccare l'orizzonte marino, per non essere abbagliato durante la misura.

Misura degli intervalli di tempo

Avevo fatto, avvicinandomi alla postazione scelta, le prove che riesco a tenere un ritmo simile a quello dei secondi a voce, con buona sincronizzazione entro 10 secondi di tempo e anche per 20 s.

L'errore massimo di ritmo senza nessuno strumento è dell'ordine di 0.05 s per ogni secondo.

Durante l'osservazione è stato più facile tenere l'orologio appena fuori dal campo di vista del cannocchiale per guardarlo nel momento desiderato, ed ha funzionato lo stesso.

La tecnica di declamare i secondi a voce avrebbe aiutato nel caso si fosse formato il riflesso per valutare il tempo tra formazione e contatto, che è indice di quanto il riflesso si trovi sopra l'almucantarato zero e l'orizzonte del mare.

Si sarebbe potuto misurare l'altezza del riflesso in secondi

d'arco, da confrontare con l'altezza in cm sul livello del mare, rapportata alla distanza dell'orizzonte geometrico del punto di osservazione.

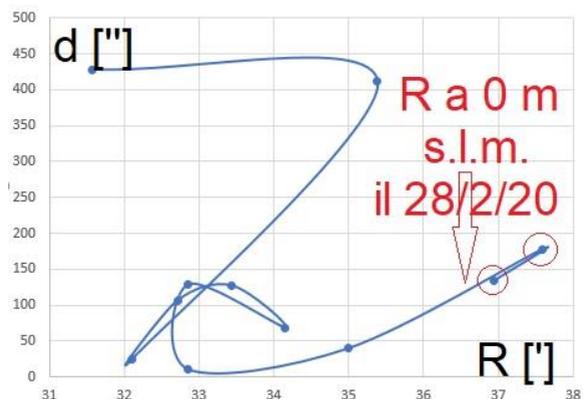
Rifrazione assoluta all'orizzonte

Si può ricavare dal tempo di sparizione del Sole osservato sia a terra che in piedi.

Allo stesso modo dell'articolo sulla rifrazione ad almucantarato -47' ho calcolato la posizione del centro del Sole al momento delle due sparizioni, in assenza di atmosfera, dalle effemeridi. Aggiungendo il raggio solare del momento, sempre da effemeridi, alla posizione del centro del Sole, si raggiunge la posizione geometrica -in assenza di atmosfera- del lembo superiore del Sole. Questa dimensione è pari alla rifrazione assoluta al momento del tramonto.

A 0.3 metri sopra il livello del mare valeva $R=36.93'$ mentre a 2.08 m diventava $R=37.58'$: si tratta dei valori più alti riscontrati nei vari tramonti osservati (dischi rossi in fig. 1)

Estrapolato a 0 m sul livello del mare R vale circa $36.5'$ (freccia)



Referenze

C: Sigismondi, Gerbertus **12**, 17 (2019) e **12**, 27 (2019)

M. Richmond, C. Sigismondi, Gerbertus **12**, 53 (2019)

Lunar impacts during eclipses separated by a Metonic cycle on Jan 21, 2000 and 2019: a possible origin from daytime Sagittarids/Capricornids meteor shower

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza & G. Ferraris Institute Roma*)
Submitted February 07, 2019, sigismondi@icra.it

Abstract The lunar impact claimed by Zuluaga et al. (2019) during the total eclipse of 21 January has been discussed widely by his research group, introducing some results from the technique of gravitational ray-tracing. A similar event of magnitude 6 was observed visually by the author during the eclipse of 19 years before, that was published under the name of “Padua event” (Sigismondi and Imponente, 2000a,b) and a video was obtained independently by Gary Emerson (Cudnik, 2002) in the US at the same time. The remarkable repetition of such a phenomenon after 19 years deserves some investigation about known active meteor shower on Jan 21 with radiant comprised between the solar longitude 300.7° of January 21 and $\pm 60^\circ$ and declination also departing no more than 60° from the solar one. The amount of 60° is the FWHM of a simple modulated probability model on the visibility of a lunar meteor impact with the cosine of the angle comprised between the line of sight and the normal to the lunar surface. The candidate of this search is the daytime shower Sgr/Cap DSC115 with meteoroid velocities around 26 km/s.

Sommario L'impatto lunare osservato da Zuluaga et al. (2019) durante l'eclissi totale del 21 gennaio scorso è stato discusso largamente da quel gruppo di ricerca, con l'introduzione di alcuni risultati ottenuti con la tecnica del ray-tracing gravitazionale. Un evento simile di magnitudine 6 è stato osservato dall'autore proprio durante l'eclissi lunare di 19 anni prima, pubblicata con il nome di “evento di Padova” (Sigismondi e Imponente, 2000a,b) e un video era stato ottenuto indipendentemente da Gary Emerson (Cudnik, 2002) negli Stati Uniti allo stesso momento. La notevole ricorrenza di tale fenomeno dopo 19 anni richiede uno studio riguardo le piogge meteoriche note attorno al 21 gennaio, con radianti compresi tra la longitudine solare 300.7° del 21 gennaio e $\pm 60^\circ$ e analogamente per quanto riguarda la declinazione rispetto a quella solare. Il valore di $\pm 60^\circ$ è ottenuto come larghezza a metà altezza di una semplice distribuzione di probabilità modulata secondo una funzione coseno dell'angolo formato tra la normale alla superficie lunare e la linea di vista. La pioggia meteorica che soddisfa a queste condizioni è la DSC115 Day-time (che avviene solo in pieno giorno) Sagittaridi/Capricornidi, con velocità attorno ai 26 km/s.

Introduction

The interest on lunar impacts after gained momentum during the last lunar eclipse of January 20-21 2019, because of an observation videorecorded by Zuluaga et al. (2019) and mirrored worldwide by the social media and the news.

It is remarkable that while the authors thought to be the first to observe an impact during an eclipse, it occurred exactly 19 years before, during another eclipse with the Moon nearly in the same celestial position (Cudnik, 2002). My observation was visual and I located the event in the lower half of the Moon

Celestial Mechanics: lunar nodes precession, Saros and Metonic cycles

We know that the lunar nodes precess in 18.6 years, and that after a Saros cycle 18.03 years or 18 years+10 or 11 days and 8 hours another eclipse can occur with the lunar profile oriented in the same way of the previous eclipse. A sequence of eclipses separated by a Saros are grouped into a Saros series.

The eclipses of 21 January 2000 and 2019 belong respectively to the Saros series 134 and 135. (Espenak, 2019)

A Metonic cycle puts together lunar phases and solar tropical year, stating that after 19 years the Moon has the same phase in the same day. Less known is the fact that eclipses can repeat also after a Metonic cycle, even if they do not belong to the same "Saros" series. This is due to the fact that either Metonic cycle and Saros are multiple integer of the anomalistic month, respectively 235 and 255.

Two bright lunar impacts in the same day of the year, the eclipse condition

In order to identify a possible meteor shower responsible of at least two impacts observed in the same date and separated by exactly 19 years we have to consider that the Moon is nearly 180° from the Sun, and the radiant of the meteor shower should be most probably near the solar position during the eclipse. A probability modulated by the cosine of the angle between the line of sight and the perpendicular to the lunar surface (actually a lunar sphere) has its maximum in the lunar center and decreases to half of this value 60° degrees apart: the radiant of this shower responsible of the impacts should be located $\pm 60^\circ$ FWHM either from λ Sun and δ Sun.

Search of active meteor showers on January 21

The list of all meteor showers available at the Minor Planet Center shows that the DSC 115 Daytime Sagittarids/Capricornids fulfills our requirements.

The mean velocity of the meteors is 26 km/s.

The radiant of 115 DSC is slightly West of the Sun (Rendtel, 2014) i.e. $301^\circ < \lambda < 325^\circ$ and the velocity of meteoroids is 26 km/s. The parent bodies of the 115 DSC are probably the asteroid 2001 ME1 and the comet 169P/NEAT. This shower is the twin of the 001 CAP, the alpha Capricornids visibile in the Summer in nighttime (Sigismondi, 2016 and 2018).

Conclusions

Zuluaga et al. exclude a meteor shower origin of their impact, also in a private communication (Zuluaga 2019) consider the

event of a lunar impact rather common to occur also during an eclipse, and found the velocity of their rogue meteor around 14 km/s, while here it is suggested that this meteor was belonging to a daytime meteor shower, the Sagittarids/Capricornids 115 DSC active in the second part of January, and responsible of the two events in 2000 and 2019 observed both during a total eclipse occurred in the same day with the Moon in the same position of the sky.

In the case of these lunar eclipses two meteoroids of a daytime meteor shower were visible by us exceptionally during the night, because they hit the Moon, at the antipodal position with respect of the Sun, and nearly completely obscured.

References

- [1] Zuluaga, J. et al. arxiv1901.09573 2019
- [2] Espenak, F. <http://www.mreclipse.com/> on saros series
- [3] Imponente, G. and C. Sigismondi, [2000astro.ph..6210I](#)
- [4] Imponente, G. and C. Sigismondi, [WGN 28, 54 2000](#)
- [5] Imponente, G. and C. Sigismondi, [WGN 28, 230 2000](#) .
- [6] Rendtel, J. Proc. of the IMC Meeting, Giron, 2014, p. 93-97
- [7] Cudnik, B. [The Strolling Astronomer, 44, 7 2002](#)
- [8] Minor Planet Center list of all meteor shower www.ta3.sk/IAUC22DB/MDC2007
- [9] Sigismondi, C., The dynamical history of Piscis Austrinids meteor shower: rare mid-summer comet's remnants, Proc. of Rosetta Meeting, Padova (2018)

Measuring Danjon index and umbral magnitude of July 16, 2019 partial lunar eclipse

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza and ITIS Ferraris, Roma*)
submitted August, 16 2019, accepted August, 31 2019

sigismondi@icra.it

Abstract

The partial lunar eclipse of July 16, 2019, left the lower part of the Moon illuminated at its maximum phase in Padova (Italy). Occulting it behind far buildings it was possible to compare the light of Jupiter and Saturn defocused to the same diameter of the Moon with the light from the umbra.

The luminosity of the eclipsed Moon as well as the Danjon index have been estimated and compared with ephemerides. January 21, 2019, July 27, 2019 and September 28, 2015 total lunar eclipses data are also published.

Sommario

L'eclissi parziale di Luna del 16 luglio 2019 ha lasciato la parte inferiore della Luna illuminata, vista da Padova. Occultando questa parte dietro degli edifici distanti, è stato possibile valutare la magnitudine luminosa della regione in ombra della Luna comparandola con Giove e Saturno sfuocati fino ad un diametro pari a quello lunare. Anche l'indice di Danjon è stato valutato e comparato con quello previsto dalle effermeridi. Magnitudine visuale e indice di Danjon della parte eclissata sono legati oltre che all'attività solare e alla distanza tra i centri della Luna e dell'ombra della Terra, anche alle condizioni di trasparenza della stratosfera terrestre, e quindi alla presenza o meno di areosols e polveri vulcaniche.

Introduction

André Danjon former director of Paris Observatory studied the correlation between the appearances of the total lunar eclipses and the solar activity. During maximum solar activity the corona is larger and casts more light on the umbral region of the eclipse, mainly through the upper Earth's atmosphere.



The presence of aerosols in the stratosphere changes the Danjon index and the visual magnitude of the eclipsed Moon (figure: Keen, 2016). Here, firstly, a method for partial eclipses.

Method for the observations

The partial eclipse of July 16 left the lower part of the Moon illuminated, and choosing a position with buildings next to it the usual comparison between the Moon and nearby stars (Espenak, 2014) has been done.

At 23:40 local time in Padova (21:40 UT) of July 16, 2019, location Ponti Romani, Saturn < Eclipsed Moon (Umbra only) << Jupiter. Applying the Argelander method as in variable stars observations (Yendell, 1905) in a scale of 5 Saturn was 0, the Moon was 1 and Jupiter 5. From calsky.com ephemerides Jupiter -2.5 and Saturn 0.1 magnitude.

Then the umbral part of the Moon was $0.1 - [2.6/5] = -0.42$ mag.

An errorbar of 0.1 magnitudes is appropriate.

The color of the umbral zone was brown dark with silver borders, so with Danjon index 1.

To compare with other total eclipses we have to rescale the magnitude of the umbral zone to the whole disk.

Being the geometrical magnitude of the eclipse 0.66, the shadowed area is $\leq 81\%$. The scaling factor is $\times 1.2345$, that for the Pogson law becomes 0.23 magnitudes. So the rescaled magnitude for a whole eclipsed disk is -0.65 ± 0.10 mag.

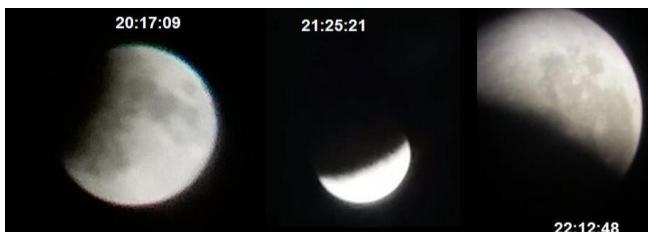


Fig. 2 Collage of 16 July 2019 eclipse photo with UT timings



Comparison with calsky.com ephemerides

The Danjon index is calculated only for total eclipses and the brightness of the eclipsed Moon includes the illuminated part*

Date	Geom. Mag.	Visual Mag.	Danjon index
28 SEP 15	1,282	-1,3 (-1 oss.)	2,3 (2 oss.)
27 JUL 18	1,614	0,6 (0.5 oss.)	1,3 (1,5 oss.)
21 JAN 19	1,201	-1,9 (-1.95±0.05)	2,8 (3 oss.**)
16 JUL 19	0,658	-9,0*(-0,65 oss)	/(1 oss.)
22 MAY 22	1,420	-0,3	1,7
7 SET 25	1,368	-0,6	1,9

31 DEC 28	1,232	-1,6	2,5
26 JUN 29	1,850	1,5	0,9
20 DEC 29	1,122	-2,4	3,3
18 OTT 32	1,109	-2,5	3,5
14 APR 33	1,098	-2,7	3,9
11 FEB 36	1,305	-1,1	2,2

The observed Danjon index of July 27 2018 eclipse (Sigismondi, 2018) was in agreement with the ephemerides, as well as the visual magnitude. The eclipse of Jan 21, 2019 was clouded out on most central Italy, so I don't have direct observations. If the Danjon index is linked to the solar cycle (e.g. Matsushima, 1966), the present eclipse should be similar appearances to the eclipses around 2030, because of the solar cycle, or 2008 going back in time. The eclipses around 2030 have both luminosities at maximum eclipse around -2.5 and Danjon indexes around 3.4, making them rather bright total lunar eclipses (as the 21 Jan 2019 one). The eclipse of 2018 is near the solar minimum after cycle 24 and it is dark, while the 2019 Jan 21 is not so dark. Aperture photometry on the photo made by Daniel Bottcher (***) at Arlington Heights Chicago at 22:15 UT of Jan 21, 2019 furnished the magnitudes results for that eclipse, his description gave the Danjon index.

Conclusions

The periodicity of 11 years on the Danjon index is not evident from the ephemerides, because of the influence of the geometrical magnitude of the eclipse; so an eclipse with the lunar limb grazing the Earth's umbral limit appears brighter than another one with the center of the Moon close to the

umbral center, like on June 26, 2029.

The results of the partial eclipse of July 16, 2019, reported in term of total eclipse by scaling the area with respect to the visual magnitude suggest a classification of Danjon index class 1 and visual magnitude -0.65 ± 0.10 .

The solar activity is at its deepest minimum between cycles 24 and 26.

The Danjon index is also related with the presence of aerosols in the stratosphere, and its monitoring can be an interesting task for knowing the conditions of our atmosphere and the climatic implications for our planet.

Acknowledgments To Daniel Bottcher, Arlington Heights School, Illinois USA for the photo of the Eclipse of January 21, 2019, sent with his subjective descriptions (for Danjon index). To Carlo Calore and his family for the observation of the eclipse of July 16, 2019 at the "galileoscope" (see photo 22 :13 :08 UT)

References

P. S., Yendell, Journal: Popular Astronomy, 13, 453 (1905).

S. Matsushima, Astronomical Journal, 71, 699 (1966)

R. Keen (2016)

https://www.esrl.noaa.gov/gmd/publications/annual_meetings/2016/posters/P60-Keen.pdf

F. Espenak, <http://www.mreclipse.com/Special/danjon.html> (2014)

F. Espenak (2009)

<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/LEplot/LEplot2001/LE2019Jul16P.pdf>

C. Sigismondi, <http://www.icra.it/gerbertus/2018/Gerb-11-2018-Sigismondi-penumbra-27-32.pdf> (2018)

C. Sigismondi, <http://www.icra.it/gerbertus/2016/Gerb-9-2016-Sigismondi-eclisse-penombra-91-94.pdf> (2016)

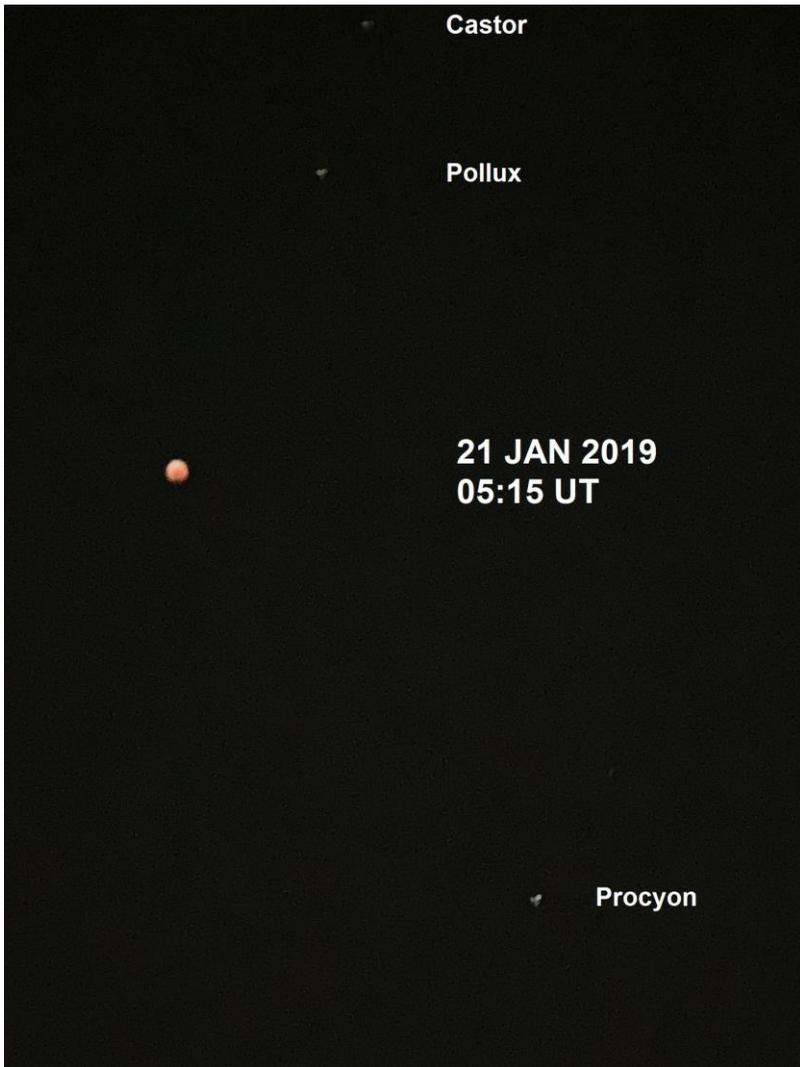


Photo of the eclipse of 21 Jan 2019 at its maximum phase.

The comparison stars are labeled, the image is moved, it avoided saturated points in the digital image, making more precise the aperture photometry. The full eclipsed Moon is about 3.2 magnitudes brighter than Procyon and 2.7 than Pollux: and their different altitudes have been considered to correct magnitudes for airmasses.

La penombra nell'eclissi lunare e la Limb Darkening Function del Sole

Costantino Sigismondi

(ICRA/Sapienza and ITIS Ferraris, Roma)

Presentato al XXVI Convegno del G. A. D. Gruppo Astronomia Digitale, La Spezia, 2018

submitted December, 3 2018, accepted August, 31 2019

sigismondi@icra.it

Abstract The penumbral zone during a lunar eclipse is determined by the solar Limb Darkening Function convoluted with the Earth's profile. The convolution integral is presented and a graphical solution obtained exploiting the penumbral zone cast by the solar disk with its LDF and an infinite border, present in a photo realized in purpose.

Introduzione

Il bordo dell'ombra durante un'eclissi di Luna è sfumato, e l'estensione di questa sfumatura si percepisce per circa 1/5 del diametro lunare. Cosa determina la sfumatura vicino all'ombra dell'eclissi? L'ampiezza della penombra (dove, dalla Luna, si vede una parte del disco solare) corrisponde al diametro angolare dell'intera Luna e non solo ad una sua parte, poiché Sole e Luna, visti dalla Terra, hanno la stessa ampiezza angolare.

Metodi

Preso una foto dell'eclissi ci si muove perpendicolarmente all'ombra e l'intensità luminosa cresce prima seguendo una parabola con concavità verso l'alto e poi la crescita è lineare; proprio la parabola iniziale determina l'effetto sfumatura dal buio alla luce per cui l'ombra non ha bordo netto.

Benché l'albedo della superficie lunare non sia omogenea, l'effetto sfumatura è comunque evidente come in figura 1.

