

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA “LA SAPIENZA”



Facoltà di Lettere e Filosofia

Dipartimento di Geografia Umana

TESI DI LAUREA DI PRIMO LIVELLO

in

GEOGRAFIA

***IL SISTEMA TOLEMAICO E QUELLO COPERNICANO AL
VAGLIO DELLE GRANDI MERIDIANE***

Laureanda

Licia Mangione

Relatore

Prof. Costantino Sigismondi

Anno Accademico 2006-2007

Indice

Capitolo primo:

1.1: L'importanza del sistema tolemaico e di quello copernicano.....	1
--	---

Capitolo secondo:

2.1: Uso e caratteristiche di una meridiana.....	5
2.2: Egnazio Danti e la meridiana mai realizzata in Santa Maria Novella.....	5
2.3: Il foro nel rosone.....	6
2.4: Il foro nella pietra.....	7
2.5: Caratteristiche della meridiana.....	9
2.6: La regola del Danti per il calcolo dell'Equinozio.....	12
2.7: La misura del diametro solare	14
2.8: Esempi di calcolo.....	14

Capitolo terzo:

3.1: La meridiana di San Petronio.....	17
3.2: Gian Domenico Cassini e la meridiana di San Petronio.....	17

Capitolo quarto:

4.1: Francesco Bianchini e la meridiana in Santa Maria degli Angeli.....	23
4.2: La meridiana nella chiesa di Michelangelo.....	26
4.3: Costruzione e fisionomia della linea.....	27
4.4: Cenni sulla metodologia di Bianchini.....	28
4.5: Seeing e scintillazione.....	33

Capitolo quinto:

5.1: Calcolo della bisezione dell'eccentricità.....	34
5.2: Metodologia di calcolo.....	38

Capitolo sesto:

6.1: Misure del diametro apparente del Sole.....	39
6.2: Spiegazione del metodo.....	41

Conclusioni.....	43
-------------------------	-----------

Bibliografia.....	44
--------------------------	-----------

PRIMO CAPITOLO

1.1 L'importanza del sistema tolemaico e di quello copernicano

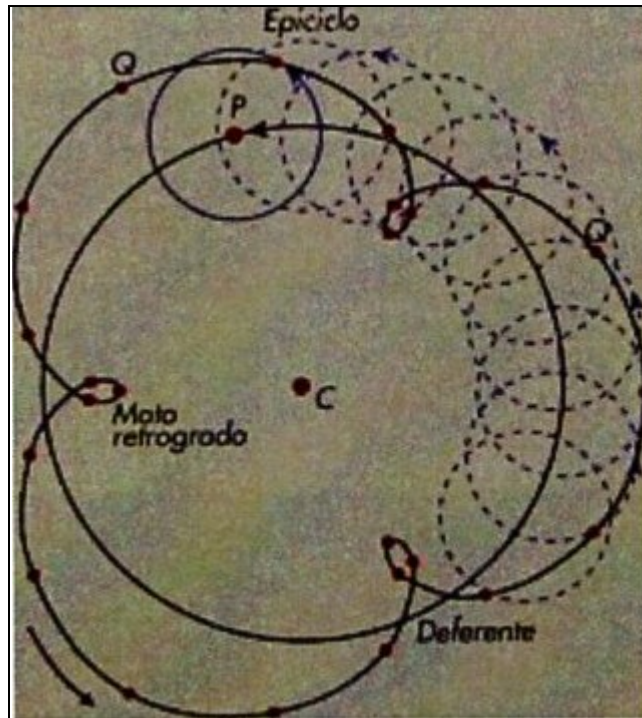
Nello studio dell'Astronomia, sono state fondamentali le ipotesi di Tolomeo e Copernico sul sistema solare e sono state origine di studio e approfondimenti da parte di tutti gli astronomi; la differenza sostanziale tra i due sistemi è la posizione della Terra e del Sole nell'Universo.

Tolomeo si propose di perfezionare le teorie di Ipparco e di sistemare in maniera organica le conoscenze astronomiche del suo tempo. Per questo scrisse una grandiosa opera in tredici libri, "sintassi matematica", la quale è il massimo punto in cui arrivò l'astronomia calcolata.

Nell'opera che gli arabi tradussero col titolo di "Almagesto", la cui versione medievale comune, tradotta nel 1185, cominciò a circolare all'epoca in cui si stavano formando le università di Oxford e di Parigi, ma che comunque rimaneva al di sopra delle capacità di quasi tutti i membri di entrambe le accademie¹, Tolomeo espose il suo sistema geocentrico: la Terra è immobile nel cielo e attorno ad essa ruotano i pianeti e il Sole; così, si potevano rappresentare i moti delle stelle, dei due luminari (il Sole e la Luna) e dei pianeti osservati da una Terra immobile. Inoltre, secondo Tolomeo, i pianeti avevano altri movimenti, fra cui gli "epicicli": piccoli cerchi secondari che gli astri dovevano percorrere. E' proprio Ipparco, nato a Nicea di Bitinia, la cui attività astronomica va dal 147 a.C. al 127 a.C., il primo a parlare di epiciclo e deferente: l'epiciclo è un'orbita circolare di piccole dimensioni, sulla cui circonferenza è collocato un pianeta o un satellite. Esso ruota uniformemente attorno ad un punto C di un'altra circonferenza di raggio maggiore chiamata deferente che a sua volta ruota attorno ad un punto sul quale è collocata la Terra. L'epiciclo e il deferente ruotano entrambi verso Est (moto diretto).

Quando il pianeta, per la rotazione dell'epiciclo, si trova all'esterno del deferente, alla massima distanza dalla Terra, il moto dell'epiciclo si somma a quello del deferente, quando si trova all'interno accade l'inverso e il pianeta inverte la sua direzione: si ha cioè un movimento di retrogradazione in coincidenza con il periodo di massima vicinanza del satellite alla Terra. Esiste un teorema che equipara i modelli epiciclo-deferente a quelli di eccentrico (moto circolare uniforme attorno ad un centro esterno alla Terra). Il modello di Ipparco prevedeva un'eccentricità (e) ma, per poterlo utilizzare, bisognava sapere l'entità di tale eccentricità.

¹ John L. Heilbron, *Il Sole nella Chiesa*, Editrice Compositori, 2005 (pag. 6)



Descrizione di un modello Epiciclo-Deferente: le orbite dell'Epiciclo sono quelle tratteggiate e il Deferente è il cerchio di centro C. E' messo bene in evidenza il moto retrogrado del punto Q che quando si trova nel punto più vicino alla Terra (C) inverte la sua direzione. Questo schema è valido solo per il moto dei pianeti e non per la Luna

L'astronomia greca si basava su delle regole che si potevano riassumere in una definizione: le orbite con cui l'astronomia aveva a che fare dovevano essere cerchi o parti di cerchi e i pianeti e i luminari dovevano muoversi con moto uniforme attorno ai centri dei cerchi medesimi. Però, la regola non poté essere rispettata alla lettera; Tolomeo, dunque, con un espediente tecnico, cambiò la regola in modo da avere moti circolari e uniformi attorno ad un punto che non doveva più essere il centro del cerchio. Cosa importante, a proposito di questo punto che Tolomeo chiamò “punto equante”, è che non lo usò per descrivere l'orbita del Sole, perché riteneva di non averne bisogno.