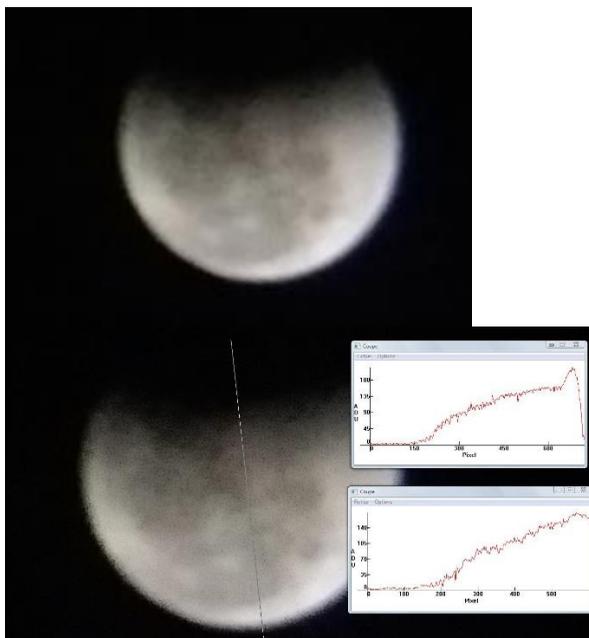


Figura 1. Eclissi di Luna del 28 luglio 2018 h 00:02:18: verso la fine della fase parziale. Istogrammi dell'intensità luminosa lungo linee perpendicolari al bordo dell'ombra fatti con IRIS.

Analogo della luce in eclissi:

La curvatura dell'ombra terrestre è quattro volte quella del disco lunare. L'ombra di un bordo rettilineo (curvatura infinita) approssima quella della Terra ed è realizzabile anche in casa fotografando il bordo di una finestra su uno schermo bianco; così abbiamo una soluzione “analogica” dell'integrale della funzione Limb Darkening (LDF) “pesata” con l'arco di Sole corrispondente e integrata su tutti i punti del disco solare visibile da un dato luogo della Luna.

Risultati

Ad una distanza di 1m 70 ho posto uno schermo bianco su cui era proiettata l'ombra. Ho preso una foto a fuoco e con buona risoluzione dell'inizio dell'ombra, che poi ho analizzato col software IRIS.

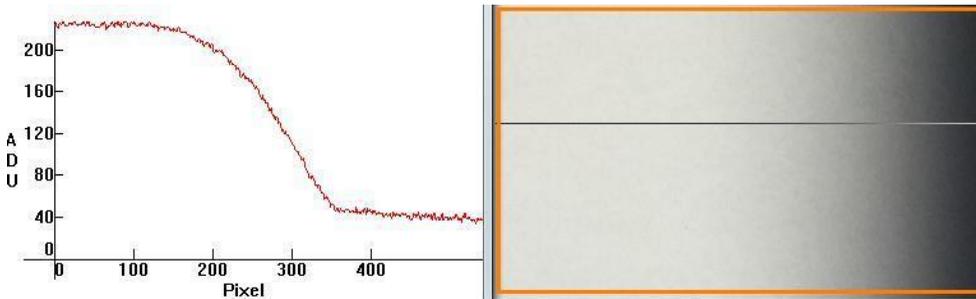


Figura 2. Istogramma e dettaglio dell'ombra del bordo di una finestra sullo schermo bianco.

Si ottiene così graficamente proprio il risultato dell'integrale della LDF pesata con l'arco.

$$2 \int_a^1 \left(LDF(x) = 0.16 + 0.84 \cdot \sqrt{1 - x^2} \right) \arcsen \left(\sqrt{x^2 - a^2} \right) dx$$

La figura 3 mostra questo integrale a partire da LDF e dalla lunghezza dell'arco passante per x.

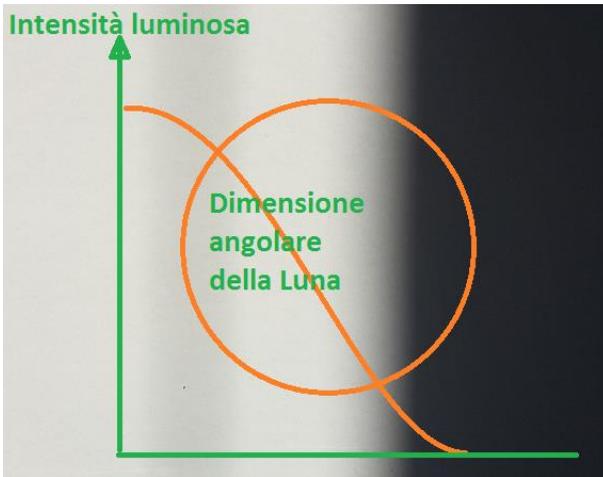
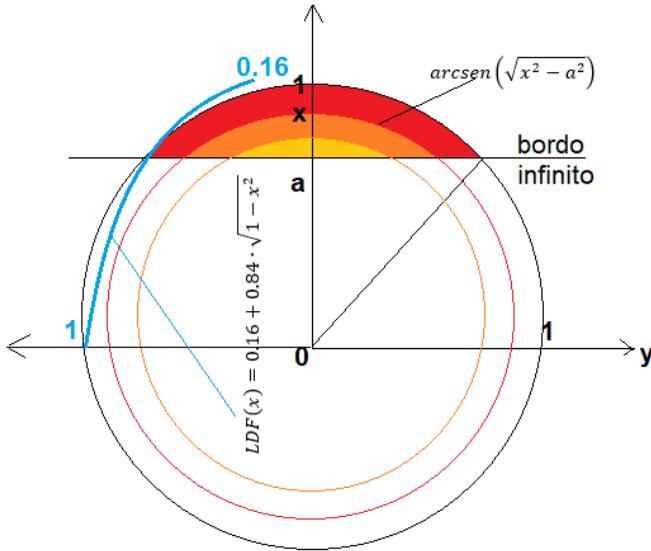


Figura 3. Sull'asse delle x è fissata la coordinata a dove sta il bordo infinito del corpo che produce l'ombra. Le sezioni di Sole colorate dal rosso cupo all'arancio, al giallo sono via via più centrali, in accordo con l'andamento della LDF (in blu, e a sinistra) che cresce dal 16% al bordo del Sole fino al 100% al centro del Sole. La funzione arcoseno dà la lunghezza dell'arco di cerchio che ha l'intensità

LDF(x). L'intensità di luce che arriva sullo schermo è data dai prodotti della LDF(x) per gli archi di cerchio corrispondenti, sommati per tutti i valori di x compresi tra a ed 1, da cui l'integrale qui sopra scritto. Nella parte destra insieme alla dimensione angolare della Luna sovrapposta alla foto del limite dell'ombra da bordo infinito, si riporta la curva di salita dell'intensità luminosa (l'integrale della LDF pesato con gli archi di cerchio di Sole). Si vede che la sfumatura dell'ombra corrisponde proprio alla parte dove l'integrale cresce parabolicamente.

Conclusioni

La soluzione analitica di questo integrale esiste solo nel caso di "Sole rettangolare" in cui il termine a moltiplicare la LDF è costante per tutti i valori di x. Anche una soluzione numerica dell'integrale con il bordo infinito avrebbe richiesto un programma di calcolo piuttosto complicato, mentre la soluzione analogica utilizzando la foto dell'ombra prodotta dal bordo di una finestra offre un risultato grafico immediato, nella parte sinistra della figura 2. Nel calcolo completo si dovrebbe considerare il bordo curvo della Terra, ma ciò non cambia qualitativamente i risultati ottenuti col bordo infinito, già in buon accordo con gli istogrammi della figura 1 fatti con IRIS [6].

Le eclissi lunari hanno ancora segreti da svelare: nessuno [1, 2 sono testi classici] aveva ancora parlato della relazione tra Limb Darkening Function del Sole e bordo dell'ombra nell'eclissi lunare.

Da Rogerson [5] ho preso la LDF adattato poi alle forme funzionali di Richmond [3] e Cowan [4].

Referenze

- [1] Couderc, Paul, *Les Éclipses*, Presses Univ. de France 1971, 100.
- [2] Espenak, F. <http://www.mreclipse.com/>
<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/LEcat5/appearance.html>
- [3] Richmond, M.,
<http://spiff.rit.edu/classes/phys440/lectures/limb/limb.html>
- [4] Cowan,
<https://www.pp.rhul.ac.uk/~cowan/astro/limbdark/ldcurves.jpg>
- [5] J. B. Rogerson Jr., *Astrophys. J.* 130, 985 (1959).
- [6] C. Buil <http://www.astrosurf.com/buil/iris-software.html>

Umbra in partial lunar eclipses at moonrise

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza/Liceo G. Ferraris, Roma*)

Abstract The darkness of the umbra of the lunar eclipse of August 7 2017 corresponded to the predictions of A. Danjon for the Sun at its minimum. It appeared partial at moonrise in Rome similarly to the one of April 3, 33 AD in Jerusalem, supposed following the Crucifixion of Christ. The hypothesis of Sun at maximum activity for that historical eclipse is discussed.

Sommario L'ombra dell'eclissi parziale del 7 agosto 2017 era molto scura, compatibile con la scala di Danjon corrispondente al minimo solare. Avvenuta con la Luna al suo sorgere a Roma, è stata simile a quella del 3 aprile 33 d.C. a Gerusalemme, che daterebbe la Crocifissione di Cristo. L'ipotesi del Sole al massimo di attività per quella storica eclissi è discussa.

Introduction: a partial eclipse at moonrise

Humphreys and Waddington in 1983¹ proposed to interpret the account of blood-stained Moon (Acts, 2:20) described by St. Peter after the Crucifixion of Christ, as the effect of the partial phase of the eclipse at moonrise in Jerusalem on Friday 3 April 33 AD. Schaefer (1990)² replied that the reddish Moon was due to the intense atmospheric extinction of 40 equivalent airmasses. Sigismondi (2012)³ with measurements in Jerusalem from Temple Institute, disagreed this high airmass evaluation. The partial lunar eclipse of August 7, 2017 at moonrise in Rome has given the occasion for the comparison with the 33 AD one.

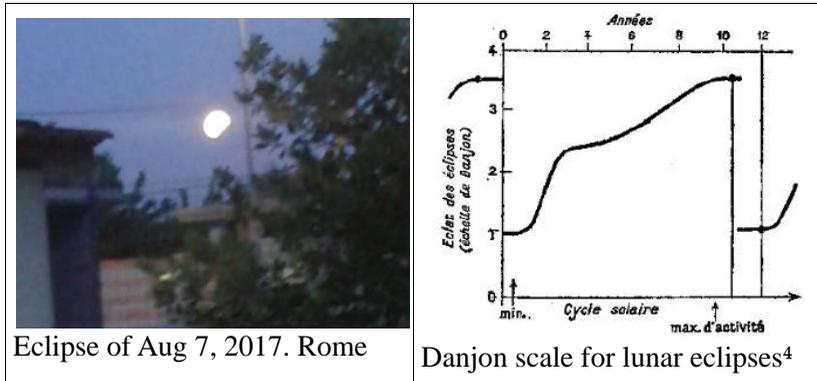


The Moon appearing to "turn to blood" at the lunar eclipse on Friday, 3 April A.D. 33, viewed from Jerusalem after sunset, at the rising of the full moon of Passover. Atmospheric refraction shapes the Moon elliptical. Paint in JohnPratt.com and Nature **306**

- 1 J. Humphreys and W. G. Waddington, *Dating the Crucifixion*, Nature **306**, 743-46 (1983).
- 2 Schaefer, B. E., *Lunar visibility and the crucifixion*, Q. Jl. R. astr. Soc. 31, 53-67 (1990).
- 3 <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1211/1211.5030.pdf> and references inside.

The Danjon scale⁴ of the lunar eclipses

At solar maximum the lunar eclipses are less dark than at minimum activity, and in 2017 the Sun is at minimum, with a very dark umbra observed in the partial phase of August 7. The eclipse of 33 AD in order to be blood-stained was with Sun at maximum.



Solar cycle stability along millenia

The 11 year solar cycle is considered stable. Even after Maunder minimum it reappeared synchronously. It is probably linked to the inner⁵ and outer rotation of the Sun.

The modulations on the solar cycle have to be matched with the ones of the planets.⁶ The phase of a solar maximum in 33AD, deduced from the blood-stained eclipsed Moon could fix the solar cycle phase two millenia ago or test the model of the sunspot-planets influence on the cycle's irregularities.⁷

Acknowledgments: to Giuseppina de Felice Proia for the photo.

References: C. Sigismondi, *Astronomia nei Vangeli*, PUL 1998

4 P. Couderc, *Les éclipses*, Presse Universitaire de France, Paris (1971),99

5 E. Fossat, et al. *Astron. & Astrophys., Asymptotic g modes: Evidence for a rapid rotation of the solar core*, **604**, A40 (2017).

6 J.-E. Solheim, *The sunspot cycle length – modulated by planets?*, *Pattern g Recogn. Phys.*, 1, 159–164, 2013

7 Eddington, A. S.; Plakidis, S., *MNRAS* **90**, p.65-71 (1929)

Ottica sperimentale quantistica e geometrica

Costantino Sigismondi (ICRA/Sapienza, Liceo G. Ferraris, Roma)

Daniele Impellizzeri (Osservatorio di Gorga e ITA G. Garibaldi, RM)

Abstract Some experiments of Quantum and Geometrical Optics are presented for the Secondary School. The theoretical difficulties are reduced to the minimum required to obtain useful results.

Sommario Alcuni esperimenti di Ottica Quantistica e Geometrica sono presentati riducendo al minimo il contenuto matematico.

1. La diffrazione di Fraunhofer da una fenditura

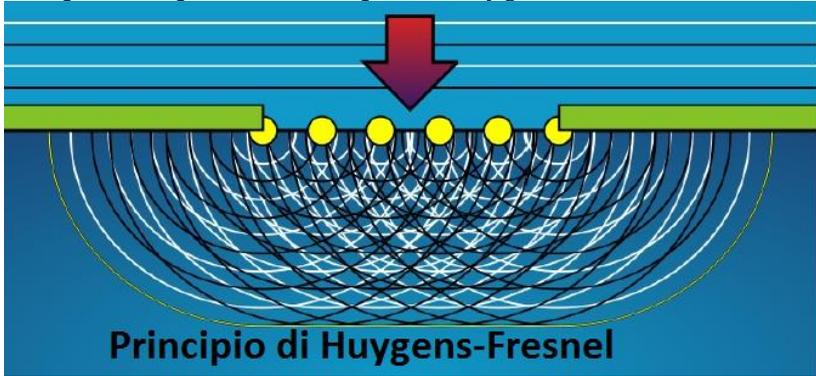
Ci sono due modi di fare diffrazione, alla Fraunhofer e alla Fresnel: due grandi ottici della prima metà dell'ottocento. Joseph Fraunhofer (1787-1826) era il migliore costruttore di strumenti della sua epoca, realizzò tra gli altri l'eliometro e scoprì le righe di assorbimento dello spettro solare (fig. 1).



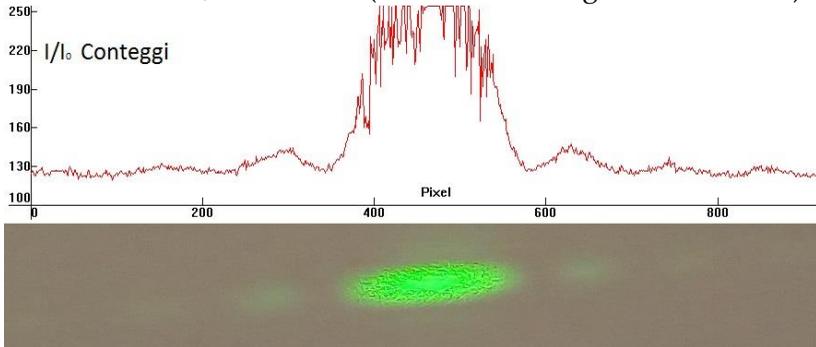
Augustin-Jean Fresnel (1788-1827) ingegnere francese¹ sosteneva la teoria ondulatoria della luce, ed è considerato il secondo fondatore dopo Christiaan Huygens (1629-1695).

1 https://it.wikipedia.org/wiki/Lente_di_Fresnel

Per questo si parla di Principio di Huygens-Fresnel sulle onde.



Ogni punto della fenditura in **fig.2** dove arriva un treno d'onde piano dall'alto, diventa sorgente elementare di onde sferiche: la loro sovrapposizione dà la forma dell'onda uscente, che sullo schermo dà luogo a figure d'interferenza, un'alternanza di luce e ombra, come sotto (in verde l'immagine con $F=40$ m).



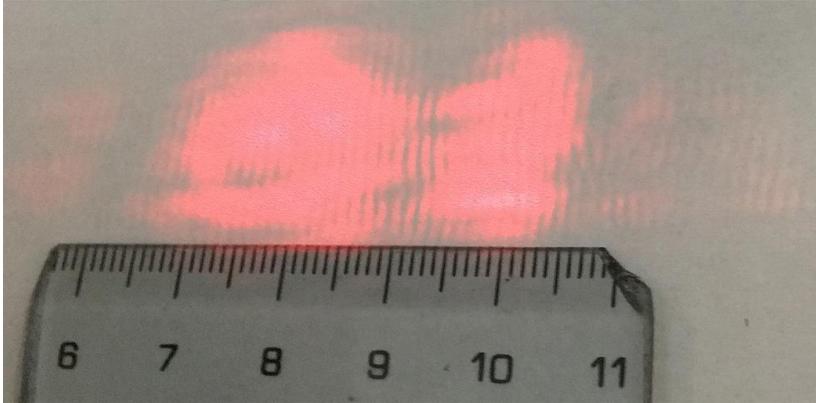
L'intensità teorica del picco centrale di **fig. 3** è il doppio di quella dei picchi secondari. L'ampiezza D dal picco centrale dal massimo al primo minimo a $F=40$ metri dalla fenditura vale $D=10$ cm. L'angolo $\theta=D/F$ sotteso da D alla distanza focale F vale $\theta=\lambda/d$, con λ lunghezza d'onda del Laser, e d apertura della fenditura. Se $D=10$ cm e $\lambda=532$ nm si ha $d=0.106$ mm. Condizioni teoriche per avere l'interferenza alla Fraunhofer sono quelle che sia sulla fenditura che sullo schermo arrivino

onde piane, in numeri focale F e schermo-fenditura $S, F > d^2/\lambda$.

2. Interferenza di Young con due fenditure

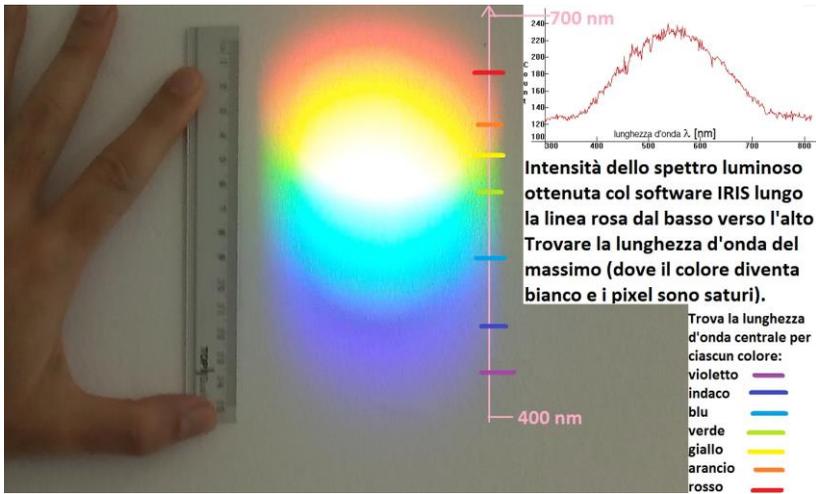
Con un apparato simile a quello per l'esperimento di Fraunhofer le fenditure sono colpite dallo stesso fascio laser. Per allungare la focale f e vedere bene l'effetto dell'interferenza delle due fenditure strette con separazione s tra loro, si è posto uno specchio piano dopo le fenditure, che rimandasse la luce indietro. Le figure di interferenza così ottenute sono solcate da tante piccole linee oscure verticali separate d tra loro.

La teoria di Young dice che $d = \lambda f / s$ e con $\lambda = 638.2 \text{ nm}$, $f = 9 \text{ m}$, $s = 5.5 \text{ mm}$, $d = 1.04 \text{ mm}$. Le misure di $d = 1.11 \text{ mm}$ (27 righe su 30 mm nella foto seguente) la confermano.



3. Il Prisma di Newton e lo spettro di Planck

Ponendo un prisma di vetro con 2 angoli a 45° col lato verticale verso il Sole è stata ottenuta sul muro a 6.5 metri di distanza un'immagine dello spettro solare di circa 15 cm.



L'immagine di **fig. 4** è la sovrapposizione di 7 immagini stenopeiche (vedi § 3) di colori diversi ognuna di diametro 6.5 cm. Dove si sovrappongono tutte abbiamo il colore bianco (sintesi cromatica additiva) e la saturazione. Il picco di intensità corrisponde anche alla temperatura $T \approx 3 \cdot 10^6 / \lambda_{\max} [\text{nm}]$ usando la legge sperimentale di Wien (1893). Esaminando la foto è possibile ricavare la lunghezza d'onda del massimo conoscendo quella degli estremi dello spettro visibile (violetto 400 nm e rosso 700 nm) e così valutare la temperatura della fotosfera solare dalla teoria del Corpo Nero di Max Planck (1900). La foto originale in jpg è stata analizzata con la funzione *slice* del software IRIS,² la stessa usata per le intensità dei picchi di Fraunhofer in fig. 3. Le lunghezze d'onda dei colori risultano approssimate.

4. Lo specchio piano, il foro stenopeico e il Sole

Ogni punto dello specchio è una sorgente stenopeica infinitesima che produce un'immagine del Sole. *Stenopeico* è sinonimo, in greco, di *stretto*. La convoluzione di tante

2 <http://www.astrosurf.com/buil/us/iris/zip/iris.zip>

immagini stenopeiche elementari è l'immagine integrale che noi vediamo. Uno specchietto a grande distanza produce, indipendentemente dalla sua forma, un'immagine circolare o ellittica del Sole, a seconda dell'inclinazione dello schermo su cui proietta. Provare con degli specchi schermati con un quadrato o un triangolo di carta di 2 cm di dimensioni, proiettando l'immagine ad almeno 5 metri di distanza.