Tolomeo non collocò i pianeti su cerchi eccentrici al Sole; il suo equante determinava il moto di un punto Q che era il centro di un secondo cerchio, o “epiciclo”, centrato in Q, intorno al quale il pianeta ruotava uniformemente rispetto alla direzione fissa QR. In realtà, l'epiciclo

rappresentava la rivoluzione della Terra e l'eccentrico la rivoluzione del pianeta attorno al Sole. In ogni caso, la teoria di Tolomeo non era in grado di specificare né l'ordine dei pianeti né le distanze. Inoltre, secondo il sistema tolemaico, per individuare in quale punto del suo deferente si trovava il Sole, un astronomo assumeva come distanze dal Sole le quantità inversamente proporzionali ai diametri apparenti, e combinandole con le osservazioni di longitudine, costruiva in coordinate polari la forma dell'orbita solare. Le longitudini erano le ascisse angolari e i raggi vettoriali erano quantità proporzionali alle distanze o inversamente proporzionali ai diametri solari apparenti osservati. Da tale costruzione l'orbita descritta dal Sole risulta un'ellisse di cui la Terra occupa un fuoco: il punto più lontano dell'orbita è chiamato apogeo, mentre il più vicino perigeo.

Tra tutti gli astronomi seguaci di Tolomeo, ebbe grande importanza Sacrobosco, il quale aveva notato che, secondo Tolomeo, né l'anno giuliano né il ciclo metonico corrispondevano ai moti reali del Sole e della Luna, pertanto, aveva deciso di usare i valori di Tolomeo: Δ (differenza annua tra la durata dell'anno giuliano e quella dell'anno vero) = un giorno in 300 anni, e (differenza tra la durata media della lunazione vera e quella usata nelle tavole) = un giorno in 310 anni. Per correggere il calendario, Sacrobosco suggeriva di eliminare alcuni giorni, in modo da riportare l'equinozio alla data nicena e di mantenerlo fisso in quella data, saltando un giorno di tanto in tanto. Solo alla fine del Duecento gli astronomi occidentali riuscirono ad avvicinarsi al valore di Δ con la precisione voluta e, infatti, nelle *Tabulae Alphonsinae*, Δ vale un giorno ogni 134 anni (10,75 minuti all'anno), lo stesso valore che sarebbe stato usato trecento anni dopo nel calendario gregoriano.

Gli astronomi europei, frustrati per la discordanza tra le posizioni osservate e quelle calcolate sulla base del sistema tolemaico, avevano due vie d'uscita: una consisteva nel cambiare direzione, considerare il sistema tolemaico fondamentalmente errato, o, come aveva cominciato a fare Copernico, costruire un'alternativa.

L'idea di base, nei suoi aspetti puramente qualitativi, di un sistema planetario centrato sul Sole non era difficile da trovare nell'Italia del Rinascimento, ma nessuno aveva avuto la convinzione di sviluppare questa idea classica in un modello astronomico quantitativo. Dunque Copernico, astronomo polacco e professore di matematica e astronomia, stabilisce per primo che il Sole è al centro di un sistema ruotante del quale fanno parte la Terra e gli altri pianeti: assegnando la terza orbita alla Terra, si riusciva a spiegare perché i movimenti apparenti dei cosiddetti pianeti inferiori, Mercurio e Venere, differiscono così tanto da quelli dei pianeti superiori, Marte, Giove e Saturno. Questo avviene perché i pianeti inferiori si muovono all'interno dell'orbita terrestre, non allontanandosi mai troppo dal Sole, e Venere ci appare come astro della mattina quando si

trova ad ovest del Sole e come astro della sera quando si trova ad est di questo. I pianeti superiori, invece, possono essere osservati a qualunque distanza angolare dal Sole e ci appaiono più brillanti quando sono in opposizione ad esso, perché sono più vicini alla Terra.

Le teorie di Copernico subirono diverse obiezioni poiché andavano contro le Sacre Scritture, proprio per questo, scrisse una lunga dedica del “De Revolutionibus”² indirizzata al Papa Paolo III in cui illustrò la sua quasi rinuncia a non pubblicare il suo sistema, per paura che la novità e la sua peculiarità potessero turbare i semplici e gli ignoranti, ma che due suoi amici, un vescovo e un cardinale, avevano insistito affinché pubblicasse. Infatti, l’eliocentrismo era particolarmente vantaggioso per il calcolo delle distanze planetarie; in un solo colpo, Copernico aveva eliminato mezza dozzina di circoli non necessari, aveva spiegato le stazioni e le retrogradazioni dei pianeti, e per concludere si era liberato del grande problema della precessione.

Il moto apparente del Sole e delle stelle risultava più intelligibile nell’ipotesi geocentrica che in quella eliocentrica, mentre Copernico se la cavava meglio di Tolomeo con i moti planetari.

Com’è evidente ci furono notevoli contrasti tra i sostenitori di Copernico, o Prutenici, ed i seguaci del sistema Tolemaico, gli Alfonsini: le due scuole di pensiero utilizzavano tavole astronomiche diverse per il calcolo del moto dei pianeti, delle posizioni del Sole e della Luna, che davano comunque risultati molto diversi. Altro motivo di contrasto era il fatto che le tavole Pruteniche erano più recenti e provenienti da ambienti protestanti, mentre le Alfonsine risalivano al 1265 ed erano state redatte da un gruppo di astronomi agli ordini di Alfonso X il Saggio, Re di Castiglia.

Le *Tabulae Alphonsinae*³ fornivano i dati necessari per il calcolo della posizione dei pianeti per un periodo di 300 anni, anche se spesso le posizioni calcolate erano differenti da quelle osservate.

Quelle *Prutenicae*⁴ erano state redatte sulla base del sistema Copernicano, che tecnicamente aveva scambiato la Terra con il Sole, con alcuni parametri che a volte erano addirittura peggiori di quelli utilizzati in passato.

SECONDO CAPITOLO

² John L. Heilbron, *Il Sole nella Chiesa*, Editrice Compositori, 2005 (pag. 10)

³ Simone Bartolini, *I fori gnomonici di Egnazio Danti in S. Maria Novella* (pag. 30)

⁴ Simone Bartolini, *I fori gnomonici di Egnazio Danti in S. Maria Novella* (pag. 30)

2.1 Uso e caratteristiche di una meridiana

Una meridiana all'interno di una chiesa è composta da un foro gnomonico e da una linea perfettamente orizzontale, che individua un tratto di meridiano. La meridiana così realizzata viene denominata a "camera oscura", poichè proietta l'immagine solare nella sua interezza sul pavimento della chiesa, con lo stesso principio della camera oscura. Lo scopo più evidente di questo strumento astronomico era la determinazione dell'istante in cui il Sole culminava sul meridiano locale, indicando il mezzogiorno solare in tutti i giorni dell'anno. La meridiana viene considerata fondamentale per la risoluzione di un problema molto sentito: la misura della lunghezza dell'anno e la riforma del calendario.

Questa ricerca era particolarmente sentita nel mondo cristiano, per via dello stretto legame tra la determinazione del tempo Pasquale e l'Equinozio di Primavera; furono molti gli astronomi che tentarono la stessa ricerca senza trovare la giusta soluzione, nemmeno l'Alessandrino Sosigene era riuscito a misurare l'anno con la precisione necessaria a mantenere in accordo il calendario con l'avvento dell'Equinozio: lo considerò 11 minuti e 14 secondi più lungo.

2.2 Egnazio Danti e la meridiana mai realizzata in Santa Maria Novella

Il più grande progetto di Egnazio Danti (1536-1584) era la riforma del calendario ed è proprio per questo che nella primavera del 1574 aveva murato sulla facciata della chiesa la versione, da lui realizzata, dello strumento con cui Sosigene e, dopo di lui, Tolomeo avevano rilevato il passaggio del Sole all'Equinozio di primavera.

Questa collocazione fu scelta non perché Santa Maria Novella apparteneva ai Domenicani e neppure perché Cosimo aveva recentemente fatto quel che voleva con questa chiesa, ma perché l'edificio era il più stabile e adatto a Firenze ed essendo esposto a Sud senza ostacoli, in modo da ricevere, agli equinozi, i raggi del Sole, da mattina a sera.