Mandando la luce del Sole su uno schermo in cui è praticato un foro circolare riproduciamo in piccolo il funzionamento di una grande meridiana solare a foro stenopeico come quelle di Santa Maria degli Angeli a Roma, San Petronio a Bologna o del Duomo di Milano e della Cattedrale di Palermo, o ancora di Santa Maria del Fiore a Firenze (ma solo al solstizio d'Estate).

Quella di Bologna fu anche chiamata Eliometro da Giandomenico Cassini (1625-1712) che la ricostruì nel 1655, perché serviva a misurare il Sole con una precisione mai raggiunta prima. Quell'eliometro non utilizzava lenti, solo un foro vuoto. Con questo foro si possono vedere dei dettagli sul Sole, come le macchie solari, impossibili da vedersi ad occhio nudo anche con un vetro affumicato. La luce solare che attraversa un foro stenopeico ha una collimazione piuttosto elevata, tanto che è possibile vedere fenomeni di diffrazione alla Fraunhofer ponendo un ostacolo tra il foro e lo schermo: l'ombra gettata da questo ostacolo è molto netta, ed un tenue filo di luce appare nella zona buia.³

5. La luce collimata, la penombra e la diffrazione

I fari di un'automobile sono il primo esempio di luce collimata.

3 Osservazioni fatte a Bukowiec, Polonia con un foro stenopeico a specchio di 80 metri di focale (Osservatorio Astronomico Silvestro II – e scuola elementare Copernico)

<https://www.youtube.com/watch?v=eRMONTQy3Z4>

Se così non fossero l'energia generata dal faro si disperderebbe rapidamente su un angolo di apertura grande mancano l'obiettivo di illuminare a distanza. Misurare l'angolo di collimazione di una sorgente luminosa serve a capire come l'energia viene diffusa. Un altro aspetto legato alla collimazione della luce è la penombra: più la sorgente è puntiforme, più le ombre che gettano ostacoli intermedi sono nette, senza penombra. La **penombra** è una regione dell'immagine dove cade solo una parte della luce della sorgente, l'**ombra** invece è la regione dove non cade alcuna luce dalla sorgente. Se la sorgente è puntiforme, non esiste una regione da cui si possa vedere solo una parte della sorgente, perciò non esiste penombra. Il Sole è una sorgente estesa, infatti ci si può trovare in una zona da cui se ne vede metà o una parte, per esempio sul limite dell'ombra di un palazzo.

L'ombra di un registro di classe a F metri comprensiva di penombra va confrontata col registro stesso. La differenza è la penombra p , ed il diametro del Sole è $\theta \approx 57^\circ \cdot d/F$. Qui misuriamo il diametro del Sole a partire dalla dimensione della penombra e dalla distanza oggetto-schermo.

Un altro esperimento da fare sulla collimazione della luce è con la luce di un proiettore. L'ombra di un oggetto tra il proiettore e lo schermo è tanto più netta quanto meglio le lenti del proiettore sono corrette rispetto alle aberrazioni sferiche. Con un proiettore in dotazione in classe abbiamo verificato dalla penombra di oggetti valori della collimazione attorno ad $1/3$ di grado, appena tollerabili perché la proiezione avviene tra 1 e 2 metri di distanza e la lavagna luminosa è vista da 2 a 7 metri di distanza.

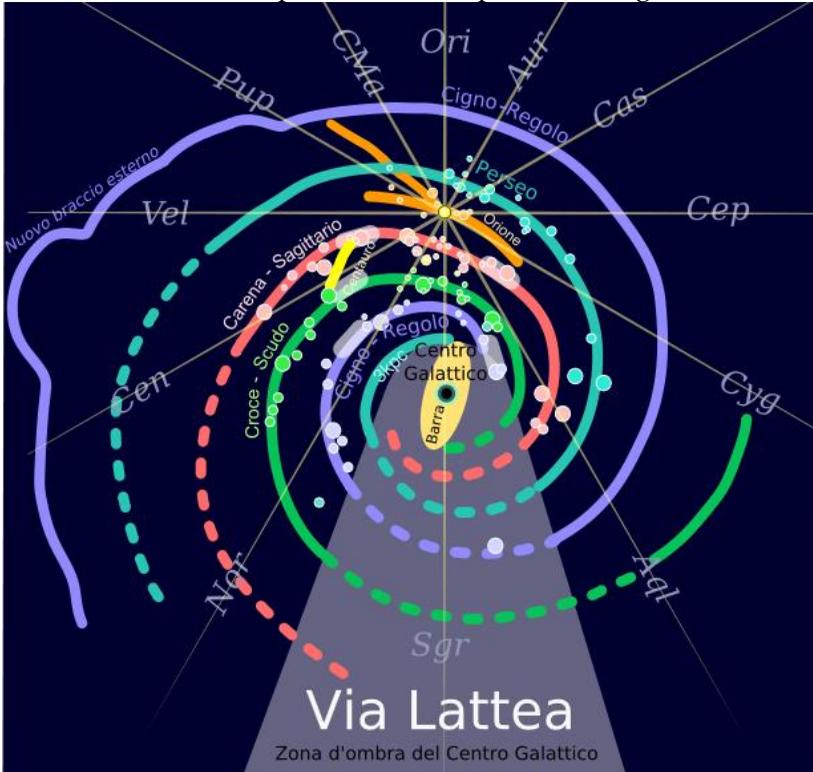
Se abbiamo una immagine stenopeica del Sole, i raggi che la producono sono separati al massimo di 32 minuti d'arco che è il diametro angolare del Sole. Tuttavia tra un punto e l'altro

dell'immagine, separati della dimensione lineare del foro, che è il *pixel di risoluzione* dell'immagine, possiamo avere raggi che sono inclinati tra loro meno di 60 secondi d'arco, fino a 10 secondi d'arco nelle immagini più grandi. Questa minima inclinazione dei raggi permette di realizzare le esperienze di diffrazione alla Fraunhofer e vedere le interferenze costruttive e distruttive sotto forma di buio e luce anche con luce bianca. Il Laser è monocromatico, ma non perfettamente collimato.

6. La fotometria delle stelle variabili e le Novae

La Nova dello Scudo 2017 è stata scoperta il 23 giugno dalla "All Sky Automated Survey for SuperNovae" ed ha raggiunto il primo massimo tra il 26 ed il 30 Luglio. Fino al 20 Novembre dove ha raggiunto un altro massimo di magnitudine 9.9 ho fatto una serie di 57 osservazioni in visuale con la Nova che ha raggiunto 5 massimi e 4 minimi successivi, con trend decrescente. La luminosità della stella ha oscillato su e giù già 4 volte e questa è la quinta volta che si riaccende. Ogni volta risale di almeno 5 volte (circa 2 magnitudini) in luminosità nello spazio di 10 giorni e si indebolisce di altrettanto in 20 giorni circa. Questo è un comportamento simile alla seconda Nova del Sagittario del 2015 (V5668 SGR), che ho osservato il 20 settembre 2017 ancora di magnitudine 11.6 dal massimo raggiunto a partire da un massimo iniziale di magnitudine 3.9. La V5668 SGR ha oscillato sette volte all'inizio, per poi perdere velocemente 7 magnitudini e poi ritornare alla 8.5 per iniziare una lentissima discesa di 3 magnitudini in 2 anni ancora in corso. La Nova Scuti 2017 sembra dunque ripercorrere la fase oscillatoria, ma partendo da una magnitudine iniziale massima quasi 5 volte più debole. Ciò corrisponderebbe ad un'intensità 1/100 e ad una distanza 10 volte maggiore (se l'oggetto esploso avesse avuto la stessa intensità) e ciò

potrebbe accordarsi con la geometria del braccio dello Scudo-Croce nella Galassia, più lontano di quello del Sagittario.⁴



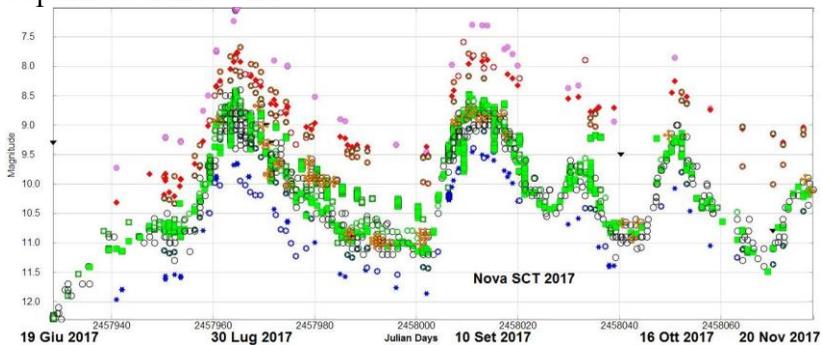
Il confronto tra queste due Novae, e tra le migliaia di curve di luce raccolte, tra gli altri, dall'Osservatorio di Asiago, permette di comprendere meglio la fisica di queste esplosioni nucleari che avvengono sulla superficie di stelle nane bianche, generalmente in un sistema binario con una gigante che cede materia attraverso il lobo di Roche. Tuttavia desidero mostrare come l'interpretazione della prima fase, quella oscillatoria, possa condurre normalmente ad un modello basato sui moti circolari, non troppo dissimile da quello proposto

4 https://it.wikipedia.org/wiki/Braccio_Scudo-Croce

dall'astronomo polacco Hevelius (1611-1687) per Mira, la più antica delle stelle variabili storiche, ancora basato sugli epicicli classici. Il sacerdote Ismael Boulliau⁵ (1605-1694) spiegò i massimi irregolari di Mira con la variazione della posizione delle macchie, le quali ruotando la stella producevano le variazioni periodiche della luminosità.

Una stella che orbita su un epiciclo oppure le macchie sulla superficie di una stella rotante appartengono ad uno stesso modello basato sul moto circolare uniforme.

La Nova Scuti 2017 nelle sue oscillazioni quasi periodiche di circa 25 giorni, potrebbe essere rappresentata da una nube che ruota attorno alla stella con periodo 25 giorni, che periodicamente la oscura e la svela. Il trend decrescente in luminosità dei massimi invece riguarda ciò che accade sulla superficie della stella.



Benché i modelli interpretativi delle Novae siano oggi molto più complicati, i sali-scendi della Nova Scuti 2017 difficilmente trovano spiegazioni più semplici da immaginare. La discussione di modelli più complicati è il lavoro specifico degli astronomi, che devono dimostrarne la validità con

5 M. Hoskin (2002) in http://www.treccani.it/enciclopedia/l-eta-dei-lumi-astronomia-l-astronomia-stellare_%28Storia-della-Scienza%29/

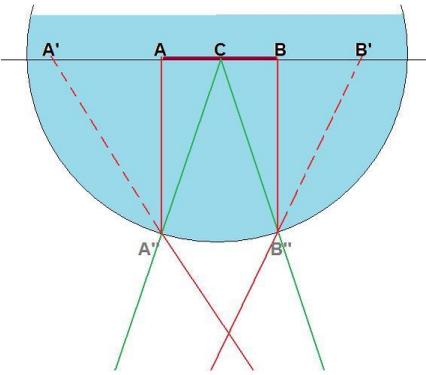
osservazioni più accurate e previsioni più precise.

La fotometria viene fatta confrontando la luminosità della Nova con quella di altre stelle circostanti considerate fisse. Il metodo che è dovuto ad F. W. A. Argelander (1799-1875) è sostanzialmente una interpolazione lineare tra una stella più luminosa ed una più debole della Nova. La precisione può arrivare anche a ± 0.01 magnitudini, ad occhio nudo.

7. La matita spezzata e l'indice di rifrazione dell'acqua

L'esempio di una matita immersa nell'acqua, che appare spezzata, è molto popolare per mostrare gli effetti della rifrazione della luce nell'acqua. La misura dell'indice di rifrazione dell'acqua può essere fatta usando un bicchiere cilindrico e una matita immersa per metà lungo l'asse centrale. Facendo una foto che includa nel campo di vista la parte emersa e quella immersa nell'acqua si vede come la seconda sia ingrandita. Per un bicchiere di diametro 10 cm, l'ingrandimento vale 1.6x.

Tracciando lo schema ottico di quanto accade e prolungando i raggi luminosi che arrivano all'osservatore esterno da AB all'indietro si crea un'immagine virtuale ingrandita A'B' dentro la diottra d'acqua, lungo il diametro stesso.

<p>AB=1, $A'B'/AB=1.6$ è stato misurato con questa configurazione; l'angolo d'incidenza è $\hat{C}A''A$, l'angolo di rifrazione è opposto al vertice di $A'\hat{A}''A$; la legge di Snell $n \cdot \text{sen}(i) = \text{sen}(r)$ si approssima $n \cdot CA/CA'' \approx 1 \cdot A'C/A'A''$ da cui $n \approx 0.8/5 / (0.5/5) = 5/8 = 1.4$ valore molto vicino ad $n=1.33$ che è il valore giusto. Risolvendo i triangoli $n=1.597$</p>	
---	--

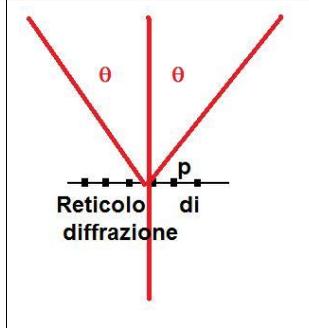
8. La diffrazione alla Bragg e la misura della λ

Usando un reticolo di diffrazione gli si manda contro perpendicolarmente un raggio Laser o un pennello di luce solare. La luce riemerge divisa in tre fasci principali: quello diretto, e i due diffratti e simmetrici rispetto al centrale.

L'angolo formato dai due raggi diffratti, θ , è in relazione con il passo del reticolo p e la lunghezza d'onda λ mediante la legge:

$$\lambda = p \cdot \sin(\theta),$$

ottenuta imponendo semplicemente che da un reticolo orizzontale di passo p ad un angolo θ differenti onde interferiscano positivamente sullo schermo parallelo al reticolo (lo schermo sta sopra nella figura con i due massimi secondari, qui a fianco)



Abbiamo svolto esperimenti con il laser verde, quello rosso e con la luce solare, ottenendo con questa legge i valori di λ col 5% di precisione.

La trattazione completa dello spettroscopio a reticolo e di quello a prisma sono molto più complicate matematicamente.

9. Lo spettro della luce a fluorescenza

La taratura di uno spettroscopio a reticolo consente di misurare i valori della lunghezza d'onda di alcune righe di emissione, come nel caso delle lampade a fluorescenza usate per l'illuminazione in classe.

Confrontando i valori misurati con quelli degli atlanti di spettroscopia si può risalire all'elemento chimico che ha prodotto quelle righe, e nel caso delle luci «al neon» si scopre che sono le radiazioni prodotte dai vapori del Mercurio ad illuminare, il Mercurio che è rarefatto nel Neon, necessario a raggiungere la pressione atmosferica all'interno del tubo.

10. Le stelle al telescopio, il disco di Airy e la diffrazione

alla Fresnel

Quando si ha l'occasione di vedere le stelle al telescopio il commento che tutti fanno è «quanto sono piccole!» eppure non sanno che il pallino che vedono non è la dimensione fisica della stella, molto lontana, ma ne è la sua figura di diffrazione attraverso l'apertura di diametro D che è l'obbiettivo del telescopio. George Biddle Airy (1808-1894) Astronomo Reale a Greenwich, trovò la formula che descrive l'ampiezza angolare del disco centrale di diffrazione: $\theta=1.22\cdot\lambda/D$, dove λ è la lunghezza d'onda della luce e D il diametro dell'apertura attraverso cui la luce passa. Per angoli piccoli vale la definizione geometrica che $\tan\theta=r/f\approx\theta$

Misurando $f=37777$ mm ed $r=27.1$ mm risulta $\theta=7.17\cdot 10^{-4}$ rad.

Con $\lambda=632.8$ nm risulta $D=1.09$ mm.

In questa legge il diametro D dell'apertura è inversamente proporzionale all'angolo formato dal pallino sullo schermo visto dall'apertura circolare. Così da un'apertura di 109 mm ci aspettiamo un angolo $\theta=7.17\cdot 10^{-6}$ rad ovvero di 1.48". Questa è la dimensione angolare dell'immagine delle stelle al telescopio, ed anche di un tipico seeing atmosferico. Osservando bene possono vedersi anche le centriche di diffrazione, prodotte dai massimi successivi di interferenza. Invece un piccolo pianeta o satellite che abbia dimensioni angolari anche inferiori di 1.48" non appare con le centriche perché ciascun punto della sua superficie estesa genera una figura con centriche, ma l'inviluppo di tutte loro cancella le singole centriche.⁶

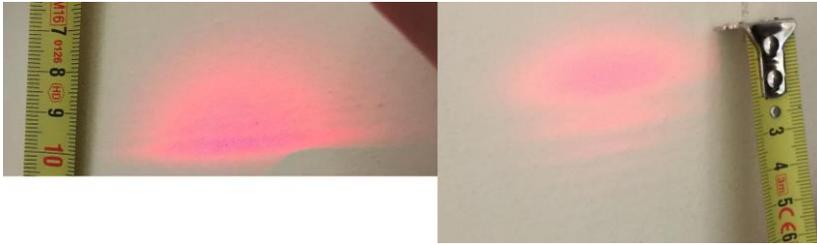
Con lo stesso apparato sperimentale si può misurare la diffrazione di Fresnel, per cui l'interferenza costruttiva delle

6 È il caso di Nettuno e Tritone ripresi con un telescopio Newton di 40 cm
<http://www.acquerra.com.au/astro/gallery/other/20171113-092048/n20171113-0920-0946-1016.gif>

ma anche Urano e Nettuno con un Newton di 7.6 cm privi di centriche, e simili in dimensioni alle stelle vicine cf. Sigismondi, Gerbertus **8**, 91 (2015)

onde che partono vicino ad un bordo infinitamente esteso produce un'alternanza di luce e ombra sullo schermo.

La formula⁷ di Fresnel dà la distanza angolare del primo minimo pari a $b=\sqrt{(\lambda \cdot f)}$, che nei due casi esaminati con $f=19\text{m}$ (a sinistra) ed $f=38\text{m}$ (a destra), e $\lambda=632.8\text{ nm}$ vale $b=4.9$ e 3.5 mm.



Nel caso della diffrazione alla Fresnel gli spazi tra i minimi vanno diminuendo allontanandosi dal massimo, mentre nella diffrazione di Airy e di Fraunhofer restano equispaziati.

11. La riflettanza di uno specchio

Prendendo uno specchio piano è possibile inviare la luce del Sole su un pannellino solare collegato ad un voltamperometro: la potenza P_r prodotta dalla luce riflessa va confrontata con quella della luce solare diretta P_d , la riflettanza dello specchio vale $r=100\% \cdot (P_r/P_d)$. Se lo specchio è concavo bisogna avere l'accorgimento di riflettere la luce molto vicino allo specchio per poter trascurare l'effetto di focalizzazione.

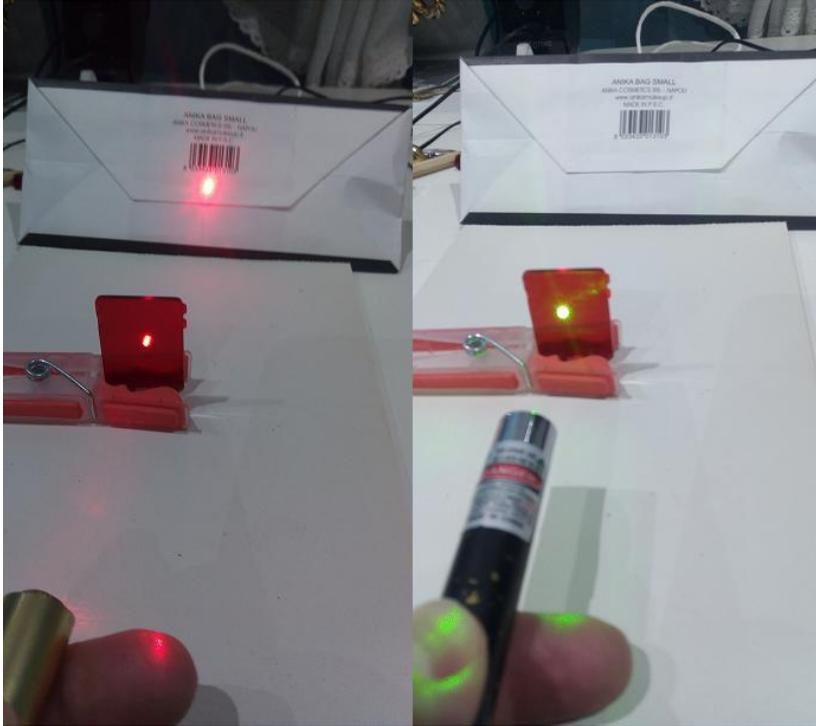
12. La trasmittanza degli occhiali e dei filtri

Analogamente di quanto fatto per la riflettanza si fa con la trasmittanza di lenti da occhiali o di filtri. $t=100\% \cdot (P_t/P_d)$, facendo attenzione a schermare il pannellino solare dalla luce ambientale durante la misura di luce trasmessa.

Nelle immagini seguenti si mostra un caso di trasmittanza nulla usando luce Laser: la rossa passa attraverso il filtro

⁷ <http://spiff.rit.edu/richmond/occult/bessel/bessel.html#mono>

rosso, e in parte è anche assorbita e riflessa, mentre la verde viene respinta o assorbita dal filtro, senza attraversarlo.



13. La rifrazione su Tritone e quella al tramonto

Il 5 ottobre 2017 Tritone, il maggiore satellite di Nettuno e tra i più grandi del sistema solare, ha occultato una stella ed il fenomeno è stato seguito da molti osservatori in Europa e negli USA. Al centro dell'occultazione è apparso un flash prodotto dalla rifrazione della luce della stella attraverso la tenue atmosfera di Tritone. Il fenomeno era accaduto nel 1997, e Voyager II visitò Nettuno e Tritone il 25 agosto 1989.⁸

⁸ D. Dunham, <http://www.skyandtelescope.com/astronomy-news/surprising-results-from-octobers-triton-occultation> (2017)

Queste occultazioni hanno permesso di stabilire i parametri dell'atmosfera di Tritone, che sublima a temperature di 40 K, e che negli ultimi 20 anni c'è stato un riscaldamento globale dell'atmosfera. La rifrazione di questa atmosfera può essere capita a partire dal tramonto del Sole qui sulla Terra: il Sole viene alzato di 35' dall'atmosfera. Su Tritone di 1354 km di raggio a 30 UA l'osservazione del flash implica che i raggi di luce di quella stella sono stati deviati di $\theta=1354/(30 \cdot 149.6 \cdot 10^6)=3 \cdot 10^{-7} \text{rad}=0.06''$ dall'atmosfera, che quindi è meno densa di quella terrestre in ragione del rapporto tra 0.06'' e 35', cioè lo 0.03%, ovvero 1/33700.

Un quadro completo viene però dalla termodinamica: il gas dell'atmosfera passa direttamente dallo stato solido a quello gassoso, e alla temperatura di 40 K esiste una pressione di equilibrio (40 mB, che sarebbe il 4% di quella terrestre), molto maggiore di quella su Tritone. Significa che non c'è equilibrio tra sublimazione e brinamento, con una maggior quantità di gas che sublima rispetto a quello che ritorna in fase solida. L'atmosfera non dovrebbe dunque essere stabile, benché la velocità di fuga 1500 m/s sia nettamente superiore alla velocità termica delle molecole a 40 K, cioè 190 m/s.

La variazione dell'intensità tra il 1997 e il 2017 del flash centrale è legata alla variazione di questa densità, che dipende dalla temperatura: al suo aumentare la rifrazione diminuisce, riducendosi l'effetto focalizzante dell'atmosfera di Tritone alla distanza della Terra.

14. Misura della focale di uno specchio concavo

Il metodo più rapido è trovare dove mette a fuoco il Sole, che si trova in pratica all'infinito, ma è istruttivo utilizzare pure l'equazione $1/p+1/q=1/f$ che vale pure per le lenti sottili.

Si prende come sorgente la luce di una lampada (e.g. neon

presenti nelle aule di scuola) e se ne proietta l'immagine sul muro. La distanza tra specchio e immagine è p , la distanza tra specchio e sorgente è q . Con $p=2.37$ m e $q=1.02$ si è trovato $f=0.713$ m; con $p=0.72$ m e $q=\infty$ (è il Sole), $f=0.72$ m. Con queste semplici misure si è determinata la focale di uno specchio da barba con la precisione migliore di ± 1 cm. **Tuttavia c'è un'altra immagine con $p=2.28$, $q=0.76$ e $f=0.57$, che non è spiegata.**

15. La rifrazione nel bicchiere d'acqua

Si pone un pezzo di righello nel fondo del bicchiere, si misura la profondità dell'acqua h , e si vede lo spostamento di una posizione del righello rispetto alla sua verticale osservato da una direzione inclinata.

16. Curvatura ed estinzione atmosferica

Con il pannellino solare si misura V e I dal Sole, con l'accorgimento di disporre il pannellino perpendicolarmente alla direzione dei raggi del Sole.

Facendo la misura a partire dal mezzogiorno di una giornata serena fino al tramonto si potranno disporre su un grafico Potenza[W]-Altezza[h°] i dati e verificare il loro andamento.

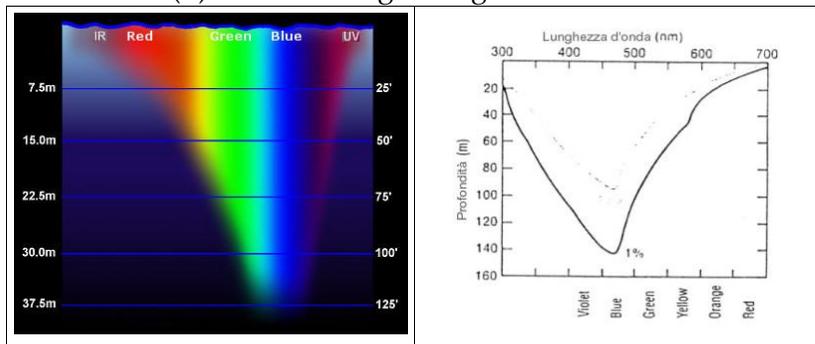
L'andamento del $\log(\text{Potenza}[W])$ in funzione dell'Altezza[h°] è una linea retta. Attorno a mezz'ora prima del tramonto la retta può cambiare d'inclinazione a causa degli strati più bassi di atmosfera ricchi di umidità. Se la Terra fosse piatta ed anche la sua atmosfera, al tramonto il Sole dovrebbe essere invisibile, perché offuscato da infinita atmosfera, se fosse piatta, ma finita l'andamento presso il tramonto dovrebbe mantenere un andamento rettilineo, che è la pura "legge della cosecante" (massa d'aria proporzionale a $1/\sin(h^\circ)$). La massa d'aria vale 1 in direzione verticale (zenit) ed aumenta verso l'orizzonte; la pendenza della retta fornisce l'estinzione per massa d'aria: a Roma vale 0.23 magnitudini/massa d'aria. Una magnitudine corrisponde ad un rapporto di intensità pari a 2.512, così che

cinque magnitudini corrispondano a 100, dieci magnitudini a 100^2 e così via. All'orizzonte si arriva a 5 masse d'aria, con la perdita netta di 1.15 magnitudini, per il Sole e per le stelle.

17. Trasmittanza e colore dell'acqua

Alla Fontana di Trevi sul lato sinistro c'è una vasca meno profonda (circa 15 cm) delle altre che superano i 50 cm. Nell'acqua sottile si vede bene il fondo bianco, mentre in quella profonda il colore si scurisce.

È interessante notare che questo è dovuto alla trasmittanza della luce nell'acqua, il cui andamento dipende dalla sua lunghezza d'onda λ . In particolare la luce blu riesce a penetrare più delle altre⁹ e questo dà luogo all'effetto finale che l'acqua del mare è blu. L'estinzione della luce solare in acqua è tale che la profondità a cui arriva l'1% della luce varia con il colore (λ) secondo le figure seguenti.



La componente rossa non arriva a 7 metri di profondità, la blu invece fino a 140 metri, 20 volte tanto. Per questo il colore del mare è blu. I due grafici sono speculari, e riferiti a diverse %.¹⁰

18. L'angolo di Brewster di 57° tra aria e acqua

Nella teoria della riflessione si trovano le equazioni di Fresnel che descrivono le intensità delle componenti della luce ai

9 <https://www.ilgiornaledeimarinai.it/la-penetrazione-della-luce-mare/>

10 http://www.biologiamarina.eu/Luce_in%20acqua.html

diversi angoli, in particolare la componente polarizzata trasversalmente alla direzione di propagazione è l'unica che si trasmette all'angolo di Brewster, dove l'altra va a zero. L'angolo β trovato da sir David Brewster (1781–1868) risolve l'equazione $\tan(\beta)=n(\text{acqua})/n(\text{aria})=1.33$, da cui $\beta=53^\circ$, formati con la normale. L'effetto della luce del cielo riflessa e polarizzata in un'unica direzione sull'acqua si vede bene a Villa Pamphili. Nel Giardino Segreto di Villa Algardi la luce



riflessa dalla Peschiera è più scura di quella del cielo il 4/12/17. L'acqua della fontana del Putto è più chiara perché la luce è riflessa ad un angolo minore di quello di Brewster (4/12/2017).



19. Parametri di uno specchio parabolico

A partire dall'equazione di una parabola $y=ax^2$ si ricavano il fuoco f e l'altezza del bordo dello specchio h rispetto al centro.

20. La rifrazione differenziale atmosferica di Laplace

Il Sole al tramonto sul mare si mostra di forma schiacciata, poiché il bordo inferiore è alzato di più di quello superiore dalla rifrazione atmosferica. Questo innalzamento differente a seconda della posizione nel Sole è dovuto alla rifrazione differenziale. La valutazione della rifrazione atmosferica su una stella di data altezza $h[^\circ]$ portò Laplace alla formulazione $z=z_0-60''\tan(z_0)$, dove z è l'angolo zenitale dopo la rifrazione e z_0 quello fuori dall'atmosfera. Il fatto che l'angolo zenitale diminuisca in presenza di atmosfera significa proprio che la stella (o il bordo del Sole) è spostato leggermente verso l'alto, e questo spostamento è tanto maggiore quanto più basso è l'astro (cioè quanto maggiore è z).

21. La luce stenopeica e la diffrazione di Fresnel

Si può vedere il fenomeno della diffrazione di Fresnel anche usando luce bianca, ma fortemente collimata. Questo avviene nella luce del Sole che attraversa un foro stenopeico. Se il foro ha diametro d e si trova a distanza L , su ogni punto dello

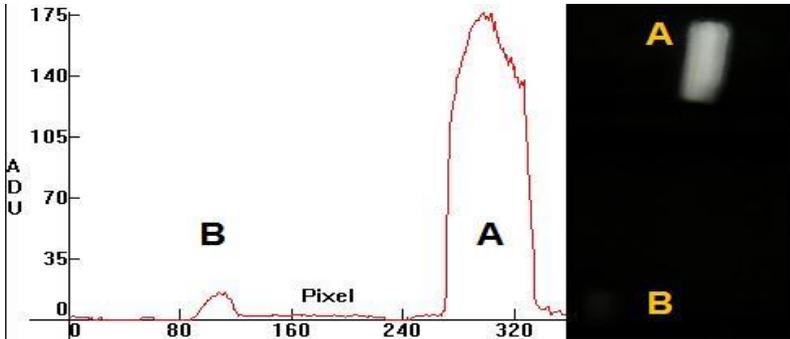
schermo su cui arriva la luce del Sole la luce in ogni regione di dimensione inferiore a d ha un grado di collimazione pari a $(57 \cdot d/L)^\circ$. Per esempio un foro di $d=1$ cm a $L=50$ m ha un grado di collimazione di $0.0114^\circ=41''$. Un ostacolo posto a 15 metri di distanza dallo schermo produce una regione brillante esterna al bordo dell'ombra, ben percepibile a 2 mm da questa, e poi una regione più oscura che aumenta il contrasto. La lunghezza di Fresnel vale circa 2.7 mm, che spazzano un angolo di $38''$ dal bordo allo schermo. Subito dopo il transito alla meridiana di S. Maria degli Angeli in Roma, per effetto della colonna che intercetta la luce, il fenomeno è visibile d'inverno. Un'altra circostanza per vedere il fenomeno è con il Sole che scende dietro una casa ad un centinaio di metri: negli ultimi istanti la luce diventa molto collimata e la diffrazione di Fresnel avviene nitidamente anche con i capelli più sottili.

22. L'interferometro di Michelson e lo specchio semiriflettente

Nel famoso esperimento di Michelson (1887) con cui si è provato a sommare vettorialmente la luce con la velocità orbitale terrestre, è stato realizzato un interferometro a croce, con uno specchio semiriflettente al centro, inclinato a 45° .

Lo specchio semiriflettente può essere realizzato con un vetro trasparente, che è anche uno specchio. Capito questo, poi si usa un laser in posizione fissa come sorgente e si procede con la configurazione. Sul rivelatore finale giunge un raggio riflesso dallo specchio semiriflettente e l'altro trasmesso due volte e riflesso una volta; questi due fasci provengono dallo stesso fascio incidente e percorrono cammini ottici differenti, andando ad interferire sullo schermo finale. Se assumiamo per semplificare i calcoli che gli specchi riflettano il 100% della luce e che il vetro rifletta $r\%$ e trasmetta $100\%-r\%$, abbiamo che la luce sullo schermo finale sia composta da un fascio intenso r , ed uno $r^2(1-r)=r^2-r^3$. Per un vetro che riflette al 9%, il fascio

trasmesso che interferisce col riflesso è l'1% dell'incidente.



A è l'immagine riflessa 2 volte, r^2 e B quella riflessa 3 volte, r^3 ; il rapporto tra le due fornisce $r=16/176\sim 9.1\%$ (analisi con IRIS)

23. L'energia dei raggi cosmici, e loro collimazione

I raggi cosmici sono talmente energetici da potersi considerare in moto rettilineo uniforme, o leggermente curvato dal campo magnetico solare o terrestre. Sono da considerarsi in regime di ottica geometrica. Un rivelatore di raggi cosmici è il contatore di muoni, composto da tre strati come un letto a castello.

Se il muone attraversa tutti e tre questi strati si può considerare proveniente dalla direzione individuata da questi tre strati. Quanto più sono distanziati tanto più il campo di vista del "telescopio di muoni" è stretto.

Si può calcolare il campo di vista dal rapporto tra l'area dell'ultimo strato divisa per l'altezza di quello strato sul primo.

24. Righe solari di assorbimento e di emissione e quota

Nella spettroscopia solare con un reticolo da 700 e meglio da 1000 righe per mm è possibile identificare alcune righe oscure che solcano lo spettro solare colorato dell'arcobaleno.

Queste righe oscure sono di elementi che assorbono i fotoni provenienti dalla fotosfera solare, che si trovano o attorno alla superficie del Sole, come atmosfera solare, oppure nell'atmosfera terrestre. Nel caso di elementi solari si può

associare a ciascuno di essi, in base alla loro temperatura, una quota nell'atmosfera solare, che ci si aspetta più calda vicino alla superficie e meno lontano. In realtà l'andamento della temperatura è complesso ed ancora non si riesce a spiegare completamente la temperatura della cromosfera di circa 10000°C e quella della corona di due milioni di gradi: l'involucro è più caldo del contenuto...

La temperatura di equilibrio di un certo strato di atmosfera solare determina quali righe di emissione o assorbimento prevalgono ad una certa quota.

25. Campi magnetici e vento solare

Il vento solare porta con sé un campo magnetico, e quando questo investe la Terra, si possono avere conseguenze fino alla superficie.

26. Esercizi

- a) Per ogni fenomeno qui descritto elenca le grandezze fisiche che occorre misurare per verificare la teoria che lo descrive.
- b) Associa ad ogni fenomeno una formula che lo riassume, spiegandone bene l'uso.
- c) Per ogni fenomeno compila una scheda che indichi bene:

Titolo (poche parole chiave)

Obiettivo (cosa vogliamo dimostrare o misurare)

Schema (disegno del set up dell'esperimento)

Descrizione (funzionamento dell'esperimento e procedure)

Elementi teorici (formule, chi le ha studiate, quando)

Dati sperimentali (quelli che hai misurato in lab o a casa)

Elaborazione dati (mediante grafici e tabelle)

Modello geometrico per interpretare le fasi del crepuscolo

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza e ITIS G. Ferraris, Roma*)

submitted May 9, 2020; accepted September 1, 2020

Introduzione *Al Calar delle Tenebre*

Ho ascoltato questa frase dopo tantissimo tempo, e mi ricordo che da piccolo mi piaceva... ma non per il motivo per cui la apprezzo adesso.

La frase descrive l'arrivo della sera, visualizzando una procedura che -abituati a vivere nella città- non vediamo facilmente.

L'ultima fase del crepuscolo, che in Inglese ha due parole diverse per l'alba *dawn* e per il tramonto *dusk*, è proprio un calare delle tenebre che inizialmente, al tramonto, salgono dall'orizzonte opposto a dove il Sole è sparito sotto forma di ombra della Terra.

Si tratta di un'ombra particolare, perché oltre alla Terra anche l'atmosfera contribuisce a quest'ombra, rendendola più sfumata dal basso verso l'alto, con una tonalità rosacea, che poi stempera nel cielo ancora azzurro.

Abbiamo scoperto che questa viene chiamata dagli Americani '*Venus Belt*', la cintura di Venere... è un linguaggio bello, ma forse ci perdiamo delle tradizioni Italiane altrettanto belle...ma che non sono arrivate a fare notizia su internet, realtà prevalentemente anglofona.

L'ombra della Terra continua a salire, man mano che la sera avanza. Abbiamo scoperto che sopra la nostra verticale, se potessimo lanciare un razzo, questo sarebbe illuminato dal Sole che si trova epsilon gradi sotto l'orizzonte, a epsilon² km di quota. E' la legge di Rosenberg, trovata su un articolo del 1968 scritto da tale Lloyd su esperimenti condotti alla base militare segreta di Woomera, in Australia.

Modello delle *tenebre decapottabili*

Siccome man mano che il Sole scende la luminosità del cielo azzurro diminuisce, diventa difficile notare che ad un certo punto l'ombra della Terra raggiunge la nostra verticale, e si estende quasi come una cappotta delle carrozze, o delle macchine decapottabili, sulle quali ti aspetteresti di vederci Grace Kelly e Cary Grant. La cappotta quanto raggiunge la verticale abbraccia l'orizzonte da destra a sinistra rispetto al punto dove ancora si vede la luce del Sole tramontato.

Poi la cappotta si chiude, ma mentre l'analogia con la carrozza ci aiuta a immaginare cosa accade, in realtà i perni della cappotta non sono più diametralmente opposti, ma si avvicinano tra loro e si stringono attorno alla luce dell'ocaso. La cappotta comincia a scendere sull'orizzonte Sud-Occidentale, come lo abbiamo visto noi¹ a fine gennaio sulla spiaggia Hakuna Matata, e meglio ancora sul Pontile di Ostia. È questo il calare delle tenebre.

Resta un oblò a forma ellittica, il cui bordo superiore si abbassa sempre più, e i laterali si stringono, mentre il bordo inferiore non coincide con l'orizzonte del mare, ma è un po' sollevato da questo.

Infatti anche il bordo inferiore sta subendo l'ombra dell'atmosfera che si trova al di là della Terra sferica, verso la direzione del Sole. Questa atmosfera produce quello che quei militari hanno chiamato screening effect.

Nei loro modelli l'effetto schermo da parte dell'atmosfera può essere anche quello di uno strato completamente opaco alto fino a 7000 metri.

¹ Con gli studenti del corso PON 2019/2020 Fisica Una Base per Tutti, il 22 gennaio 2020 a Ostia, stabilimento Hakuna Matata, al crepuscolo serale.

I raggi del Sole continuano ad illuminare l'alta atmosfera, che seppur molto rarefatta, continua a diffondere in tutte le direzioni e quindi anche verso di noi una certa luce. Quando assistiamo alle ultime fasi del crepuscolo che prende il nome di Astronomico, da un'ora a un'ora e mezzo dopo il tramonto geometrico, la luce che vediamo viene dall'alta atmosfera che si trova sulla verticale di zone ad oltre 2000 km di distanza, praticamente sull'Oceano Atlantico. Se poi sulla Spagna, e sul Mediterraneo attorno alle Baleari non ci sono nuvole, e l'aria è tersa, l'effetto schermo è minore, e la parte bassa della finestra ovale tocca quasi l'orizzonte.

Possiamo sapere come sarà il tempo nei prossimi giorni, perché le perturbazioni normalmente vengono dall'Atlantico, e se è limpido lo si capisce soprattutto dallo screening effect in basso all'ovale, prima che le tenebre calino del tutto.

I crepuscoli si chiamano

1. crepuscolo civile, e dura mezz'ora dal tramonto geometrico all'obbligo di accendere i fari (secondo il codice della strada del 1987, quando il prof. ha preso la patente, adesso i fari si accendono pure di giorno, tanto il guidatore zotico consulta il telefonino e investe lo stesso chi passa davanti, però ha i satelliti che gli coprono internet ovunque, hai capito per chi servono? Per quello che ti vuole mettere sotto...leggi qualche riga più avanti e capirai a cosa mi riferisco).
2. crepuscolo nautico da mezz'ora a un'ora. Il Sole alla fine sta tramontando 15° gradi più a Ovest, già nell'Atlantico oltre il meridiano di Greenwich. Le stelle più luminose appaiono.
3. crepuscolo astronomico fino a un'ora e mezzo dopo il tramonto. L'ultima luce del cielo ci parla del Sole in mezzo all'Oceano Atlantico 22.5° gradi da Ostia, 10° a Ovest di

Greenwich, meridiano che passa tra la parte occidentale dell'Irlanda e al largo del Marocco, tutto già sull'Oceano Atlantico. In questa ultima fase del crepuscolo appaiono via via anche le stelle più deboli.

Al loro termine è iniziata la notte.

Se la Terra non fosse sferica non potremmo vedere queste forme ellittiche degli oblò aperti sull'alta atmosfera che sta sulla verticale di orizzonti molto più a occidente del nostro.

La geometria che dobbiamo pensare per capire quanto vediamo è quella di una grande sfera, la Terra, circondata da una sfera molto vicina ad essa, l'atmosfera.

Quando il Sole tramonta, il piano che contiene noi e i suoi raggi è tangente alla Terra sferica e taglia una fetta di atmosfera sopra di noi a forma di calotta sferica.

Via via che il Sole scende sotto l'orizzonte visibile, la calotta sferica definita dai suoi raggi si inclina sempre più. E i raggi del Sole passano sempre più alti sopra di noi. Tra noi e loro c'è quella che abbiamo chiamato l'ombra della Terra, che cresce via via, con la legge di Rosenberg, e con la più poetica cintura di Venere proiettata sull'atmosfera opposta al tramonto, che è l'unica cosa che possiamo vedere non avendo razzi a disposizione.

Talvolta passa la Stazione Spaziale che ci fa capire dove inizia l'ombra della Terra... e purtroppo in queste ultime settimane capita di vedere un gran numero di satelliti... che movimentano la solennità millenaria del cielo.

Constellation X...un altro virus, difficile da eradicare.

Torniamo al nostro modello geometrico. Quando il Sole è sul meridiano 22.5° gradi dal nostro cessiamo di vedere luce ad occidente: in quel momento i suoi raggi tangenti alla Terra non colpiscono più atmosfera in grado di diffonderli... secondo Rosenberg sopra di noi passano a più di 500 km, più alti di dove orbita la ISS. Sappiamo che oltre i 100 km si parla già di spazio, e quindi noi riusciamo a vedere luce che viene da punti che sono a meno di 100 km di quota.

Facendo un'interpolazione lineare (quelli che una volta i professori di Università chiamavano "il conto della serva") cioè una proporzione si ottiene dove sta quella luce che vediamo per ultima.