Avrebbe dovuto usare la parete esterna della navata con la porta anteriore verso Ovest, ma per fortuna i Domenicani avevano ruotato la chiesa quando l'avevano ricostruita nel 1279.

I fori presenti sulla facciata della chiesa furono realizzati dal Danti nella seconda metà del '500 per lo studio della lunghezza dell'anno tropico e per effettuare misure nei giorni degli Equinozi e dei Solstizi. Danti pensava spesso al problema della combinazione della precessione degli equinozi con la variazione dell'obliquità dell'eclittica, per questo pensò di sfruttare la lunghezza della navata principale per realizzare una linea meridiana. Realizzò il primo foro gnomonico, probabilmente nel 1574, nel Rosone di proprietà del casato dei Ricci, allo scopo di osservare il passaggio del Sole al meridiano ogni giorno; successivamente realizzò il secondo gnomone sulla parte superiore della facciata della chiesa. Questo gnomone più alto del precedente di circa 6 metri, gli avrebbe permesso di effettuare uno studio più preciso del movimento (apparente) del Sole nei giorni degli Equinozi e al Solstizio d'inverno. Sfortunatamente, la morte di Cosimo I portò al potere suo figlio Francesco che non stimava il Danti, il quale fu fatto repentinamente trasferire a Bologna, e fu così che la meridiana in Santa Maria Novella rimase solo un progetto.

2.3 Il foro nel rosone

Il foro gnomonico giornaliero è stato realizzato nel rosone della facciata, non trovando tracce del foro antico, è stato ripristinato in un riquadro di vetro nuovo quando è stata restaurata la vetrata del rosone nel 1982; le uniche indicazioni per il ripristino sono state trovate nel trattato dello Ximenes⁵.

Il Danti riesce comunque ad effettuare una prima misura dell'equinozio del 1574.

A proposito di questo foro c'è una leggenda popolare fiorentina⁶, secondo il quale il Danti avrebbe realizzato il foro in modo tale che il 25 marzo, giorno dell'Annunciazione e giorno d'inizio dell'anno fiorentino, il raggio di luce, in analogia a quanto rappresentato nel bassorilievo, avrebbe colpito la formella dell'Annunciazione a Maria presente nel pulpito disegnato dal Brunelleschi.

Ma poiché all'epoca dei fori gnomonici non era ancora entrata in vigore la riforma Gregoriana che tolse 10 giorni nell'ottobre del 1582, e di conseguenza il calendario civile e le osservazioni astronomiche non erano state allineate, l'Equinozio ricadeva il giorno 11 anziché il 21 marzo.

Tutte le date, a seguito della riforma, sono state traslate in avanti di dieci giorni: quindi attualmente ci si dovrebbe aspettare l'illuminazione della formella per il 4 aprile e non il 25

⁵ Trattato di Ximenes, pag. LIII

⁶ Simone Bartolini, I fori gnomonici di Egnazio Danti in S. Maria Novella (pag. 6)

marzo.



Questo foro gnomonico è stato realizzato nel rosone della facciata, non trovando tracce del foro antico è stato ripristinato in un riquadro di vetro nuovo dallo studioso Prof. T.B. Settle, quando fu smontata e restaurata la vetrata del rosone nel 1982.

2.4 Il foro nella pietra

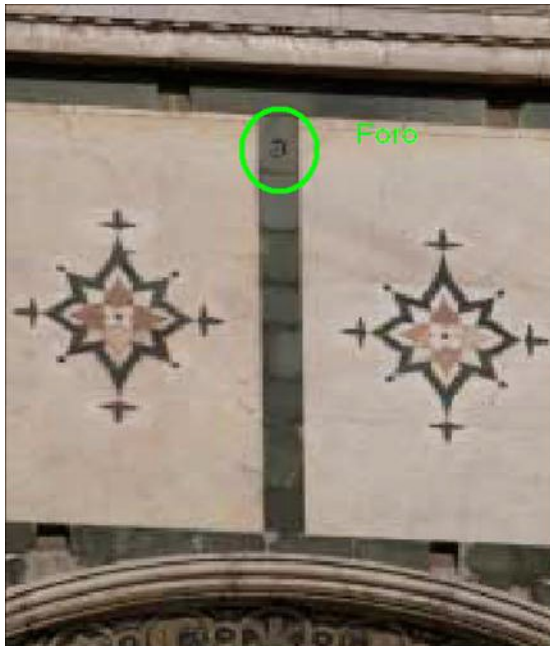
Il foro solstiziale, più alto del precedente, è realizzato al centro della facciata nella stiscia di pietra verde sovrastante il rosone ed ha una forma a “pera”⁷. In base alla misura di altri fori gnomonici presenti nelle chiese, si può supporre che probabilmente il foro sarà stato di circa 27 mm, un millesimo dell’ altezza del foro stesso dal pavimento della chiesa. Supponendo tale dimensione, è stato realizzato un foro in una lamina di piombo sagomata come il foro a “pera”. La lamina è stata bloccata nella pietra dall’interno: dopo più di 200 anni questo strumento astronomico è stato ripristinato e funzionante!

Ma come mai il foro ha questa insolita forma a pera?

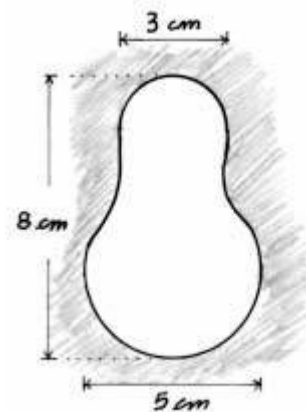
Le motivazioni potrebbero essere due:

⁷ Simone Bartolini, I fori gnomonici di Egnazio Danti in S. Maria Novella (pag. 8)

- 1 Per permettere una migliore penetrazione del fascio di luce all' interno della chiesa nel momento degli Equinozi.
- 2 Per sopperire ad un piccolo errore nel posizionamento dell' apertura solstiziale della volta.



Particolare del foro in facciata. Sono presenti i segni dell'antica presenza di una laminetta di metallo.



Le dimensioni del foro nella pietra

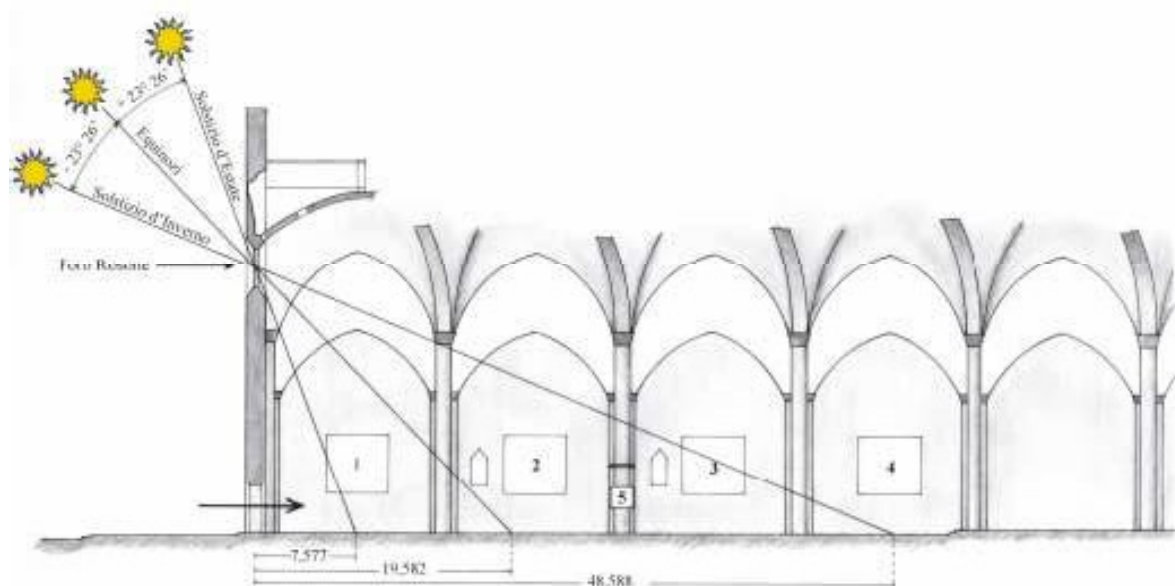
Osservando il momento del Solstizio invernale, si è notato che il fascio di luce è visibile sul pavimento circa un minuto dopo il momento esatto del passaggio del Sole al meridiano. Ciò significa che l'apertura praticata nella volta per il Solstizio dovrebbe essere allargata verso

Ovest, oppure il foro dovrebbe essere spostato verso Est. Probabilmente il Danti ha considerato più facile allargarlo e posizionare una “laminetta di metallo”⁸ con un foro decentrato, quanto basta per far entrare il fascio di luce qualche minuto prima del mezzogiorno solare vero.

Con entrambi i fori gnomonici sono state effettuate delle misure e in particolare per quanto riguarda quello nel Rosone: risulta impossibile che illumini la formella del pulpito il 4 aprile (25 marzo 1575). Si sono eseguite inoltre alcune prove di calcolo per determinare dove dovrebbe trovarsi il foro per illuminare la formella in tale data; il risultato del calcolo ha evidenziato che il foro dovrebbe essere molti metri sopra il Rosone.

2.5 Caratteristiche della meridiana

Volendo realizzare una linea meridiana associata al foro del Rosone, la otterremmo di una lunghezza pari a circa 41,01 m, tanto sarà il tratto di meridiano percorso dal pennello di luce nell’arco di tempo tra la massima altezza (Solstizio Estivo) e la minima altezza (Solstizio Invernale) del Sole durante l’anno.

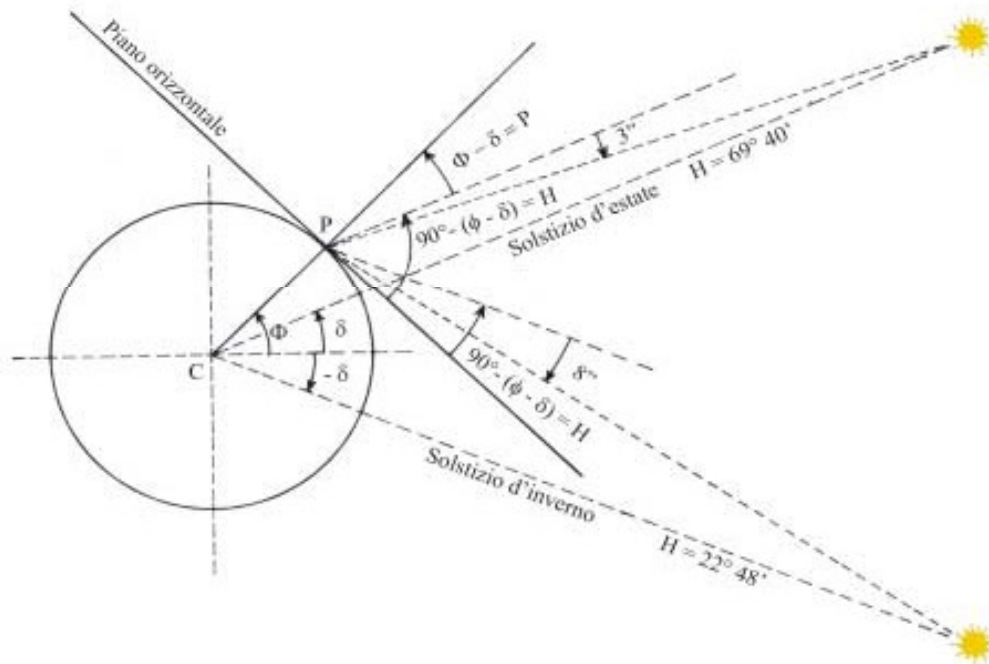


Inizialmente nel calcolo delle distanze della linea meridiana non si è tenuto conto della parallasse⁹; tale effetto deriva dal fatto che la Terra non è puntiforme, ma ha una dimensione di

⁸ Simone Bartolini, I fori gnomonici di Egnazio Danti in S. Maria Novella (pag. 9)

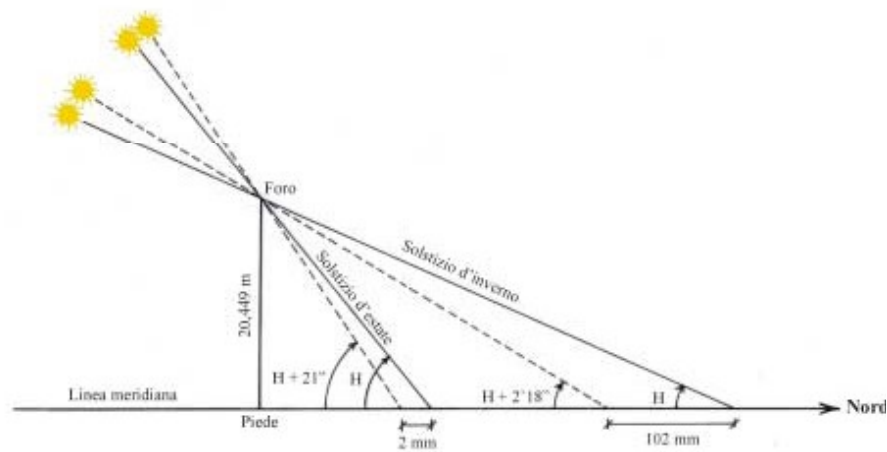
⁹ Simone Bartolini, I fori gnomonici di Egnazio Danti in S. Maria Novella (pag. 17)

cui si deve tener conto nei confronti della distanza dal Sole.



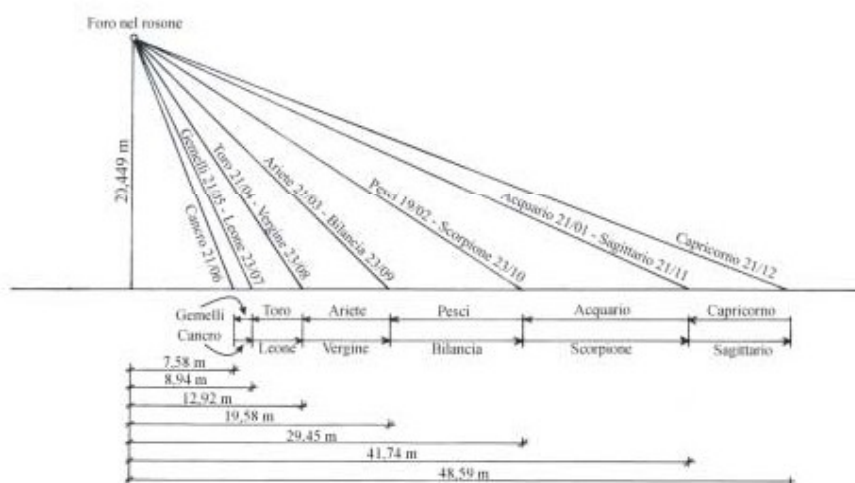
L'effetto della parallasse sull'altezza del sole

Si è invece tenuto conto della rifrazione astronomica che fa sì che il Sole e le stelle appaiano più alte di quanto non lo siano realmente. L'influenza della rifrazione dipende dall'angolo d'altezza del Sole sull'orizzonte ed ha come effetto sistematico quello di aumentare quest'angolo, avvicinando l'immagine al foro gnomonico. In questo caso, l'altezza varia tra un massimo di $69^{\circ} 40'$ al solstizio d'estate, ed un minimo di $22^{\circ} 48'$ al solstizio d'inverno; tali variazioni angolari comportano un avvicinamento al piede della verticale del foro gnomonico dell'immagine solare, variabile tra 2 mm e 102 mm.