Applicazioni al caso dei tramonti di Ostia

A 22.5° di distanza verso Sud Ovest... dove siamo? se fossero 360° sarebbero 40

mila Km. Proporzione e sono 2500 Km.

Facciamo ora l'approssimazione di Terra piatta, che corrisponde ad un "arrivano i nostri" se no non se ne esce dal problema, senza le ossa rotte... dalla trigonometria.

Abbiamo un triangolo rettangolo (chiudete due occhi quando guardate la figura 1, ma in fisica si procede anche così: sono stati trovati matematici che tentavano di risolvere un problema ancora dopo anni... ed avevano perso anche gli ultimi capelli bianchi).

Noi un'ora e mezzo dopo il tramonto, siamo il punto O, come osservatore.

Il punto dove avviene il tramonto in questo momento, a 2500 km da noi, è il punto T.

Altezza dell'ombra della Terra sopra di noi, punto H, a 500 km.

A che distanza da noi si trova la base del punto ad altezza

$H'=100$ Km?

Risposta ad un quinto di 2500 km, dal punto T. Quindi O' a 2000 km da noi.

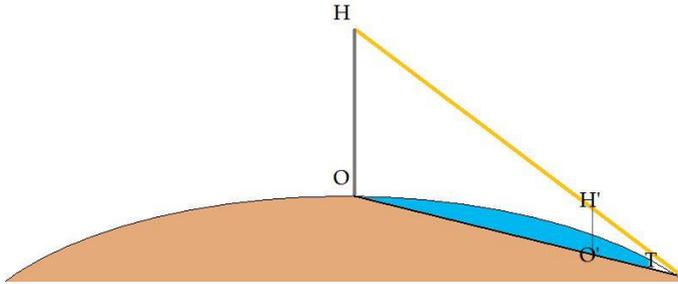


Figura 1: geometria per trovare la distanza OO' sotto l'atmosfera in H' che ci diffonde l'ultima luce del tramonto al crepuscolo astronomico.

Più o meno è giusto anche in geometria sferica...Ecco perché possiamo dire che tempo fa sulla Spagna osservando il tramonto, se non ci sono nubi.

Ecco anche perché se ci sono nubi su Sardegna o Corsica i nostri tramonti possono non terminare sul mare, così come ci è capitato proprio nelle due gite del 22 e 29 gennaio 2020. C'era un tetto di nubi, neanche troppo alto. Quelle nubi erano sul Cagliariitano.

Niente di più facile quindi di sapere che tempo fa in Sardegna o sulle Baleari, o addirittura al largo del Portogallo o del Marocco guardando le fasi finali del tramonto e dei crepuscoli, nautico e astronomico in particolare.

Naturalmente si può pensare il procedimento inverso, per ricavare l'altezza H' dell'atmosfera a partire dalle geometrie osservate delle finestre ovali che si restringono... ho preso gli orari in cui mi sembrava che il pianeta Venere, «lo bel pianeta

ch'ad amar conforta» fosse raggiunto dalla cappotta di tenebre che calavano... dati che vagamente ricordo a memoria e ho appuntato chissà dove... ma per questo metodo rischio di ritrovarmi anziano come quei matematici che cercano le soluzioni esatte...

Concedo ancora poche righe di riflessione prima di concludere:

11 marzo ore 19 Venere è al bordo dell'ovale. Non è nel punto più alto, ma facciamo finta che lo sia.

34° era l'altezza di Venere.

Il Sole era tramontato alle 18:08, 52 minuti prima. Quindi era già circa a 10° sotto l'orizzonte.

I raggi tangenti nel punto dove alle 19 stava tramontando arrivano a 34° sopra il nostro orizzonte.

OT sta a 40 mila km come 10 sta a 360°. Proporzione e $OT=1111$ km.

A questo punto, sempre nell'approssimazione della Terra piatta... ecco la figura, in cui ho due triangoli rettangoli, e conosco la somma dei due cateti $OO'+O'T=1111$ km (figura 2).

Dei triangoli rettangoli ho tutti e tre gli angoli.

Quindi per i criteri di uguaglianza di due triangoli se conosco un lato e tre angoli il triangolo è univocamente determinato, quindi devo trovare il modo per risolverli, perché la soluzione c'è... e mi aspetto che venga, per il cateto in comune O'H un valore dell'ordine dei 100 km, cioè l'altezza dell'atmosfera.

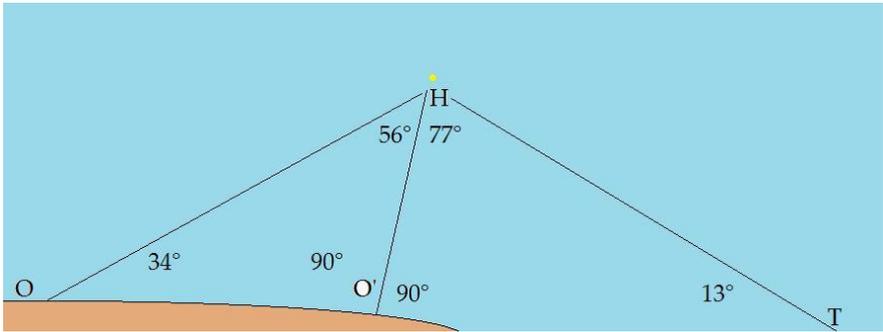


Figura 2: l'altezza dell'atmosfera misurata con l'ingresso di Venere nelle tenebre l'11 marzo alle 19 a Roma, 52 minuti dopo il tramonto.

La trigonometria ci dice che $O'H/OO'=\tan(34^\circ)$
 analogamente $O'H/O'T=\tan(13^\circ)$
 e poi l'altro vincolo è $OO'+O'T=1111$ km
 che posso riscrivere $h/\tan(34^\circ)+h/\tan(13^\circ)=1111$ km
 con $h=O'H$
 così $h=1111$
 $\text{km}/(1/\tan(34^\circ)+1/\tan(13^\circ))=191$ km

insomma viene il doppio, ma non siamo poi così lontano dal vero... solo un fattore due.

E abbiamo risolto un bel problema di trigonometria piana, con dati ricordati appena appena a memoria... ma possiamo, visto che ci siamo, rifare tutti i calcoli per 4 minuti più tardi con Venere all'incirca un grado più in basso, e anche il Sole.

così $h=1111$
 $\text{km}/(1/\tan(33^\circ)+1/\tan(14^\circ))=200$ km
 facilmente 4 minuti prima il risultato verrebbe 182 km, ma la proporzionalità inversa cambia un po' le carte in tavola, infatti
 $h=1111 \text{ km}/(1/\tan(35^\circ)+1/\tan(12^\circ))=181$ km

Se invece delle 19 erano le 18:52, 8 minuti prima, vista la difficoltà di asseverare quell'istante di transizione risulta

$$h=1111 \text{ km}/(1/\tan(36^\circ)+1/\tan(11^\circ))=170 \text{ km}$$

Venere è 14° più a sinistra di dove, sotto l'orizzonte, sta il Sole, perciò la sua posizione non è nel punto più alto dell'oblò, che - di per sé - è più alto di 34° .

Proviamo con 38°

$$\text{così} \quad h=1111 \text{ km}/(1/\tan(38^\circ)+1/\tan(13^\circ))=198 \text{ km}$$

Il risultato viene sempre il doppio di quanto mi aspetterei a senso fisico.

Per ora va bene così...questo è un modo sensato per misurare l'altezza dell'atmosfera partendo da considerazioni osservative.

Se vi ricordate il 29 gennaio abbiamo lasciato il Pontile attorno alle 18:10, le effemeridi di Stellarium danno Venere a 26° . Mi ricordo che era appena uscita dall'oblò. Era quasi finito il crepuscolo nautico, e la vostra scorta di energia...

Se fosse così, tenendo conto che il Sole era già $9^\circ 30'$ sotto l'orizzonte (sempre le effemeridi) l'equazione diventa

$$h=1055 \text{ km}/(1/\tan(26^\circ)+1/\tan(9.5^\circ))=131 \text{ km} \text{ molto più accurato.}$$

Se l'oblò avesse raggiunto Venere alle 18 il Sole era $7^\circ 41'$ sotto l'orizzonte, tramontando 854 km più lontano...così

$$h=854 \text{ km}/(1/\tan(27.6^\circ)+1/\tan(7.6^\circ))=91 \text{ km} \text{ e ci siamo!}$$

La prossima volta che andiamo al mare al tramonto attrezziamoci col cibo per resistere fino alla definizione dell'ovale luminoso che si stringe via via ad occidente. Al mare si vede meglio che dalla città. Si ottengono dati più puliti, se l'orizzonte è libero.

Referenze K. H. Lloyd, Planetary Space Science 1968, 16, 1071-1073

L'eccentricità ed apogeo dell'orbita della Terra misurata a Santa Maria degli Angeli nel 1703

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza, Liceo G. Ferraris, Roma*)

Silvia Pietroni (*Università di Salerno*)

Abstract Ptolemy in the *Almagest* explained the theory of the solar orbit as uniformly circular and seen from a point E different from the center O of the orbit. The segment $EO=e$ is the eccentricity. Kepler found the ellipse with the Sun on a focus as a better orbit, and the eccentricity is the distance between the focus and the center (half of the distance between the focus). The bisection of the eccentricity meant the choice of the ellipse instead of the circle excentric. If we consider the circle as the limit of the ellipse with zero eccentricity, the points O and E are the focus and the Ptolemy's eccentricity e is just the double of the keplerian one. The measurement at the meridian line of S. Maria degli Angeli of the duration of the seasons in 1703 made by Francesco Bianchini obtained values for the eccentricity and for the apogee (the analogue of the keplerian aphelion) very close to the correct ones, the best of astronomy without telescope.

Sommario L'eccentricità e la data dell'apogeo vengono ricavate dai dati di solstizi ed equinozi misurati da Bianchini nel 1703 usando l'eccentrico di Tolomeo e confrontati con le effemeridi moderne. Anche nel 2018 l'accordo tra le effemeridi ed il fit dei dati con l'eccentrico resta entro il 4‰ e 24 ore. *Per gli ottanta anni del prof. Cosimo Palagiano, Accademico dei Lincei*

Introduzione: gli eccentrici in Tolomeo

La teoria di Tolomeo sugli eccentrici è ripresa da Apollonio (IV sec a. C.). Per riprodurre il moto solare attraverso i 12 segni zodiacali, con velocità angolari differenti e conseguenti variazioni dell'equazione del tempo, Tolomeo¹ adottò la teoria del cerchio eccentrico sul quale il Sole si muove di moto uniforme. La procedura che fa Tolomeo per adattare questo modello (o *teoria*) ai dati, cioè per *salvare i fenomeni*, è un fit. Le durate delle quattro stagioni determinano sia l'eccentricità che la posizione dell'apogeo del modello. Il fit qui è tutto analitico.

L'eccentrico nella circonferenza goniometrica

Prendendo raggio $r=1$ e centro O, si prenda un punto E interno

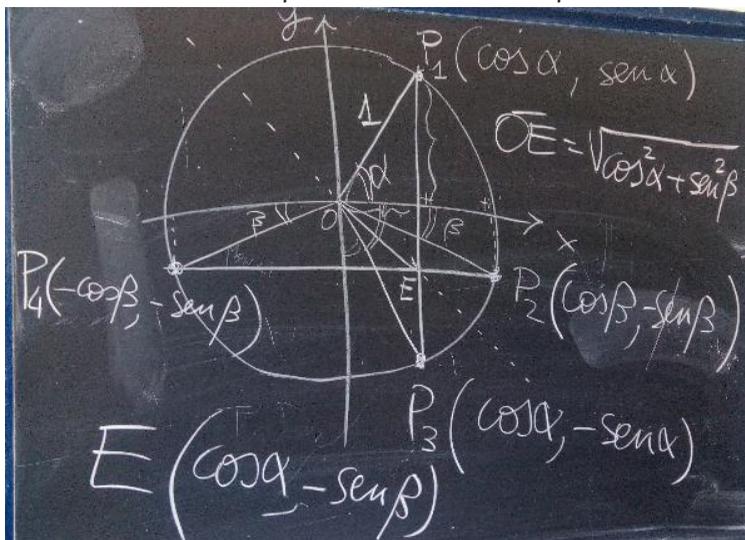
1 P. Toomer, Ptolemy's *Almagest*, Princeton 1998

alla circonferenza e vicino ad O, ad es. nel secondo quadrante. Si tracci da E una croce parallela ai due assi x ed y che interseca la circonferenza in P1, P2, P3 e P4.

Sia l'arco P1Ox= α , e l'arco P2Ox= β .

Si ottiene che le coordinate di E sono $E \equiv (\cos \alpha, -\sin \beta)$.

L'angolo spazzato dall'arco P1-P2= $\alpha+\beta$, quello da P2-P3= $\alpha-\beta$; quello da P3-P4= $180^\circ-\alpha-\beta$ e da P4-P1= $180^\circ-\alpha+\beta$.



Le durate delle stagioni sono proporzionali agli archi di circonferenza: P1-P2 alla Primavera, P2-P3 all'Estate, P3-P4 all'Autunno e P4-P1 all'Inverno. Le ultime quattro equazioni costituiscono un sistema di 4 equazioni e 2 incognite.

Sommando la prima e la seconda ottengo un'equazione in α e sottraendo la terza dalla quarta un'equazione in β .

(I) $P1-P3=2\alpha$

(II) $P4-P1-P3-P4=2\beta$

Angolo	α [d]	α [°]	β [d]	β [°]
Bianchini	93.24515	91.906788	0.239933	0.236498
IMCCE	93.246875	91.908489	0.261102	0.257443

Finalmente l'eccentricità $e = \sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\beta}$, che per Bianchini vale $e = 0.033529$, mentre per IMCCE $e = 0.033606$. Utilizziamo un calcolatore online² per la determinazione dell'eccentricità dell'orbita (kepleriana) nel 1703 basato su un'espansione in serie di potenze del tempo T sviluppata da Jean Meeus³ fino alla quinta potenza di T (in millenni dal 2000),

$$e = 0.0167086342 - 0.0004203654 * T - 0.0000126734 * T^2 + 0.0000001444 * T^3 - 0.0000000002 * T^4 + 0.0000000003 * T^5$$

così $e(\text{J. Meeus, 1703}) = 0.016832358$

Raddoppiando questo valore si ottiene $e = 0.033665$, che supera il valore ottenuto da Bianchini dello 0.4%, mentre supera quello di IMCCE dello 0.17%. Si deve notare che anche la serie del Meeus ed il risultato di IMCCE costituiscono per noi delle *teorie alternative* per descrivere l'andamento dell'eccentricità.

L'eccentricità kepleriana è ottenuta bisecando l'eccentricità tolemaica.⁴

I dati di Francesco Bianchini a Santa Maria degli Angeli

La tabella delle osservazioni fatte da Bianchini per gli equinozi ed i solstizi del 1703, il primo anno di operatività della grande meridiana di S. Maria degli Angeli è pubblicata nel suo testo,⁵ ed è anche scolpita su una lastra marmorea murata nella parete Nord del presbiterio.⁶

AM e PM sono riferiti al mezzogiorno vero e non al fuso orario dell'Europa centrale.

2 <http://www.jgiesen.de/kepler/eccentricity.html>

3 J. Meeus, *More Mathematical Astronomy Morsels*, Willmann-Bell, 1997

4 J. L. Heilbron, *The Sun in the Church*, Harvard, 1999.

5 F. Bianchini, *De Nummo et Gnomone Clementino*, Roma 1703

6 M. Catamo e C. Lucarini, *Il cielo in Basilica*, Roma 2011

Stagione	Primavera	Estate	Autunno	Inverno
Istanti osservati	21/3 h 9:03 AM	22/6 h 8:45 AM	23/9 h 9:04 PM	22/12 h 11:45 AM
Tradotti UT	21/3 h 08:20	22/6 h 07:57	23/9 h 20:06	22/12 h 10:53
Tradotti JD 2343000+	146.8472	239.83125	333.3375	422.953472
IMCCE UT	21/3 h 08:04	22/6 h 07:22	23/9 h 19:55	22/12 h 11:10
Trad. JD	146.836111	239.806944	333.329861	422.965277
Durate oss.	92.98405	93.50625	89.615972	89.136106
DurateIMCC E	92.970833	93.522917	89.635416	89.113033
IMCCE 2018	92.745139	93.656944	89.853472	88.986644

La durata dell'Inverno è la differenza con 365d 5h 49m 1.5s che è il valore dell'anno tropico ottenuto da Bianchini, mentre nelle righe IMCCE si usa il valore attuale⁷ di 365d 5h 48m 46s.

La durata media dell'anno tropico nel 1703 in accordo con un altro sviluppo in serie fino al cubo⁸ valeva: 365d 5h 48m 46.76s

La posizione dell'apogeo secondo Bianchini nel 1703

La direzione del vettore OE individua sulla circonferenza goniometrica il giorno del perigeo dalla parte del punto E e l'apogeo opposto ad E. L'apogeo è $\alpha = \arctan(-\sin\beta/\cos\alpha) = 7.071264^\circ$ per Bianchini e $\alpha = 7.683652^\circ$ per IMCCE, con la differenza tra i due di 0.61° cioè 14h 40m.

Traducendo i gradi in giorni ($360^\circ \approx 365.2422d$) e sommandoli alla data del solstizio estivo si ottiene per Bianchini 29/6 h 12:08 UT mentre per IMCCE 30/6 2:28 UT. L'apogeo secondo le

⁷ La durata dell'anno tropico varia da un anno all'altro, come si vede nel sito <https://www.timeanddate.com/astronomy/tropicalyearlength.html>

⁸ <http://scienceworld.wolfram.com/astronomy/TropicalYear.html>

effemeridi usate da www.calsky.com,⁹ al menù Sun, solstices etc., per il 1703 era 1/7 6: 33 UT (o 6:59 UT)¹⁰ 28/36 h dopo. Queste effemeridi tengono conto del fatto che a percorrere l'ellissi è il baricentro del sistema Terra-Luna, per cui può capitare che la Terra arrivi all'afelio anche con qualche giorno di differenza. Jean Meeus fornisce anche lo sviluppo in serie del tempo (dal 1900.0) riferito al baricentro del sistema Terra-Luna, che non dà "salti" fino a 3 giorni da un anno all'altro, basato sulla durata dell'anno anomalistico. La Data Giuliana JD è usata per il calcolo.¹¹

Per il 1703 l'afelio risulta il 2/7 alle 16:20 UT, tre giorni dopo il nostro risultato tolemaico sui dati di Bianchini, due sulle effemeridi IMCCE. Questa differenza è da ascrivere all'approssimazione dell'algoritmo per il 1703 a quasi 200 anni dal centro dello sviluppo, che non può tenere conto compiutamente delle variazioni di eccentricità.

Conclusioni

La teoria tolemaica dell'eccetrico è stata qui trattata analiticamente con poche e semplici formule per l'eccentricità e l'apogeo. Sono stati usati i dati di Bianchini presi alla meridiana di S. Maria degli Angeli in Roma nel 1703 che sono quanto di meglio si potesse ottenere con i mezzi osservativi del tempo. Il valore dell'eccentricità dell'orbita terrestre per Bianchini valeva $e=0.033529$ differente solo per lo 0.40% dai

9 CalSky uses for the period from 1630 to now measured values published in the *Astronomical Almanac* and by IERS.

10 J. Meeus, *Astronomical Algorithms*, Willmann-Bell, Richmond, VA, USA (1999) <http://www.willbell.com/math/mc1.htm> implementate nel sito di http://www.marcomenichelli.it/perieli_afeli_terra.asp

11 Esistono convertitori online da JD a giorno, mese, anno e orario, come quello dell'IMCCE <https://promenade.imcce.fr/fr/pages2/278.html> oppure dell'AAVSO <https://www.aavso.org/jd-calculator>

modelli attuali (*teorie* anch'essi) di Jean Meeus e per lo 0.23% dal modello IMCCE, dell'Institut pour la Méchanique Céleste e pour les Éphémérides di Parigi. L'apogeo del 1703 sempre con l'eccentrico viene collocato al 29/6 e Bianchini precede IMCCE (sempre con l'eccentrico) di 14 ore, mentre le effemeridi CalSky e Meeus prevedono 1/7 h 6:33/6:59.¹² Finalmente possiamo calcolare eccentricità ed apogeo con i dati attuali IMCCE per le stagioni 2018. Viene $e=0,0333660$ e apogeo 13 d 2h 28m dopo il solstizio, cioè alle 23:35 del 4 luglio. I valori odierni per eccentricità ed apogeo sono rispettivamente 0,033402 e 4 luglio 00:22 UT (approssimazione in serie di Jean Meeus¹³), solo 23 ore prima di quanto calcolato col modello tolemaico.

$JD_{afelio}=2415021.546+365.2596413 \cdot k+1.52E-8 \cdot k^2$, dove $k=0.99997 \cdot (\text{anno}+0.5-1900)$.

Deduciamo che l'approssimazione dell'apogeo tolemaico con l'afelio kepleriano del baricentro del sistema Terra-Luna è buona entro un giorno.

Dal 1703 al 2018 l'afelio si è spostato in avanti per effetto della "precessione climatica"¹⁴ combinazione della precessione lunisolare (degli equinozi) e della rotazione degli apsidi, anche se la data varia sensibilmente da un anno all'altro per effetto dell'orbita della Terra attorno al baricentro Terra-Luna: il 2014 era il 4/7 h 0 UT, il 2015 il 6/7 h 20 UT; il 2016 il 4/7 alle 16 UT; il 2017 il 3/7 h 20 UT ed il 2018 il 6/7 alle 17 UT. Questo è un tipico effetto epicyclico.

12 Dal 1703 al 2018 la differenza tra queste 2 effemeridi si riduce da 26 a 4 minuti. Ricalcano due modelli (o teorie) leggermente differenti.