L'effetto della rifrazione sull'altezza del Sole ai Solstizi

Il foro nella pietra, invece, utilizza due aperture praticate nella volta della chiesa per far penetrare un raggio di luce in tre momenti particolari: gli Equinozi e il Solstizio d'Inverno. L'apertura solstiziale fa penetrare i raggi solari all'interno della chiesa per circa 10 minuti dalla fine di novembre fino a circa il 20 gennaio. Tenendo presente che alla latitudine di Firenze il Sole agli Equinozi ha un'altezza sull'orizzonte di circa $46^{\circ}14'$ ¹⁰, l'apertura della volta consente la penetrazione del fascio luminoso dentro la chiesa alcuni giorni prima e dopo gli Equinozi. Infatti, per utilizzare il foro gnomonico nel Solstizio d'Estate, si dovrebbe scavare ulteriormente nel muro della chiesa, anche in prossimità della volta, indebolendo il punto d'appoggio al muro della volta stessa.



*La posizione sul
pavimento
dell'immagine solare
ne momento
d'ingresso del
corrispondente segno
zodiacale,
dell'ipotetica
meridiana associata
al foro del rosone.*

¹⁰ Simone Bartolini, I fori gnomonici di Egnazio Danti in S. Maria Novella (pag. 22)

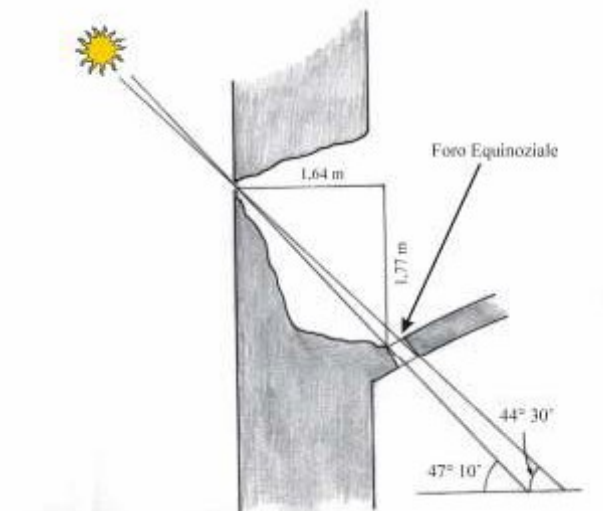


2.6 La regola del Danti per il calcolo dell'Equinozio

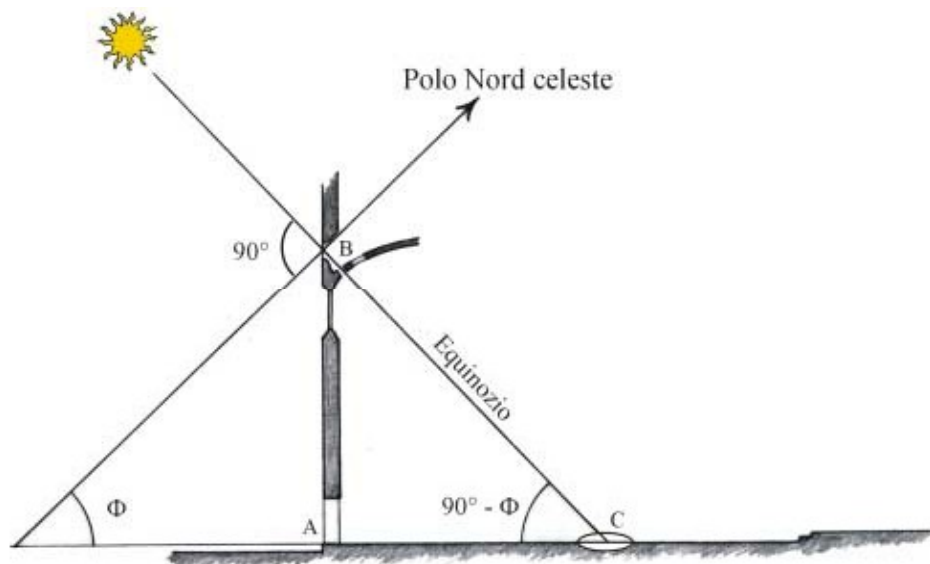
Comunque, per comprendere il meccanismo di misura descritto dal Danti, bisogna ricordare che tra l'Equinozio primaverile e il Solstizio estivo intercorrono 93 giorni, in questo periodo la declinazione aumenta di $23^{\circ} 26'$. Facendo un semplice calcolo abbiamo che 93 giorni sono 2160 ore e $23^{\circ} 26'$ ¹¹ sono 1406'. Per cui tra l'Equinozio ed il Solstizio la declinazione del Sole varia di $1406/2160=0,65$ primi all'ora, se la variazione di declinazione fosse costante. Ma agli Equinozi, la declinazione varia più velocemente, per cui il Danti usò la regola che agli equinozi il Sole varia al ritmo di 1' ogni ora. Conoscendo l'altezza del foro gnomonico e la latitudine locale, il Danti calcolò la posizione della "lapidetta col segno di Ariete" lungo la linea meridiana: osservando il raggio solare al mezzodì su tale punto il giorno dell'equinozio, misurò la distanza dal centro dell'immagine solare al piede della verticale del foro gnomonico. Con il rapporto tra l'altezza del foro gnomonico e la distanza misurata, calcolò l'altezza del Sole che confrontò con quella teorica al momento dell'equinozio. I primi di differenza gli avrebbero dato le ore da aggiungere o sottrarre al mezzogiorno solare per ottenere l'ora esatta dell'equinozio. Conseguentemente avrebbe potuto determinare l'avvento del tempo Pasquale con precisione.

¹¹ Simone Bartolini, I fori gnomonici di Egnazio Danti in S. Maria Novella (pag. 27)

Il Danti prese anche in considerazione la possibilità di poter misurare anno dopo anno la variazione dell' inclinazione dell'eclittica, misurando "l'altezza del raggio conico al solstizio d'inverno", con la semplice osservazione della posizione dell' immagine solare prodotta dal foro. Confrontando le posizioni che l'ellisse solare avrebbe assunto sul pavimento, dopo un lungo intervallo di anni, avrebbe dedotto la variazione dell'inclinazione dell'eclittica. Inoltre, pensava che i valori da lui determinati potevano essere risolutivi per stabilire quali tavole astronomiche, le Prutenicae o le Alphonsinae, fossero le migliori.



L'inclinazione dei raggi solari nel momento d'ingresso nell'apertura equinoziale



Esemplificazione geometrica della posizione del Sole all'Equinozio rispetto al piano orizzontale locale

2.7 La misura del diametro solare

Il Danti avrebbe calcolato la dimensione del Sole e la sua distanza dalla Terra misurando le dimensioni dell'ellisse, la distanza dal piede della verticale del foro gnomonico ed utilizzando alcune delle regole di Tolomeo. E' da ricordare, infatti, che la variazione della dimensione del disco solare dipende dalla differente distanza fra Terra e Sole nei vari periodi dell'anno; il diametro angolare del Sole è massimo ($32' 32''$)¹² il 4° gennaio, alla longitudine 280° , è minimo ($31,5'$), invece, il 1° luglio alla longitudine 100° . L'unica raccomandazione del Danti era quella di eseguire le osservazioni al Solstizio invernale, poiché l'ellisse solare ha la distanza massima dal foro: con questa altezza dal foro gnomonico, sarebbe stato possibile effettuare misure più accurate rispetto a qualsiasi altro strumento astronomico. Infine, attraverso le osservazioni con la meridiana, il Danti ritiene di poter determinare:

- 1 Il diametro della Luna
- 2 In quale punto del suo deferente si trovi il Sole
- 3 Lo spostamento dell'apogeo

Per calcolare la dimensione del diametro lunare si procede come per il Sole, misurando l'immagine lunare prodotta sul pavimento nel momento del Plenilunio.

2.8 Esempi di calcolo

Calcolo dei giorni dell'illuminazione della formella dell'Annunciazione

Foro nel rosone

Tramite le coordinate del piede del foro del rosone (R') e quelle del pulpito (P), ci calcoliamo la distanza fra questi due punti e l'angolo compreso tra la direzione del Nord geografico (linea meridiana) e la congiungente i punti stessi: $R'P = 27,112 \text{ m}$ $\alpha = 15^\circ 16' 25''$.

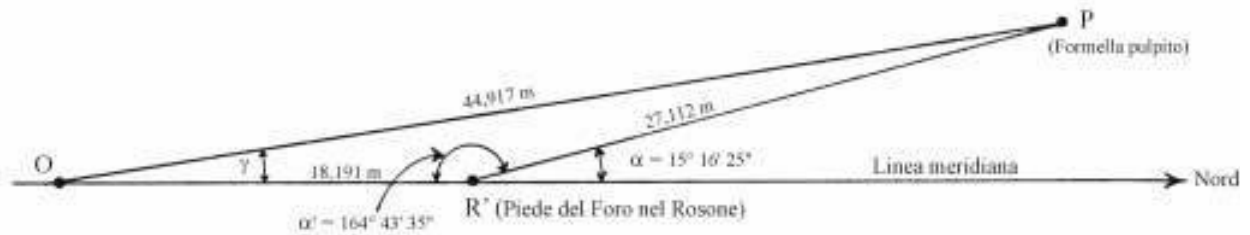
A questo punto prendiamo in esame il triangolo rettangolo ORR' dove:

- O è il centro dell'orologio solare associato al foro R;
- AS è l'angolo sottostilare, cioè l'angolo tra l'ipotetico stilo OR ed il piano orizzontale, in

¹² Simone Bartolini, I fori gnomonici di Egnazio Danti in S. Maria Novella (pag. 36)

questo caso $AS = \Phi$ (latitudine locale).

Conoscendo l'altezza del foro gnomonico rispetto al pulpito, $h = 17,43$ m, risolviamo questo triangolo, per cui avremo $OR' = 18,193$ m $OR = 25,195$ m.

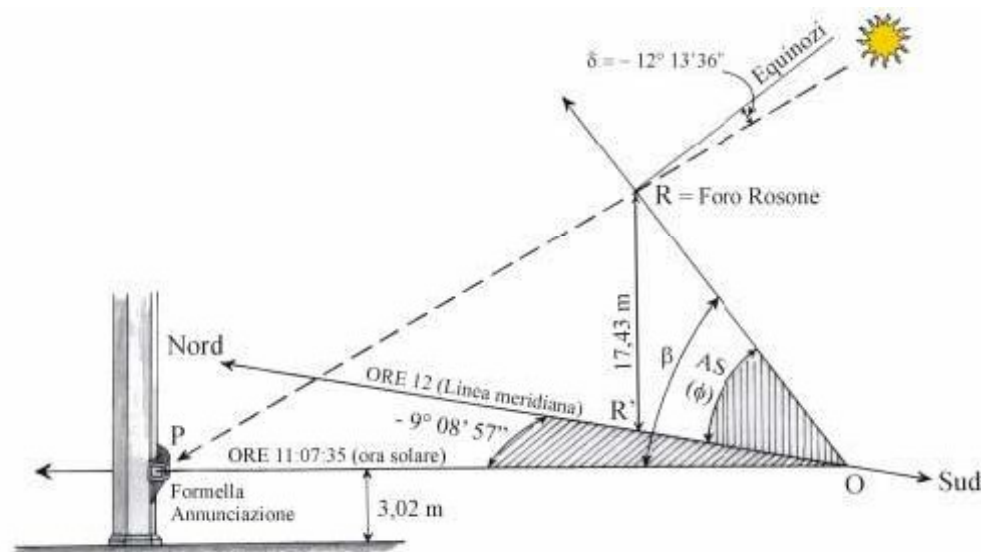


Ma in quali giorni sarà illuminata la formella all'ora solare prima determinata? Per rispondere a questa domanda è necessario prima calcolare l'angolo β , nello spazio, individuato dall'ipotetico stilo OR con la linea oraria calcolata

$$\cos(\beta) = \cos(AS) * \cos(\gamma) \rightarrow \beta = 44^\circ 31' 45''$$

Ma la nostra incognita è il giorno in cui avviene l'evento, quindi dobbiamo esplicitare la formula rispetto a δ , declinazione del Sole. La declinazione è positiva per i giorni compresi fra l'Equinozio di Primavera e l'Equinozio d'Autunno, oppure negativa per i giorni fra l'Equinozio d'Autunno e l'Equinozio di Primavera. La distanza equinoziale è 35,34 m.

Giorni	Ora solare(hh.mm.)	Ora Civile(hh.mm.)
16-17-18 Febbraio	11.08	11.37
24-25-26 Ottobre	11.08	11.07





*Solstizio d'inverno del 22/12/06 in Santa Maria Novella
(Foto Sigismondi)*

TERZO CAPITOLO

3.1 La meridiana di San Petronio

Il Comune di Bologna deliberò nel 1388 la costruzione di una nuova grande chiesa dedicata al patrono della città, San Petronio. Le dimensioni dell'edificio e la sua collocazione, con la facciata sulla piazza cittadina, mostravano la precisa volontà di far coincidere la fede religiosa con gli ideali civili. Iniziata nel 1390, su progetto di Antonio di Vincenzo, la basilica venne terminata nel 1659, pur non essendo del tutto compiuta la facciata.

Per lungo tempo San Petronio fu anche la chiesa dello studio universitario, che dal Cinquecento all'Ottocento ebbe sede nell'adiacente Archiginnasio, scandendo i tempi delle lezioni con una sua campana detta "la scolara".

Nel 1576 venne chiamato a Bologna Egnazio Danti per l'insegnamento di Matematica e Astronomia, egli faceva parte della commissione insediata per la preparazione del nuovo calendario, quello cosiddetto gregoriano, che venne poi promulgato nel 1582. Lo studio delle variazioni del movimento apparente del Sole nel corso dell'anno e la determinazione degli istanti degli equinozi e dei solstizi erano tra le osservazioni astronomiche più importanti proprio ai fini della definizione del nuovo calendario. Appena giunto a Bologna, il Danti realizzò una meridiana all'interno di San Petronio con la quale verificò proprio l'epoca dell'equinozio di primavera.

3.2 Gian Domenico Cassini e la meridiana di San Petronio

Negli anni Quaranta del Seicento, durante la sua educazione a Genova presso i Gesuiti, Gian Domenico Cassini aveva sviluppato un sentimento religioso così forte che avrebbe preso i voti se non avesse concluso di non avere alcuna vocazione. Gian Domenico fu capostipite di una dinastia di astronomi reali, i quali, a cominciare da lui, guidarono l'Observatoire Royal per oltre un secolo.

DELLA MERIDIANA DI S. PETRONIO NOVAMENTE ESAMINATA.

DOppo quarant'Anni, che la Linea Meridiana tirata nella Chiesa di S. Petronio di Bologna hà seruito à fare delle Osseruazioni, sopra le quali si sono fondate le Ipotesi del Mouimento del Sole; non è arriuata altra occasione più opportuna di consultarla di quella, che ora si presenta. Noi siamo sul fine del primo Secolo trascorso doppo la Riforma del Calendario Romano fatta da Gregorio XIII., e si auuicina il tempo della prima ommissione del giorno bissestile, che, secondo la disposizione di questo gran Pontefice, deue farsi ne' trè prossimi Anni centesimi, che faranno comuni di 365. giorni in vece d' esser bissestili di 366. giorni, come lo deuono essere nel Calendario Giuliano.