13 Jean Meeus, *Astronomical Formulae for Calculators*, Willmann-Bell, Inc. Richmond Virginia, 1982, p. 137-138.

14 <https://promenade.imcce.fr/fr/pages4/438.html#paragraphe3.2>

Introduzione alla Sciaterica

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza e ITIS G. Ferraris, Roma*)

submitted November 30, 2018; accepted September 1, 2020

Abstract The study of gnomonics can be done by using our own shadow, especially near the solstice time, when at the same hour of the day the shadow's lengths are almost the same.

SCIATERICA, *Sciaterica*, *Sciaterique*. (Mecc.) Da *σκια*, *scia*, ombra. Denominazione data talvolta alla *Gnomonica*, perchè insegna a determinar le ore per mezzo dell'ombra. *Encicl.*

da Bonavilla e Marchi, Dizionario Etimologico di tutti i vocaboli usati nelle scienze, arti e mestieri, che traggono origine dal greco (Milano, 1821) Tomo V ([link](#))

Visualizzare i primi 3 video sulla sciaterica e fare lo stesso segnando l'ora della misura.

Nel mese di dicembre alla stessa ora otterrete risultati molto simili ogni giorno, perché siamo attorno al solstizio invernale, comunque segnate giorno e ora e lunghezza dell'ombra nel compilare la tabella e poi disegnare il grafico (che controllerò e su cui metterò il voto).

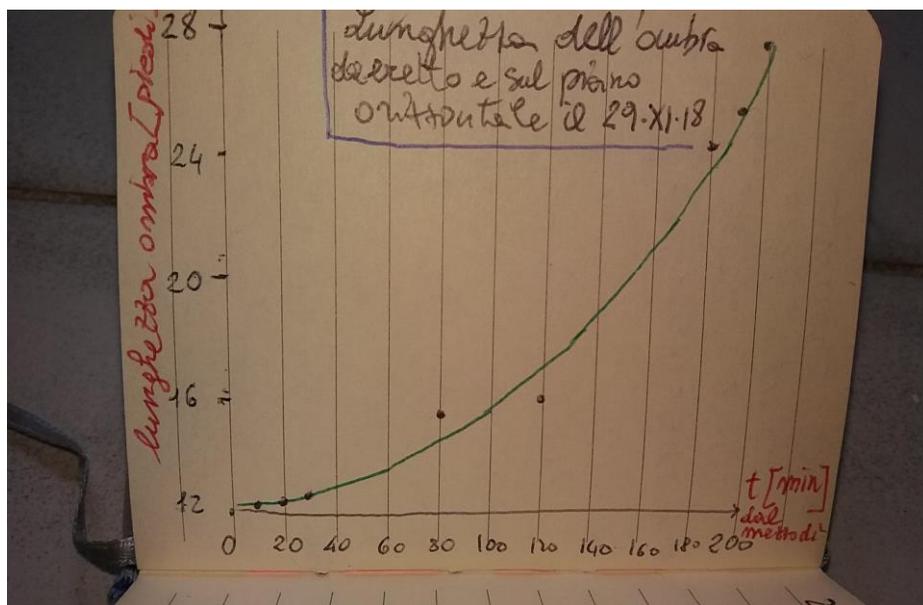
sequenza dei video

no. 1 <https://youtu.be/9dD057wL2b4>

no. 2 <https://youtu.be/JXDDBpsIWY4>

no. 3 <https://youtu.be/PEDVj1dja5o>

esempio di grafico ottenuto il 29 novembre 2018 iniziando al mezzogiorno (a villa Pamphili) e continuando sulla strada verso casa e poi a casa.



Vedere anche i video girati a Santa Maria degli Angeli,

transito del 16 novembre

<https://www.youtube.com/watch?v=FNK2ORi0is8>

transito del 28 novembre

<https://www.youtube.com/watch?v=8XexUWtI-hU>

L'ultimo video "Verso la culminazione del 28 novembre"

Serve a capire l'andamento della lunghezza dell'ombra attorno al mezzogiorno, quando l'iperbole a terra diventa quasi un arco di cerchio, e i punti proiettati sulla meridiana a tempi uguali si spostano con legge quadratica, proprio come accade al solstizio. Questo significa che ad ogni mezzodì il Sole raggiunge la massima altezza e poi svolta=tropico (in greco) e torna indietro.

<https://www.youtube.com/watch?v=j9nL1XOm5uE>

Il “tropico quotidiano”: cosa avviene al mezzogiorno

La parola tropico è sinonimo di svolta.

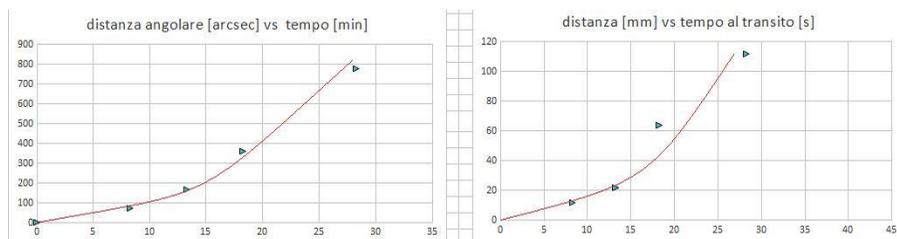
Nella voce del vocabolario Treccani

<http://www.treccani.it/vocabolario/tropico3/> trovate tutto quello che occorre sapere dall’asilo all’Università su questo argomento. Il verbo greco “trepo” =volgere è all’origine di “tròpicos”, dove avviene la svolta.

Un moto oscillatorio, periodico, ha sempre due svolte, cioè due tropici, come quelli entro cui si ripetono le stagioni ogni anno.

L’immagine del Sole al bordo Sud è quella più lontana dal foro stenopeico.

Per ottenere i dati abbiamo proiettato perpendicolarmente alla meridiana le posizioni dei bordi del Sole prese a intervalli regolari dalle 10:15 fino al transito meridiano. La proiezione è stata fatta con una rotella metrica stesa fino a 5 metri e la perpendicolarità è stata ottenuta controllando che il nastro metrico fosse parallelo ad un foglio A4 allineato adiacente alla meridiana, come suggeritoci dalla prof.ssa Manuela Petaccia. In futuro potremo usare fogli di giornale doppi, formato A2 o A1, i cui lati diventano confrontabili con le lunghezze da cui dobbiamo proiettare i punti sulla meridiana.



La parabola di “fit” (linea continua rossa) passa ottimamente per i punti con un coefficiente R^2 molto vicino ad 1.

Le parabole di “fit” dei due bordi sono state entrambe impostate in modo da passare per lo zero.

L’esperimento per mostrare che attorno al mezzogiorno le distanze angolari dalla massima altezza raggiunta cambiano con il quadrato del tempo è riuscito.

L'estensione temporale fino a quasi 40 minuti prima del transito è sufficiente per vedere bene questo effetto.

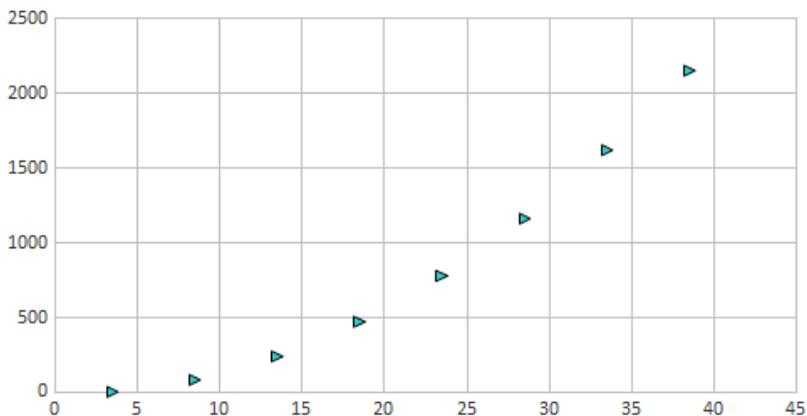
Passando dai dati in millimetri a quelli degli angoli di altezza sopra l'orizzonte, l'accordo diventa ancora migliore: quello con gli angoli ha un fit molto migliore: R^2 sposta da 1 per 2 millesimi al bordo Sud e per 5 millesimi al Nord: spettacolare!.

I millimetri a terra ci dicono quanto l'arco di iperbole* si discosta dalla retta perpendicolare alla meridiana.

gli arcosecondi ci dicono quanto l'altezza istantanea del Sole si discosta dall'altezza massima che raggiunge al meridiano, ed è questa che varia quadraticamente col tempo.

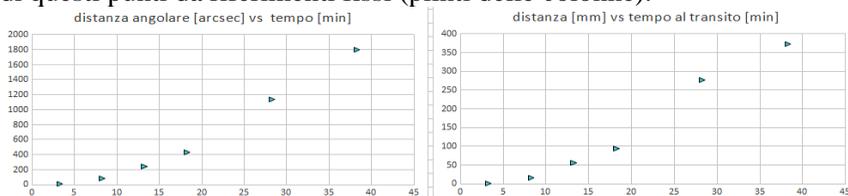
Una conseguenza delle condizione di proiezione è anche che i millimetri a terra variano quadraticamente col tempo, ma il valore di R^2 non è altrettanto buono; probabilmente ci dice che è solo una felice coincidenza: l'ipotesi quadratica è principalmente nella variazione dell'altezza del Sole sull'orizzonte nei dintorni del meridiano, dove diventa stazionaria (a derivata nulla, perché sul massimo**).

Nel foglio dati bordo Sud sulla destra ho fatto un grafico con i dati da effemeridi (previsioni/calcoli) di www.calsky.com che mostra che l'andamento del fit quadratico ha un $R^2=1$ negli ultimi 40 minuti prima del transito. Questo ultimo grafico si chiama Distanza dalla culminazione [misurato in secondi d'arco], al trascorrere del tempo [misurato in minuti]. .



Questi dati regolari sono le previsioni teoriche calcolate (C), che noi abbiamo verificato osservando (O) sperimentalmente sia il bordo Sud che il bordo Nord (vedi subito sotto la figura) in determinati istanti prima del passaggio al meridiano.

Durante questi istanti una squadra della 1DT guidata da Megane Buenviaje ha collocato sul pavimento della Basilica dei segnali adesivi sulle posizioni che avevano i bordi solare durante il suo percorso nelle due ore prima del transito. Il 28 novembre è stata una delle più lunghe sessioni osservative del Sole a Santa Maria degli Angeli di tutta la mia carriera, e sicuramente quella con più dati di posizione presi. Un'altra squadra guidata dal prof. Maurizio Moscatiello ha misurato le distanze di questi punti da riferimenti fissi (plinti delle colonne).



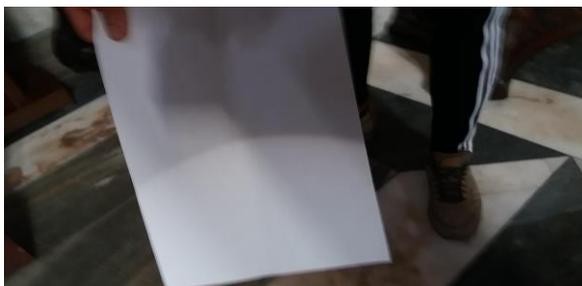
Posizioni del Bordo Nord del Sole a terra (destra) e in altezza angolare (a sinistra)

La risoluzione angolare dell'immagine: buona Nord-Sud peggio Est-Ovest

La terza squadra in azione ha realizzato delle foto del foro stenopeico visto dal numero 200 della linea meridiana, e visto dal lato lungo della navata centrale, attorno alla visibilità all'equinozio vernale attorno alle ore 9.

Un effetto osservato il 28 novembre sulla qualità dell'immagine proiettata su un foglio perpendicolare ai raggi del Sole consiste nel vedere che i bordi Nord e Sud sono molto più stagliati di quelli Est (precedente) e Ovest (seguito). Ciò ha mostrato chiaramente che il foro stenopeico orizzontale al pavimento, che dal punto dove arriva l'immagine a terra appare come un'ellissi più larga che alta, produce un'immagine con penombra larga in senso laterale e stretta in senso meridiano.¹

¹ Probabilmente questo effetto fu chiamato "inversione degli assi" da Armando Schiavo, autore di un fascicolo sulla meridiana del 1994. Questo concetto fu
GERBERTVS vol. 12 2019 - 125



Bordo Nord del Sole a 50 metri dal foro stenopeico (F/200) e Bordo Est.

Per questa ragione le misure di posizione dei bordi Nord e Sud del Sole sulla meridiana sono molto più precise (foto sopra) sia di quelle del bordo Est che Ovest (foto sotto), che anche dei loro tempi di attraversamento della linea meridiana.



Questo spiega anche la bontà del metodo dei transiti paralleli escogitato per avere più misure dell'istante del transito meridiano e spingere la precisione temporale a 0.3 s dalla media statistica delle varie misure su varie linee parallele e vicine alla linea meridiana.

*l'arco di iperbole con la concavità opposta al foro stenopeico lo abbiamo visto bene con i punti dalle 10:15 in poi, i primi che abbiamo preso e georeferenziati rispetto agli spigoli dei pilastri. Quello che volevo trovare erano le proprietà dell'arco di iperbole nei pressi della linea meridiana, dove diventa quasi un arco di cerchio, segno che il Sole è a lungo stazionario in altezza; cioè durante l'ultima mezz'ora il Sole si è spostato in altezza di circa il suo raggio.

**questa frase si capirà pienamente al quinto anno, ma è bene sentirla già al 1°.

discusso da Catamo e Lucarini nel 2000 sul loro libro e con me: ne convenimmo che non era nulla di reale. Forse questo errore portò l'autore dello stesso errore ad aprire in senso Est-Ovest il foro realizzando il fagiolo di 4x1.5 cm con cui nel 2000 cominciai ad osservare l'immagine stenopeica a S. Maria degli Angeli. La risoluzione spaziale invece migliora nella direzione dove il foro appare più stretto.

L'aberrazione della luce nel transito di Mercurio sul Sole

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza e ITIS G. Ferraris, Roma*)

submitted March 11, 2019; accepted November 11, 2019

Abstract The Explanatory Supplements (p.134-135) about the transit of Mercury and that relativistic effect are explained.

Seguendo gli Explanatory Supplements (p. 134-135) la cui traduzione letterale riporta: "i contatti interni avvengono quando il bordo del pianeta è tangente al cono visuale del Sole da una certa stazione osservativa, ed il cono è spostato [verso Ovest] a causa dell'aberrazione" provo a spiegare quantitativamente la cosa, spostando poi l'attenzione sulla comparazione tra le effemeridi Horizon della NASA, e quelle del programma Excel di Fred Espenak, quelle di calsky.com e quelle di IMCCE di Parigi, per una data posizione dell'osservatore.

Il Sole e l'aberrazione della luce

Noi osserviamo il Sole, al meridiano, muoversi verso Ovest di moto diurno, e verso Est di moto diretto (annuale) rispetto alle stelle fisse. Il moto diurno è effetto della rotazione della Terra su se stessa, mentre quello diretto è il prodotto della rivoluzione annuale della Terra attorno al Sole (di fatto al centro di massa del Sistema Solare).

Questo moto produce un'aberrazione della luce solare di 20.5" verso Ovest.

Per effetto della nostra velocità orbitale media di 29.8 km/s verso Ovest, il Sole ci appare spostarsi di circa 1° al giorno verso Est, ma la sua luce appare provenire da un angolo spostato verso Ovest di $\theta = 57.28^\circ \cdot 3600'' / 29.8 / 299792.5 = 20.497''$

L'aberrazione della luce, scoperta da James Bradley a Greenwich nel 1727, è un fenomeno relativistico, che si può capire in modo soddisfacente immaginando che al posto della luce ci sia la pioggia. Se questa cade in verticale, ma noi camminiamo in avanti, dobbiamo inclinare l'ombrello in avanti di un angolo che dipende dal rapporto delle due velocità: la nostra e quella della

pioggia. E questo è stato fatto, nell'approssimazione di angoli molto piccoli, e convertendo i radianti in gradi e i gradi in secondi d'arco, nell'equazione per l'angolo θ .

Mercurio e l'aberrazione della luce

Abbiamo due casi di transiti planetari, con Mercurio al perielio (Novembre) e con Mercurio all'afelio (Maggio). Nel primo caso Mercurio è più vicino al Sole e più lontano da noi, e ci appare sotto un angolo di 10", mentre nei transiti di Maggio Mercurio è più vicino a noi ed il suo angolo visuale vale 12".

In entrambi i casi si tratta di una quantità molto piccola, come abbiamo potuto vedere durante l'ultimo transito dell'11 Novembre 2019, rispetto al Sole il cui diametro valeva 1930". Ci appare come poco più di un punto su un'immagine di 15 cm di diametro come quella che avevamo proiettato al Centro di Astrofisica Relativistica di Pescara ICRANet con il telescopio rifrattore 100/1000 Antares, senza filtri.

L'orbita di Mercurio è abbastanza eccentrica (è un termine tolemaico, ma serve per descrivere ellissi più o meno schiacciate) da presentare velocità orbitali sensibilmente differenti tra perielio ed afelio, mentre per la Terra possiamo considerare 29.8 km/s una costante. In particolare nei transiti di Maggio Mercurio viaggia più lentamente a 38,86 km/s ed è più vicino a noi, all'inverso per Novembre (a 58,98 km/s). La durata dei transiti però è press'a poco la stessa. Per non appesantire con troppi conti mi riferirò, pertanto, alla velocità media di Mercurio: 47.36 km/s.

Nel transito di Mercurio sul Sole, il pianeta entra da Est ed esce verso Ovest, ciò significa che la sua velocità relativa rispetto alla Terra è di circa 18 km/s verso Ovest. Dunque, per la relatività dei moti, possiamo immaginare che siamo noi ad andare verso Est alla stessa velocità. L'aberrazione della luce sul disco (nero) di Mercurio farà sì che questo ci appaia spostato verso Est (aberrato) di circa 12".

Combinazione delle due aberrazioni

Il Sole è sempre aberrato verso Ovest di 20.5", Mercurio al transito è aberrato verso Est di 12", con una fluttuazione del 25% circa tra perielio ed afelio.

Nelle effemeridi l'aberrazione solare e planetaria è già tenuta in considerazione, per cui automaticamente i risultati sui contatti la includono.

Se non fossero inclusi avremmo delle previsioni che ritarderebbero i contatti fino a 32.5"; poiché la velocità angolare di Mercurio al transito è tale che esso percorre il suo diametro in 3 minuti a Maggio e in 2 minuti a Novembre, il ritardo sarebbe di circa 8 minuti, del tutto misurabile anche con mezzi osservativi "di fortuna", mentre i ritardi/anticipi sono contenuti entro qualche secondo al più.

Confronto tra le effemeridi

Gli Explanatory Supplements servono a spiegare come si calcolano le effemeridi. Noi vogliamo capire quale effemeride è la migliore per poi utilizzare il dato osservativo per ricavare il diametro solare istantaneo.

Tutte le effemeridi dovrebbero usare, per il Sole, un diametro standard, che viene dato dalle *Astrophysical Quantities* pari a 1919.63". È il valore standard ad 1 Unità Astronomica, assunto dall'Unione Astronomica Internazionale, l'IAU, fondata nel 1919. Essendo lo scopo della mia ricerca valutare, mediante i transiti di Mercurio, la variazione rispetto a questo diametro standard, devo conoscere al meglio le previsioni tra i contatti visuali tra questo Sole standard e Mercurio, il cui diametro è fisso, e pari a 5000 km.

La posizione di Mercurio nella sua orbita è pure un dato preciso, che le osservazioni di vari secoli sulla posizione del pianeta ci permettono di definire molto meglio di 1". Infatti già Le Verrier nel 1859 aveva identificato un'anomalia nell'orbita di Mercurio di 42.8" per secolo, in particolare nella longitudine del perielio. La longitudine del perielio è la coordinata lungo l'orbita del pianeta

che ne identifica il punto più vicino al Sole. L'orbita di Mercurio interseca il piano dell'orbita della Terra (eclittica) nei due nodi ascendente e discendente, che hanno una longitudine eclittica (misurata quindi sulla nostra orbita) che si conta dalla posizione dell'equinozio di Primavera pari a $\lambda=0^\circ$.

Ebbene non solo la longitudine dei nodi dell'orbita di Mercurio cambia lentamente con il tempo, ma anche quella del suo perielio, molto più difficile a misurarsi, perché è il risultato di molti calcoli basati su molti dati, affetti ciascuno da un errore di misura dell'ordine di qualche secondo d'arco.

Nelle effemeridi più aggiornate e complete tutti questi dati osservativi contribuiscono a dare una "teoria di Mercurio" ossia un modello del suo moto complicato dovuto al risultato della combinazione delle attrazioni gravitazionali del Sole e dei pianeti, nell'ambito della Relatività Generale. La "teoria di Mercurio" nelle effemeridi rappresenta al meglio che può i dati osservativi disponibili su Mercurio fino ai più recenti. Le effemeridi della NASA/JPL hanno nomi tecnici come DE405, piuttosto che Chapront-Touzé o VSOP87 come quelle sviluppate all'IMCCE di Parigi.

Ogni tanto le effemeridi vengono aggiornate per includere altri dati osservativi ed essere più aderenti ai dati disponibili più precisi.

Il problema è che ciascuna effemeride ha dei pregi e dei difetti, è più aderente a certi dati piuttosto che ad altri, secondo la valutazione dei propri autori, che sono specialisti di Meccanica Celeste e Astrometria. Conoscere le discrepanze tra queste effemeridi per quanto riguarda il transito di Mercurio sul Sole consente di limitare l'incertezza sui modelli con cui andremo a confrontare i dati osservativi.

L'accuratezza potenziale delle effemeridi di oggi è maggiore di quella dei primi anni del 2000, ed ancor di più di quella del 1980, quando Irwin I. Shapiro ridusse i dati dei transiti dei primi tre

secoli di astronomia al telescopio per dedurre il diametro solare. Nel 2002 Sveshnikov rifece la riduzione aggiungendo qualche transito in più e con effemeridi più aggiornate.