Di già l'anticipazione de' gli Equinozi nel Calendario Gregoriano è grande, per non essersi ancora ommesso alcun giorno doppo la correzione, che si fece l'Anno 1582; E la più grande, che possi arriuare in questo Calendario secondo i principij, su quali è fondato, sarà quella dell'Anno prossimo 1696. vltimo bissestile di questo Secolo. In tal'Anno l'Equinozio di Primavera arriuerà li 19. di Marzo verso le trè hore doppo Mezzogiorno al nostro Meridiano, secondo le Ipotesi fondate su le Osseruazioni fatte sin' ora su questa Meridiana di S. Petronio, e su quelle, che si sono fatte nell'Academia Regia delle Scienze à Parigi, come anche in diuersi altri luoghi, oue si sono da essa inuiati degli Osseruatori; Anticiperà dunque di quasi due giorni il dì 21. di Marzo, che è quello, al quale s' intese ridurlo nella riforma Gregoriana, e in cui arriuò in effetto il primo Equinozio doppo di essa, che fu quello dell'Anno 1583.

Questa anticipazione di quasi due giorni in 113. Anni potrebbe essere esagerata come vna gran piaga del Calendario, se non fusse stata prouista d' vn rimedio, che rimetterà in breue gli Anni Gregoriani al medesimo stato di prima.

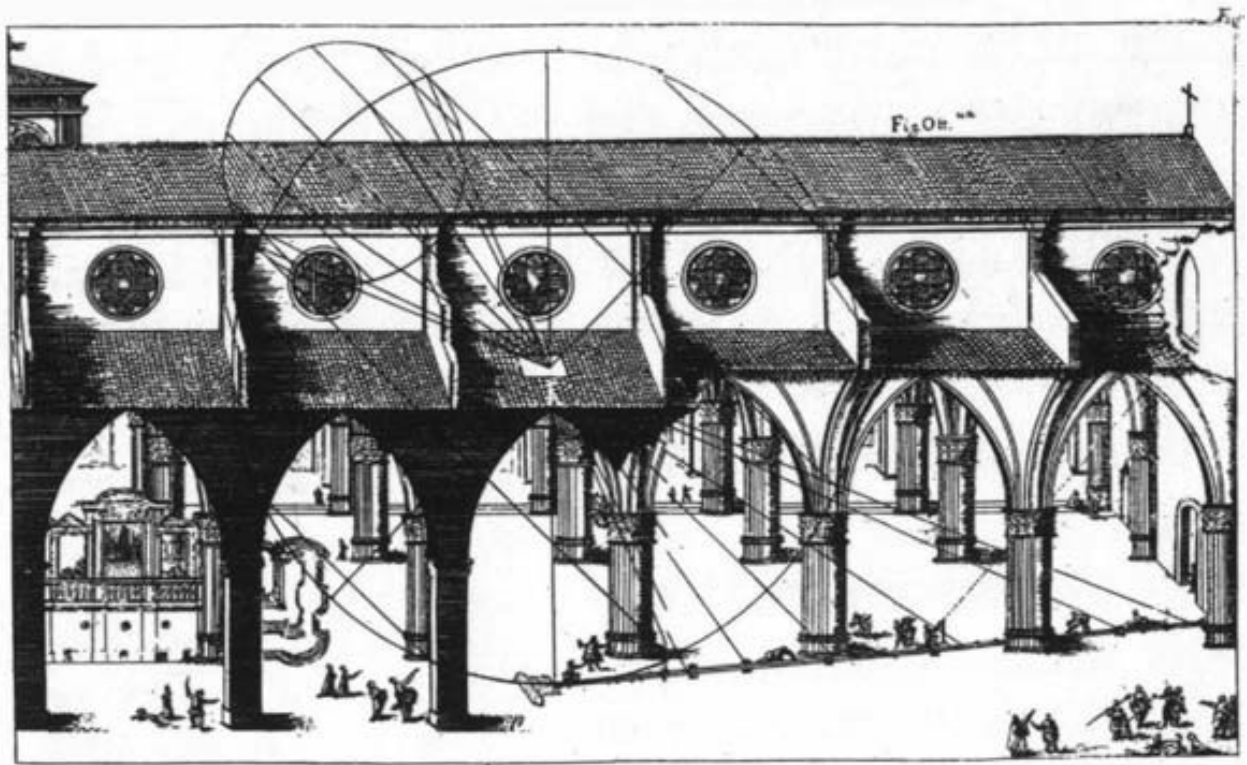
A questo effetto si è ordinato, che l' Anno 1700. sia commune, e perche questo è preceduto da trè Anni comuni, e seguito da trè altri; doppo l'Anno 1696. auremo sette Anni comuni continui, ciascuno de' quali manca dall' Anno Celeste, secondo le Ipotesi della Correzione Gregoriana di 5. hore, 49. minuti, e 12. seconde, che in sette Anni fanno vn poco più di 40. hore, e tanto tarderanno gl' Equinozi nel Calendario Gregoriano doppo l'Anno 1696. fino all' Anno 1703., in cui l' Equinozio arriuerà li 21. di Marzo verso le cinque hore auanti Mezzogiorno, in tal modo sarà ristabilito al giorno destinatogli da principio, e vi si manterrà lungo tempo ogni terz' Anno doppo il bissestile; E se di poi anticiperà, si rimetterà non dimeno nella medesima maniera al medesimo Stato di quattrocen-

A

to

Ebbe, grazie alla sua abilità, la possibilità di recarsi a Bologna per attuare il rifacimento della meridiana del Danti e, inoltre, nel 1651-1652 gli fu assegnata la cattedra del Danti stesso all'università.

Nel 1655 la Fabbriceria di San Petronio¹² decise di affidare il progetto di una nuova linea meridiana a Cassini, egli, invece di ripristinare la linea meridiana, propose di aprire nel tetto un altro foro, più alto del vecchio, e di tracciare una linea verso Sud, evitando i pilastri della navata: la difficoltà tecnica maggiore era quella di riuscire ad evitare che il percorso dei raggi solari venisse interrotto dalle colonne, riuscendo ad utilizzare il più possibile le grandi dimensioni dell'edificio.



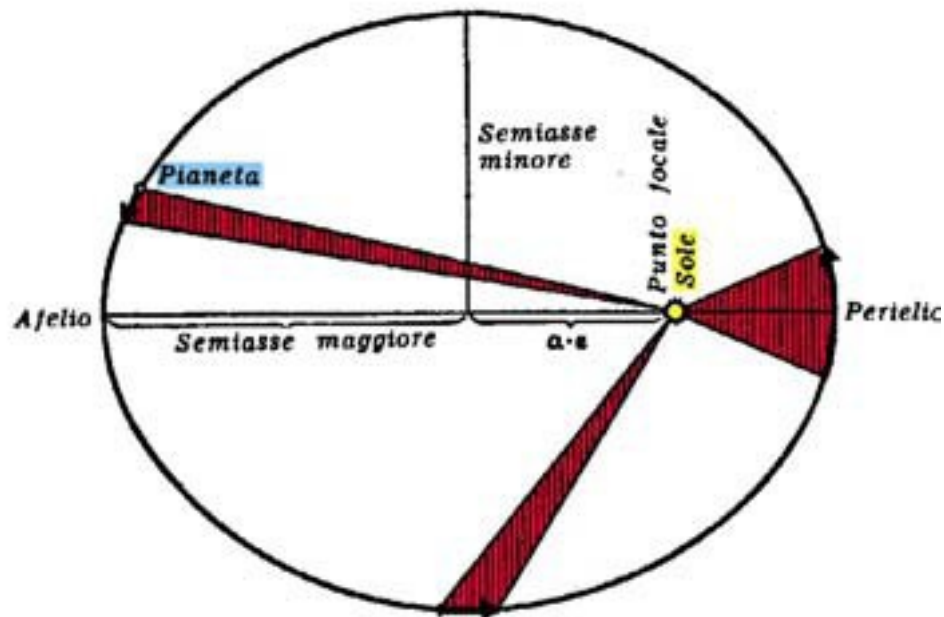
Inoltre, pensava di posizionare il suo foro non nella parte nuova della navata ma nella vecchia quarta volta, a un'altezza che avrebbe permesso alla nuova linea meridiana di rimanere, per tutta la sua lunghezza, all'interno della chiesa. Cassini fece scavare una stretta fossa lungo il percorso calcolato per la linea meridiana, collocò un canale di legno nella fossa e lo riempì d'acqua, in modo da avere un'accurata livellata. Fece, poi, murare nel tetto, parallelamente al pavimento, la piastra metallica contenente il foro, attraverso il quale i raggi del Sole sarebbero entrati nella chiesa, e stabilì che il diametro del foro fosse pari a un millesimo della sua altezza sul piano del pavimento. Determinò accuratamente l'altezza e trovò il vertice della meridiana mediante un filo a piombo, le cui oscillazioni venivano smorzate in un secchio d'acqua. Segnò i punti dove sarebbe dovuta cadere l'immagine del Sole a mezzogiorno; quindi, servendosi del livello