Le effemeridi del presente sono più precise di quelle che rappresentano una situazione di 3 secoli fa... rispetto alle quali i dati osservativi disponibili possono accusare (ma non è detto) errori sperimentali maggiori di quelli di oggi.

Referenze

[https://en.wikipedia.org/wiki/VSOP_\(planets\)](https://en.wikipedia.org/wiki/VSOP_(planets))

https://en.wikipedia.org/wiki/Jet_Propulsion_Laboratory_Development_Ephemeris

Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac, Ed. by P. Kenneth Seidelmann, United States Naval Observatory. Nautical Almanac Office, Great Britain. Nautical Almanac Office
University Science Books, (2006). p. 134-135

Appendice: Aberrazione differenziale per i pianeti § 3.257¹

L'aberrazione, a causa della sua dipendenza dai moti relativi e dalle distanze, talvolta ha effetti complicati dove due o più corpi sono in gioco, come, per es. nelle eclissi, nei transiti, e nei fenomeni di sistemi di satelliti, e in alcune occasioni del passato, la determinazione di questi effetti ha presentato un problema intricato.

In un transito di un pianeta sul disco del Sole, ad esempio, i contatti esterni avvengono quando l'osservatore è sulla superficie conica² che circonda il Sole e il pianeta e ha i suoi vertici tra il Sole e il pianeta. Il contatto interno capita quando l'osservatore è sul cono che circonda il pianeta e il Sole avente il suo vertice tra il pianeta e la Terra.

I contatti osservati sono agli istanti in cui le posizioni *apparenti* di

¹ la traduzione in Italiano serve a chiarire il più possibile un testo che, di per sé, non è il massimo della chiarezza. Ho scelto di andare a capo per chiarire meglio le corrispondenze biunivoche tra punti espresse nel testo.

² si tratta di un doppio cono che da una parte ha la base nel disco solare, e dall'altra nel più piccolo disco planetario.

un punto sul lembo del pianeta e un punto sul lembo del Sole sono identiche, cioè il raggio di luce che parte dal Sole e che raggiunge la posizione geometrica dell'osservatore all'istante T del contatto è stato radente al pianeta nel suo percorso. Questo raggio ha lasciato il Sole ad un tempo precedente $T-t_2$ e ha raggiunto il pianeta ad un tempo $(T-t_2)+t_1$.

I coni che circoscrivono sono formati dai raggi radenti; quindi i punti sulla Terra e il pianeta

che si trovano sulla stessa linea retta su uno dei coni all'istante di un contatto sono rispettivamente:

la posizione geometrica dell'osservatore al tempo T ,

e il punto sul pianeta al tempo $(T-t_2)+t_1$.

Quindi, nelle formule della teoria dei transiti, per ogni valore del tempo T , tutte le quantità dipendenti dal tempo devono essere derivate dai valori delle coordinate geometriche (r, l, n) del pianeta al tempo $(T-t_2)+t_1$

e le coordinate (r', l', b') della Terra³ al tempo T .

Analogamente, comparando le posizioni osservate degli oggetti nel sistema solare tra di loro, o con stelle di riferimento, al fine di determinare le coordinate di un corpo, gran cura è richiesta nel correggere le osservazioni per l'aberrazione, in accordo con i mezzi di osservazione usati e i metodi di confronto.

Nei sistemi di binarie ad eclisse, una variazione apparente del periodo può essere prodotta dalla variazione del tempo di luce con la distanza dall'osservatore che cambia a causa di un moto orbitale della coppia che si eclissa rispetto ad una terza componente distante (Irwin, 1959).

Referenze

Irwin, John B., *Standard light-time curves*, *Astronomical Journal*, **64**, p. 149 (1959)

³ nel testo originale c'è t , ma ritengo che sia T maiuscola, usata fino ad ora.

The contacts time in the transit of Mercury: a fitting procedure

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza e ITIS G. Ferraris, Roma*)

submitted March 11, 2019; accepted November 11, 2019

Sommario I tempi di contatto nel transito di Mercurio, vengono gestiti con una procedura di fitting che riduce l'effetto black-drop (goccia nera).

Abstract: The images of the transit of Mercury are affected by the atmospheric turbulence and by the black drop effect, due to the combination between the limb darkening function and the point spread function of the telescope (present also in space). The strategy is to use the data far from the black drop effect, before the internal contacts and to extrapolate from them the zero chord timing. As example we consider pure square root function data and the second contact of May 9, 2016 transit observed by Bijorn Kattendit.

Riassunto: Le immagini del transito di Mercurio sul Sole sono perturbate dal seeing atmosferico e dall'effetto 'goccia nera', dovuto alla combinazione tra l'oscuramento al bordo solare e la funzione di dispersione puntiforme dell'ottica del telescopio (questo effetto si manifesta anche da immagini prese dallo spazio, non perturbate dall'atmosfera). La strategia è di usare dati lontani dal momento dell'effetto goccia nera, prima dei contatti interni tra il disco di Mercurio e quello del Sole, ed estrapolare da quelli l'istante di tempo in cui la corda Mercurio-Sole sul disco di Mercurio vale zero.

Come esempio consideriamo dati simulati da pura radice quadrata, e dati dal secondo contatto (interno) del transito del 9 maggio 2016 osservati da Bijorn Kattendit.

Introduction: data from the previous transit

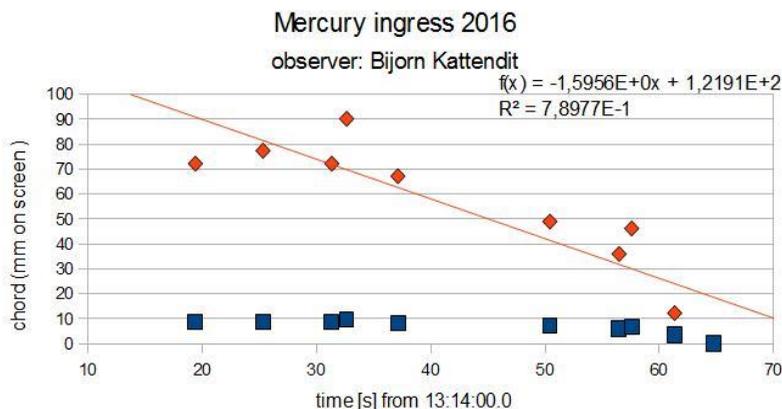
The forthcoming Mercury transit of November 11, 2019 is an opportunity to have another precise measurement of the solar diameter, having rather good images. As an example Bijorn Kattendit recorded the ingress of Mercury on May 9, 2016 with a Schmidt Cassegrain telescope of 280 mm f/10 and Barlow lens 2x. From each frame of the video; we measured the distance AB on the computer screen in mm and we read the timing of the video (it is 0.2 s ahead of UTC).

A table has been compiled from the video (available on youtube at Costantino Sigismondi channel, Mercury, Kattendit)

A linear fit of the data of the squared chord column yields the

equation $y = -1,5166 + 119,37 * t$ which goes to zero for $t = 78.71$ s
Changing the last value of the chord from 3 mm to 0 mm (we are in the black drop phase) the equation changes to $y = -1,5956 + 121,91 * t$ which goes to zero for $t = 76.40$ s
The average of the extrapolated zero chord time is 77.55 ± 1.15 s, corresponding to 11:15:17.35 UTC after the subtraction of 0.2 s of systematic error of the clock (declared by the observer).
The plot of the table of measured data is the following figure.

Fig. 1: data of the ingress of Mercury (internal contact) for 2016.



Time in local hour TMEC.

Comparison with the ephemerides

For the location of observation 48.98975 N 12.21593 E the expected time of the internal contact was 11:15:20.7 s UTC, then the contact occurred (3.35 ± 1.15) s, before the ephemerides time.
Considering that the ephemerides are very precise for what concerns the center of the planet and the center of the Sun; the only possible difference can be due to the radius of the Sun.
The actual dimension of the Sun, if the inner contact ends before the forecasted one, should be smaller.
Being the diameter of Mercury 12.1 arcseconds and being the

total calculated ingress time 191.2 s, the angular velocity of Mercury at the ingress was 6.33/100" per second.

Therefore the solar limb at the ingress point, in the direction of the path of Mercury was $\Delta p=0.21\pm 0.07$ arcseconds smaller. The reduction of the solar radius is obtained by multiplying Δp by $\cos(\alpha)$, with $\alpha\approx 30^\circ$ (see fig. 2)

$\Delta R=-0.18\pm 0.06$ arcseconds

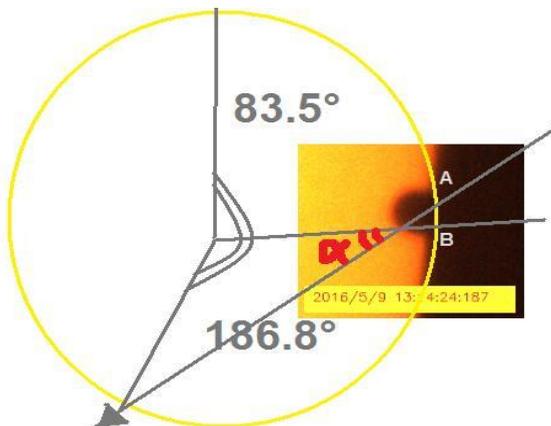


Fig 2: geometry of the transit of Mercury of May 9, 2016.

Conclusions

The evaluation of the contact time by using a fitting procedure is rather simple, and can be realized drawing a graphic and a linear fit (available with nearly all spreadsheet).

The operations required are 1) elevation to the power of 2 of the chord; 2) plot on graphic and drawing a fitting line to find the time of zero chord.

This operation can be done also on paper with a graphical procedure, by using a calculator without need of scientific

functions.

It is suitable to be used at school, in the first years of secondary school. It is the way of fitting a square root function, exploiting the fact that it is the inverse function of a parabola.

References

B. Kattendit, private communication

B. Kattendit, youtube, video

C. Sigismondi, F. Cardoso, Gerbertus 9 (2016)

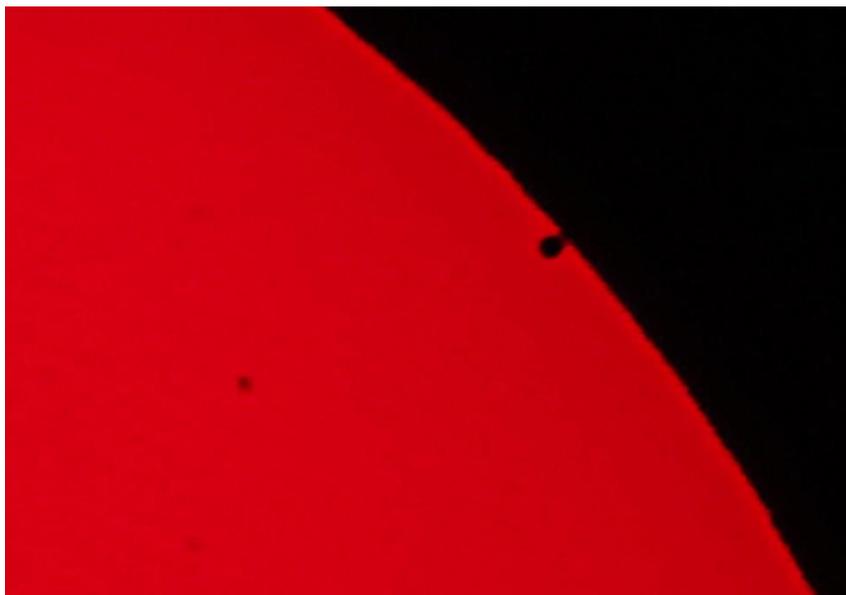


Fig. 3 Black drop phenomenon in 2016, May 9th Mercury transit

La Point Spread Function dell'occhio con le stelle, per una diagnostica rapida del cristallino

Costantino Sigismondi (ICRA/Sapienza and ITIS Ferraris, Roma)

submitted August, 1st 2019 accepted September 11th, 2020 sigismondi@icra.it

keywords: Point Spread Function, Optical deformations, Crystalline lens

Abstract The Point Spread Function of an astronomical instrument is a typical diagnostics for individuating optical deformations and its diffraction limits. The opportunity to make a rapid sketch of the observation of a bright star or planet may permit to understand rapidly the general type of deformation of the crystalline lens. Examples of eye defocus and astigmatism are presented.

Sommario Le Point Spread Function di uno strumento astronomico è un tipico metodo diagnostico per individuare le deformazioni ottiche e le figure di diffrazione. La possibilità di far disegnare uno schizzo di cosa si vede con l'occhio nudo, senza occhiali, permette di capire rapidamente il tipo di deformazione del cristallino. Sono presentati casi di sfocatura e di astigmatismo.

Introduzione

L'ottica applicata all'occhio è antica quanto gli occhiali, e le "pietre per vedere" che erano vetri con curvatura particolare da funzionare come lenti di ingrandimento. Tuttavia a livello didattico e informativo non è facile trovare spiegazioni semplici delle deformazioni che ha la lente del cristallino: il software di simulazione riproduce le deformazioni più complesse rendendo superflua l'identificazione della deformazione principale, su cui si basa la correzione delle lenti.

Astigmatismo in laboratorio e nel caso degli occhi

Il risultato del passaggio della luce attraverso una lente cilindrica è una distribuzione allungata della luce lungo l'asse del cilindro. È sufficiente riempire d'acqua un contenitore cilindrico e farci passare un fascio LASER, per verificare questa proprietà.



Fig. 1 la luce LASER è focalizzata su una linea orizzontale a causa dell'aberrazione sferica subita sullo stesso piano, mentre si allunga su e giù parallela all'asse del cilindro, per l'astigmatismo.

La Point Spread Function dell'occhio con le stelle per una diagnostica rapida del cristallino

Nell'occhio astigmatico (quasi tutti lo sono in grado minimo) la deformazione è cilindrica, solo che cambia da occhio ad occhio l'orientazione dell'asse di questo cilindro.

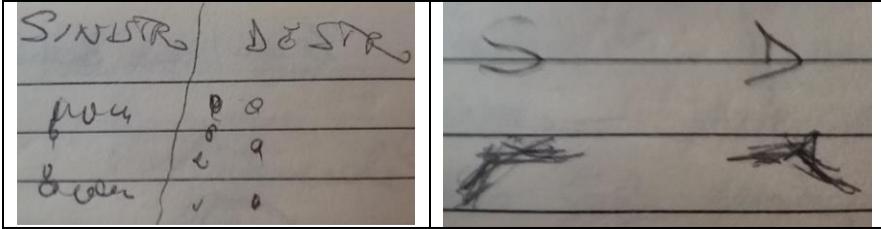


Fig. 2 due diversi gradi di astigmatismo per occhi di 84 anni (sx) e 51 (dx), 84: assi cilindrici tra loro perpendicolari; 51: assi convergenti.

Vista fuori fuoco

Può capitare che uno o entrambi gli occhi abbiano una PSF allargata (sfocata). In tal caso l'immagine dell'astro (qui era Giove al massimo della sua luminosità) appare un disco sfumato. Può trattarsi della **retina** in posizione **extrafocale (miopia)**, o **intrafocale (presbiopia)**, rispetto al cristallino che non si accomoda più, non va più a fuoco. Occorre inserire una lente di focale nota per combinarla con quella del cristallino in modo da "annullare" l'effetto di sfocatura, per distinguere in quale delle due situazioni si trovi l'occhio, e come correggerlo con gli occhiali.

Quando si usa la falce di Luna crescente per valutare l'acuità visiva dell'occhio nudo, o dell'occhio con gli occhiali correttori, c'è una direzione in cui l'effetto dell'astigmatismo è massimo. Nel caso convergente (51) una falce verticale viene divisa in tre falci adiacenti, mentre una orizzontale sembra solo sfumata ai bordi. Nel caso di assi tra loro perpendicolari (84) il risultato della visione binoculare è deformato in modo simile nei vari casi.

Trasparenza del cristallino e sua valutazione con le stelle

Si può valutare in senso relativo, rispetto alla trasparenza di un altro occhio. Si valuta la magnitudine limite dell'occhio opacizzato in base alla stella più debole avvistata dall'uno e dall'altro soggetto. La differenza in magnitudini viene tradotta dalla legge di Pogson in percentuale perduta dall'occhio con cataratta. Per una sola magnitudine è $1/(2.5)=40\%$.

Referenze

C. Sigismondi, <https://arxiv.org/abs/1106.6356> (2011)

Variable stars magnitudes estimations exploiting the eye physiology
https://telescope-optics.net/eye_aberrations.htm

La scienza dei tramonti con osservazioni da Ostia

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza and ITIS Ferraris, Roma*)

Submitted December 7th 2020, accepted Dec 9th prof.sigismondi@icra.it

Abstract At <https://www.leganavaleostia.it/webcam-ponente/> the sea sunset is visible from October to March, from 11.7 m above sea level. Sunset's azimuth measurements and atmospheric refraction with precise timing of the last sunbeam and Stellarium 0.20 simulation are shown. The pressure's gradient along the ligne of sight is computed using meteoblue maps.

Sommario Misure di azimut e di rifrazione da webcam a Ostia, sincronizzate col TMEC ed effemeridi di Stellarium 0.20; il gradiente di pressione da satellite elaborato da meteoblue è calcolato sulla linea di vista.

Azimut con la webcam Il campo di vista della webcam è fisso, altrimenti bisognerebbe effettuare delle calibrazioni ogni tramonto. La schermata utile comprende l'orizzonte con l'ultimo spicchio di Sole e il bordo in alto a destra (sopra la scritta Skyline webcams). L'azimut lo misuriamo come rapporto tra la distanza dal bordo destro SD e quella dal bordo superiore SS, $\text{azimut tramonto} = \text{SD}/\text{SS}$.

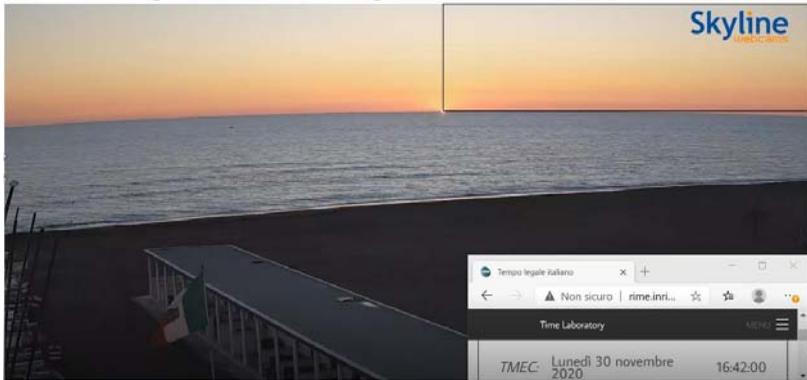


Fig. 1 Il rettangolo ha lati 515 (SD) x 149 pixel (SS). Azimut=3.456. Quel tramonto è terminato alle 16:42:07, orario registrato con OBS studio, anche dal sito <http://rime.inrim.it/labtf/tempo-legale-italiano/>

Rifrazione atmosferica da 11.7 m L'istante in cui il Sole sparisce (è raccomandato il secondo di precisione) ci permette di conoscere la rifrazione all'orizzonte di quel tramonto, usando la simulazione di Stellarium 0.20 senza atmosfera. Si va a vedere l'altezza del bordo superiore del Sole in quel momento, e questa è la rifrazione cercata.

Per il 30 Novembre 2020 la rifrazione a 11.7 m slm è stata 42' circa.

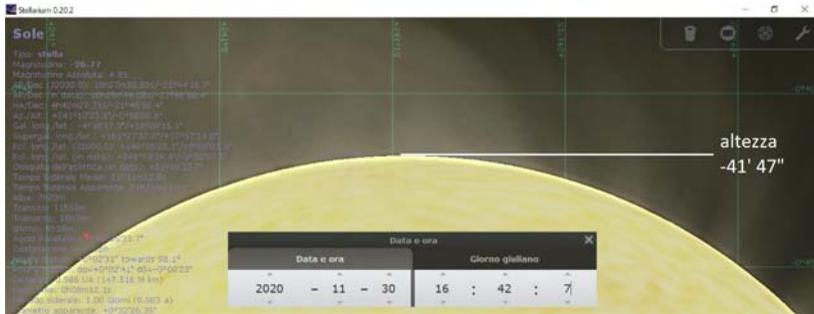


Fig. 2 Simulazione “airless” per il 30 nov 2020 h 16:42:07 del bordo superiore del Sole, per le coordinate 41° 43' 09" N 12° 18' 06" E.

Condizioni meteorologiche da EUMETSAT (sito meteoblue)

La rifrazione al tramonto dipende dalle condizioni di Pressione e Temperatura lungo la linea di vista col Sole.

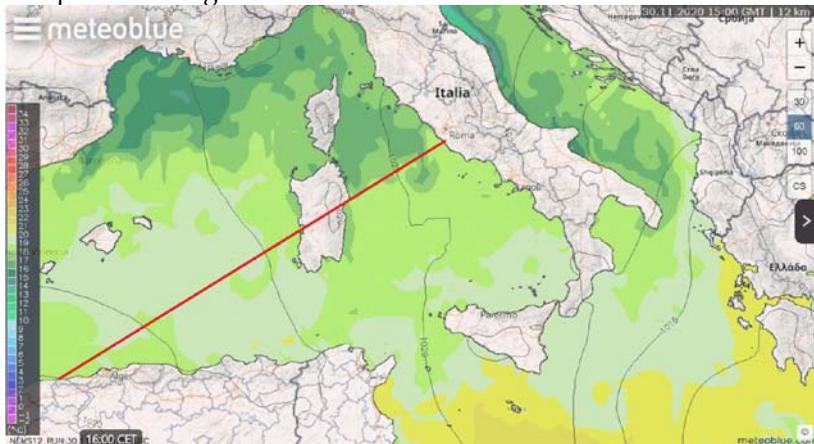


Fig. 3 Mappa della Temperatura del mare (colori) e delle linee di pressione per le 16 TMEC del 30 nov. La linea rossa è in vista col Sole di fine Novembre, e va bene fino a tutto gennaio. Taglia in 2 la Sardegna. Il gradiente è la differenza di pressione (6 millibar) diviso la distanza che il 30 Nov era circa 1000 km. 6/1000 di millibar per km. La temperatura del mare valeva 18 °C, mentre quella dell'aria 15° C. Ciò abbassa di altri 3' la linea di orizzonte rispetto all'orizzontale topografica, già sotto di $\sqrt{h[m]'} = \sqrt{11.7} = 3.4'$ per la sfericità della Terra.

Dati da trasmettere (da registrare sul proprio taccuino/excel)

Fin'ora abbiamo mostrato i metodi per misurare ciò che ci interessa. Abbiamo dati puri e l'elaborazione degli stessi. I dati puri vengono prima e sono di primaria importanza, in ogni esperimento si deve cercare di averli della massima qualità; l'elaborazione viene dopo e può contenere errori di procedura, anche se sono da evitare.

DATI da prendere nell'ora del tramonto:

1. Istante del tramonto sull'orizzonte marino (ora:minuto:secondo)
2. Il Sole è tramontato sull'orizzonte marino? (SI/NO)
3. Distanza SD tra il punto di tramonto e il bordo destro in pixel
4. Distanza SS tra il punto di tramonto e il bordo sopra in pixel
5. Mappa meteoblue con Isobare estesa fino ad Algeri
6. Mappa con Isoterme a 2 m e Temperatura del mare di Ostia

ELABORAZIONE DATI da fare con calma,

1. calcolo dell'azimut nelle nostre unità [SD/SS] con tre decimali
2. simulazione con Stellarium del bordo superiore del Sole senza atmosfera, all'istante del tramonto per leggere l'altezza es. $-41.783'$
3. valutazione della rifrazione all'orizzonte a quel momento togliendo la depressione geometrica dell'orizzonte marino: alla webcam della Lega Navale vale sempre $3.42' = \sqrt{11.7}$

La rifrazione atmosferica vale $41.783' - 3.42' = 38'.363$

4. valutazione del gradiente barico lungo la linea di visita contando le isolinee tra Ostia e Algeri e poi dividendo per 1000 km
5. valutazione del gradiente superficiale di temperatura tra l'acqua e l'aria 2 metri sopra, davanti a Ostia. In pratica il "delta T" ΔT

Il gradiente barico è legato alla visibilità del raggio (bordo) verde/blu al termine del tramonto (effetto prismatico). Quello della temperatura invece è legato a quanto l'orizzonte appare depresso e quindi all'altezza del punto di sparizione sopra l'orizzonte marino (dove riflesso-miraggio e immagine del Sole si incontrano al primo contatto). La rifrazione atmosferica include sia l'effetto su mille chilometri e più, esteso fino alla stratosfera, ma anche quello entro l'orizzonte visibile a 12.2 km: in autunno-inverno l'acqua è più calda dell'aria, e i raggi luminosi cambiano curvatura e fanno i miraggi.

La misura dell'azimut è l'esperimento dedicato a Galileo,



Galileo, disegno a pastello e carboncino di Ottavio Mario Leoni (1578-1630). Biblioteca Marucelliana, Firenze. **Galileo osservò il tramonto estivo dallo stesso punto, notando come il Sole si avvicinava sempre più ad un promontorio, e poi se ne allontanava.**

La misura del gradiente di temperatura tra acqua e aria, si affianca alle misure *in situ* con il telescopio topografico, ed è dedicata a Paolo dal Pozzo Toscanelli, che fornì a Cristoforo Colombo i suoi dati sul raggio della Terra.



Paolo dal Pozzo Toscanelli dal sito dell'Osservatorio di Arcetri (articolo del prof. Ranfagni). L'immagine è riprodotta dall'affresco in Palazzo Vecchio a Firenze, nella sala di Cosimo il Vecchio, che è stato fatto quando lui era in vita. Nacque il 21 aprile 1397 e morì il 10 maggio 1482. Realizzò nel 1475 il più alto gnomone del Mondo, sulla lanterna della Cupola del Brunelleschi a 90 metri, "*per studiare il Sole in alcuni dì dell'anno*" (il solstizio estivo) come è scritto negli acquisti della Cattedrale di Firenze riguardo alla bronzina in cui era ricavato il foro stenopeico di 5 cm di diametro. Paolo *fisico* scrisse una lettera anche a Cristoforo Colombo con la copia della sua carta della Terra, e i dati sul raggio e sulle longitudini di Lisbona, della Cina (Catai) e del Giappone (Cipango). Poiché la depressione dell'orizzonte è legata geometricamente al raggio della Terra dalla formula $d[\prime]=\sqrt{h[m]}$, quando si trova una depressione maggiore, si sarebbe

portati a pensare ad un raggio terrestre più piccolo, mentre è l'effetto della rifrazione determinato dalla differenza di temperatura acquaria positiva. Toscanelli, che realizzò il primo gnomone in grado di misurare l'obliquità dell'asse terrestre con qualche secondo d'arco di precisione, era certamente a conoscenza del fenomeno della depressione geometrica dell'orizzonte, ma non della rifrazione atmosferica. Potrebbe aver trovato la convalida dei dati che aveva sul raggio terrestre da una misura in condizioni simili a quelle che a Ostia, anche dal Lungomare Toscanelli, ho fatto.

Se da 4 metri ci dobbiamo aspettare una depressione di 2', ne abbiamo misurati anche 3.4', tra fine Ottobre e inizio Novembre, quando l'acqua era a 20 °C e l'aria immediatamente sopra a 15 °C.

La distanza dell'orizzonte $\sqrt{2Rh}$, l'angolo di depressione in radianti è $h/\sqrt{2Rh} = \sqrt{h/2R}$. Se l'angolo aumenta, a parità di altezza sul livello del mare h , è il raggio del pianeta R a dover diminuire... in misura proporzionale a $1/\sqrt{R}$. Se l'angolo di depressione passa da 2' a 3.4' aumenta di 1.7 volte, quindi il raggio deve essere 1/2.89 del raggio iniziale. Proprio quello che convinse Colombo a raggiungere l'Oriente viaggiando verso Occidente: le distanze venivano sottostimate, e questa della depressione dell'orizzonte poteva essere una prova sperimentale. Le opere matematiche e astronomiche di Toscanelli sono quasi tutte perdute, tranne le osservazioni della cometa del 1456 che poi fu dedicata ad Halley, oltre tre secoli più tardi, che ne aveva previsto il ritorno del 1759.

http://www.arcetri.astro.it/~ranfagni/CD/CD_TESTI/TOSCNLLI.HTM



Fig.4 Schema del percorso dei raggi dietro e davanti l'orizzonte.

Tramonti dal Pontile al telescopio e l'atmosfera prismatica

La ripresa video con ingrandimento dei tramonti sull'orizzonte marino era finalizzata alla misura del diametro solare mediante un transito ad almucantarato 0° . In realtà, per la depressione geometrica, al Pontile (3.3 m slm) l'almucantarato dell'orizzonte marino è $-1.8'$ e per la depressione "termica" è sceso anche a $-3.4'$, e il bordo superiore del Sole sparisce sospeso sul mare, col "Sole a Omega".

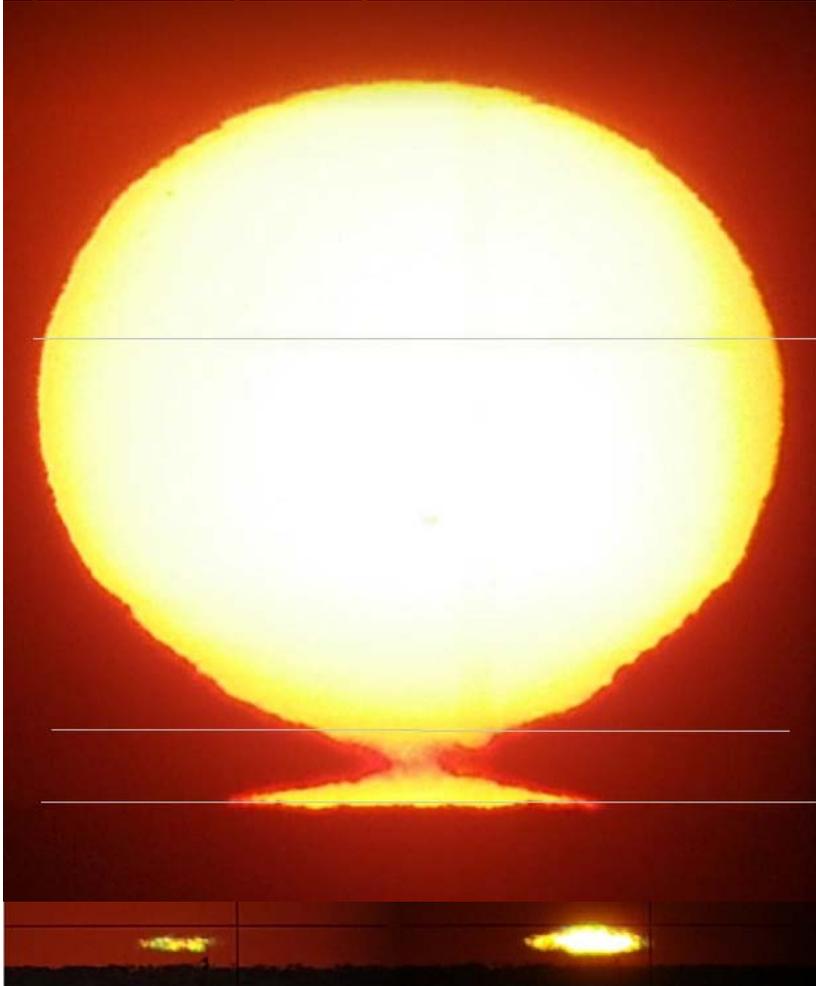


Fig. 5 Sole a Omega 30 Nov 2020, contatto col miraggio e sparizione.

Quando non c'è miraggio il primo contatto avviene con l'orizzonte marino, quando c'è avviene col riflesso, nell'atmosfera.



Fig. 6 Formazione del riflesso, prime 3 foto: 10 s, ultima 26 s dopo.

La durata del tramonto si intende dalla **tangenza** tra Sole e orizzonte (oppure col suo riflesso) fino alla sparizione del Sole.

DATI da rilevare nei tramonti al telescopio

1. Istante video della tangenza tra Sole e orizzonte o riflesso del Sole.
2. Istante video della sparizione del Sole, si trovano con Quicktime7.1
3. Istante di un fotogramma con video del cambio di secondo dell'orologio sincronizzato con UTC (sempre con Quicktime 7.1)
4. Istante UTC della tangenza Sole-Orizzonte/Riflesso
5. Istante UTC della sparizione del Sole

Qui i dati 1 e 2 sono primari, 3 serve per calcolare poi la rifrazione atmosferica, 4 e 5 sono ricavati conoscendo i primi 3 e servono per calcolare l'effetto prismatico dell'atmosfera durante quel tramonto.

La rifrazione, come nel caso del tramonto web, si ottiene mediante la simulazione con Stellarium 0.20, con le coordinate del Pontile di Ostia (il mio "osservatorio") usando i dati osservativi (i tempi UTC).

L'osservazione astronomica è completa se ho posizione dell'osservatore e istanti di tempo UTC delle osservazioni. Il video ha proprio la funzione di rilevare le immagini E CONTEMPORANEAMENTE il loro tempo UTC. Perciò vedrete sempre la ripresa dello schermo dell'orologio al quarzo con RCVD che dice che si è sincronizzato via radio con l'orologio atomico di Monaco di Baviera/Francoforte alla mezzanotte precedente.

Tanto questi tramonti al telescopio, quanto quelli alla webcam sono osservazioni astronomiche complete, non sono foto artistiche!

La misura dell'effetto prismatico si completa con i dati da satellite: la variabile più importante è il gradiente di pressione lungo la linea di vista (Ostia-Algeri per il periodo novembre-gennaio). Dobbiamo verificare che maggiore è questo gradiente, maggior probabilità abbiamo di vedere il bordo verde o blu finale.

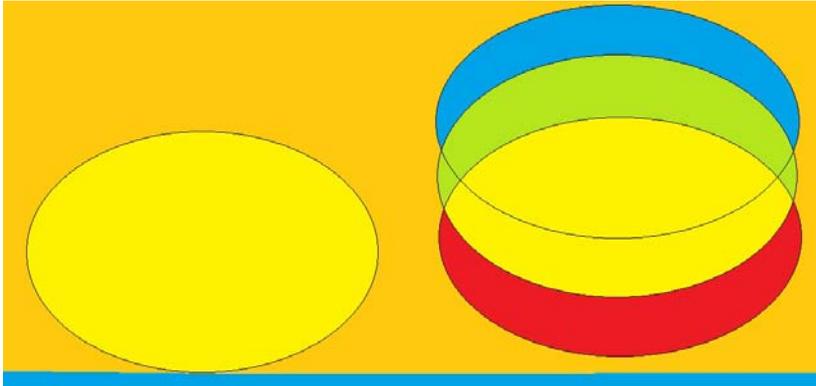
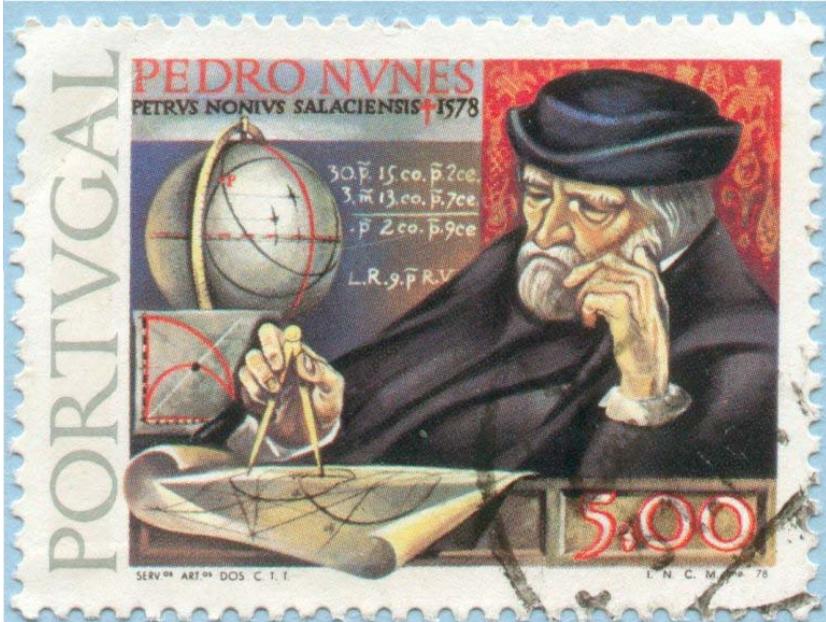


Fig. 7 Per l'effetto prisma il Sole appare come la sovrapposizione di vari colori, e la durata del tramonto aumenta quando il gradiente barico lungo la linea di vista è elevato (sui 10 mb per 1000 km). Quando non c'è gradiente l'atmosfera non produce un effetto prisma, ma solo rifrazione globale, che misuriamo tramite l'ultimo istante di sparizione del Sole sopra l'orizzonte (non ostacolato da nubi).

Questo esperimento lo dedichiamo a Newton, che nell'*Opticks* del 1704 scrisse quanto aveva capito della natura della luce in ottica geometrica, e a Willebord Snell che al servizio di Ticone (Brahe) studiò la rifrazione dell'atmosfera, e ancora ad Al Hazen autore arabo dell'ottica nel 1012. Dalla tradizione araba conserviamo i nomi tecnici di azimuth, almucantar, zenith, nadir... e i nomi delle stelle. Più vicini ai nostri giorni troviamo André Danjon che ideò uno strumento simile al sestante, in cui si osserva contemporaneamente il Sole e l'orizzonte marino, dove però –con dei prismi intercambiabili ad angolo fisso e un piano orizzontale di mercurio, che è liquido- gli orizzonti sono a 45°, 60°, 75°... di altezza sopra l'orizzontale: sono almucantar. Questo strumento fu chiamato "astrolabio" perché "prende gli astri" e ebbe l'aggettivo "impersonale" perché mostrava l'astro e il suo riflesso sul mercurio avvicinarsi e toccarsi. L'istante del contatto era quello in cui l'astro attraversava quell'almucantar. Combinando l'osservazione con l'istante simmetrico si poteva conoscere la latitudine del luogo con altissima precisione. Danjon era stato direttore dell'Osservatorio di Parigi nel 1930-50. A São Paulo nel 1975 Nelson Leister (che ho conosciuto) e Noël decisero di usare

l'astrolabio con il Sole per misurare i transiti su almucantarati e monitorare così il diametro solare. A Nizza Francis Laclare (che ho conosciuto) realizzò lo stesso esperimento che fu chiamato "astrolabio modificato di Danjon". In Spagna a San Fernando fecero lo stesso, come a Tubitak in Turchia. Quando entrai anche io in questa ricerca era ormai il 2007: molti dati, ma risultati contrastanti. I diametri del Sole misurati risultavano diversi tra un Osservatorio e l'altro, si vedeva un "trend" comune, ma per attaccare insieme le varie serie di dati bisognava colmare i salti che c'erano. E questi salti erano molto più grandi della precisione dei singoli dati. Nel Novembre 2010 ricevetti un email da Alexandre Andrei che guidava il Grupo de Pesquisa Astronômica all'Observatorio Nacional di Rio de Janeiro, dove avevano in funzione l'astrolabio solare in una cupola che sembra un disco volante. Alexandre mi invitava ad esaminare il grafico degli ultimi venti anni di misure agli astrolabi solari. Risposi subito, e iniziò un rapporto epistolare (anche se elettronico) a cui seguì l'invito da parte sua a partecipare alla Commissione di Dottorato (Banca de Doutorado) di Sérgio Boscardin che era proprio sui dati dell'astrolabio di Rio e del nuovo Heliometro a riflessione, che nel frattempo l'astronomo e oceanografo Victor d'Ávila aveva inventato e Eugênio Reis Neto realizzato nel 2009. Questa tesi fu nel Febbraio 2011 e restai due mesi a Rio. Poi vi tornai per un anno tra il 2013 e il 2014. Nel 2015 lavorando sulla riflessione del laser su un cristallo della scrivania della vecchia presidenza dei Medici del Vascello (una stanza al primo piano lato Nord, dell'attuale ITIS Ferraris in via Fonteiana a Roma, usata una volta per i ricevimenti dei genitori) capii che il vetro di cui erano fatti i filtri solari degli astrolabi poteva avere facce non esattamente parallele, e produrre quei salti tra uno strumento e l'altro. Bastava che l'angolo di convergenza fosse di 1" e cioè che i piani delle due facce separate da 1 mm di vetro si incontrassero a 200 metri per spiegare quei risultati in cui la precisione delle misure era inferiore a 0.1". Nessuno ci aveva mai pensato prima, perché ognuno aveva lavorato ad un aspetto dell'astrolabio e dell'analisi dei dati, e pure io avevo già lavorato quasi due anni interi a Rio senza trovare una soluzione, ma

apprendendo tantissime cose. Quella scrivania, e uno studente paziente, furono gli ingredienti della scoperta del problema degli astrolabi solari. Dopo tutti questi ricordi, a chi dedicare l'esperimento? Il sestante, è uno strumento usato nella navigazione, nell'astronomia nautica (navigazione celeste), vedi la gif animata https://en.wikipedia.org/wiki/Sextant#/media/File:Using_sextant_swing.gif . L'ammiraglio John Campbell inventò nel 1757 il sestante, con cui osservare insieme Sole e orizzonte: migliorò la navigazione quanto oggi lo ha fatto il GPS. La scala graduata è chiamata Nonio da Pedro Nuñez (1502-1578) che la inventò e a cui facciamo la dedica.



Pedro Nuñez insegnò a Coimbra e inventò il nonio, che oggi usiamo nel calibro e in altri strumenti dedicati alle misure di precisione. Scrisse anche il *De Crepusculis*, il *Tratado da Esfera com Teorica do Sol e da Lua*, e nel titolo dell'Opera stampata a Basilea nel 1566 (lunghissimo come tutti i titoli del '500) è scritto tra l'altro *tractantur pulcherrima problemata*, cioè sono trattati problemi bellissimi. Perciò le osservazioni astronomiche anche se non intendono essere opere d'arte, mettono in comunicazione con la bellezza e col suo Autore.

Risultati attesi da queste misure L'azimut del tramonto del Sole

è la peculiarità delle misure da webcam, e questo si avvicina al valore estremo che raggiunge al solstizio invernale, per poi ritirarsi, dopo la "svolta", che in greco si dice "tropico". Mettendo in ascissa la data (MJD) e in ordinata la coordinata ricavata dagli screenshots finali dei tramonti si otterrà una **parabola** con la concavità verso il basso. Il punto di massimo definirà **l'istante del solstizio**. Vedremo con quale precisione. Il Modified Julian Day include l'ora hh:mm:ss.

La **rifrazione all'orizzonte** calcolata sul bordo superiore del Sole, l'ultimo a vedersi, ci attendiamo che sia correlata positivamente con la **pressione media** lungo la **linea di vista** col tramonto (vedi sotto).

La **rifrazione differenziale**, sempre all'orizzonte, calcolata prima al bordo inferiore e poi a quello superiore del Sole è legata all'effetto prismatico dell'atmosfera e ci si aspetta sia **correlata con il gradiente di pressione** lungo la **linea di vista del tramonto, fino ad Algeri, nei mesi da Novembre a Gennaio, mentre a Ottobre e Febbraio la linea va fino alle Baleari**.

La **depressione dell'orizzonte** ci aspettiamo che sia **legata al gradiente di temperatura mare-aria** con una correlazione positiva.

Abbiamo tre misure in simultanea: dal Pontile, dalla spiaggia e da Regina Pacis, che hanno mostrato l'andamento dei raggi in figura 4 (parte con la concavità verso l'alto) e una serie più completa di dati dal Pontile, da mettere in correlazione con il gradiente mare-aria (x).

I grafici di correlazione sono grafici in cui una grandezza va in asse delle ascisse (x) e l'altra in ordinata. La correlazione più semplice da verificare è quella lineare, ossia che il grafico mostra una retta.