¹² John L. Heilbron, *Il Sole nella Chiesa*, Editrice Compositori, 2005 (pag. 107)

dell'acqua, gli operai posarono la linea metallica della meridiana e prepararono le piastre di marmo, per contrassegnare l'entrata del Sole in ciascun segno dello zodiaco¹³. Cassini aveva disegnato sul pavimento della chiesa alcuni cerchi, con il centro comune nel vertice della meridiana, e contrassegnato i punti d'incontro del centro dell'immagine del disco solare con quei cerchi. Il Sole incontrò ciascun cerchio due volte, a uguali intervalli di tempo, prima e dopo la culminazione. Poi, l'astronomo tracciò le corde congiungenti i punti contrassegnati su ciascun cerchio e le divise in due parti uguali; disegnò la miglior retta passante dal vertice e dai vari punti di bisezione delle corde. Questa linea era la linea meridiana: sfiorava le colonne, ma come era stato annunciato, non ne toccava alcuna; la lunghezza al suolo del percorso dell'immagine solare tra i due solstizi risultò pari alla seicentomillesima parte della circonferenza terrestre (66,8 metri).



¹³ John L. Heilbron, *Il Sole nella Chiesa*, Editrice Compositori, 2005 (pag. 117)



Si dimostrò che il diametro apparente del Sole diminuiva man mano che aumentava la distanza dalla Terra, ma non diminuiva allo stesso modo con cui diminuiva la sua velocità: era la conferma osservativa della seconda legge di Keplero. L'accuratezza di realizzazione della linea meridiana permise a Cassini di ottenere con questa altri importanti risultati: una nuova determinazione dell'obliquità dell'eclittica, $23^{\circ}29'15''$, di soli $22''$ superiore a quella reale, e nuove misure della rifrazione, tra 23° e 69° di altezza sull'orizzonte.



QUARTO CAPITOLO

4.1 Francesco Bianchini e la meridiana in Santa Maria degli Angeli

Francesco Bianchini primogenito di Gaspare e di Cornelia Vailetti, nacque a Verona il 13 dicembre 1662. Compì la propria formazione presso il collegio di San Luigi dei padri gesuiti in Bologna, dove rimase dal 1673 al 1680: qui imparò a servirsi della matematica, a parlare latino, a disegnare, ad essere religioso e ad ammirare la Compagnia di Gesù; aspirava ad entrare nella compagnia, ma suo padre lo mandò all'università di Padova, per assumere, nel 1678, una cattedra speciale in astronomia e meteorologia. Quando era molto giovane gli fu affidata una rendita annuale, della quale avrebbe potuto godere fino all'età di trent'anni e che poteva essere usata solo per comprare libri. Fu a Padova che il Bianchini¹⁵ incontrò l'uomo che marcò più profondamente la sua personalità e verso il quale egli si professò più largamente debitore: Geminiano Montanari. Non insegnava però la teologia. La sua fama di astronomo era soprattutto dovuta alla scoperta della variazione delle fisse. Quelle promettenti ricerche furono riprese e portate avanti dal Bianchini. Questi si distinse nei primi anni come osservatore delle comete: quella dell'84 porta il suo nome. L'amicizia stretta con il Montanari valse al Bianchini la frequentazione degli uomini di scienza più in vista dell'ateneo patavino. Furono probabilmente le commendatizie del Montanari a introdurlo in quel gruppo di "virtuosi" romani che si riunivano, al principio di ogni mese, in casa di monsignor Ciampini in Sant'Agnese, l'Accademia fisico-matematica, costituitasi con un programma rigorosamente sperimentale nell'estate del 1677. In essa il Bianchini illustrò nell'85 il nuovo metodo cassiniano per misurare da una stazione unica la parallasse dei pianeti. Custode della Biblioteca Ottoboniana, il Bianchini preparò un esatto indice dei suoi manoscritti, prezioso per chi si accinge a ricostruire la formazione dei fondi manoscritti della Vaticana. La ricca suppellettile libraria che aveva a disposizione e la speranza di una custodia della Vaticana lo indussero a disertare per un quinquennio gli studi astronomici e a concentrarsi tutto nella stesura di una "Storia universale". Il Bianchini si affrettò a dar fuori prematuramente l'opera per farsene un titolo nel concorso alla carica di primo custode della Vaticana, vacante dopo la promozione del Noris al cardinalato: il suo vecchio sogno. Intanto andava componendo, in occasione probabilmente dell'editto imperiale di quell'anno, un trattato in tre libri de re beneficiaria dal titolo: "Libertas Ditionis Ecclesiasticae a servitute beneficiaria et feudali Principum exterorum", di cui restano alcuni frammenti. Nel gennaio del 1698, sempre per compiacere il pontefice, compose un'operetta sugli scavi ultimi di Anzio (De lapide Antiati epistola, Romae 1698). Il Casanata, cardinal bibliotecario, fece assegnare, il 25 gennaio 1698,

¹⁵ *Dizionario biografico degli italiani*, X, Roma, Istituto dell'Enciclopedia Italiana Treccani, 1968 (pag. 187-194)

l'incarico al suo protetto Lorenzo Zaccagni.

Un lutto familiare - la morte del padre - costringe il Bianchini di lì a poco, verso il maggio del 1698, a un viaggio in Lombardia, ne approfitta per prender contatto con qualche gran letterato. A Venezia, nell'agosto, aveva conosciuto lo Zeno; a Padova il Vallisnieri. A Pisa, nel viaggio di ritorno, prende contatti con l'ambiente universitario. Gran fortuna fu per il Bianchini che da quel conclave uscisse eletto l'Albani, suo antico estimatore. Il nuovo pontefice gli offrì la scelta tra la nomina a cameriere d'onore e quella a secondo custode della Vaticana. Il Bianchini avrebbe finalmente potuto realizzare la sua antica aspirazione, ma preferì rifiutare. Non voleva rinunciare alle ottime prospettive che gli apriva dinnanzi la carica di "cameriere d'onore". Un'occasione unica: "Si tratta di dar sesto a tutta la vita". Andò dunque ad abitare nei palazzi vaticani.

Benché la sua situazione economica non fosse brillante, il Bianchini era lusingato dagli onori che gli conferiva il pontefice: in pochi mesi l'aveva creato cameriere d'onore, segretario della Congregazione del Calendario e di quella dell'Acqua Paola e dell'Acqua Vergine, e gli aveva commissionato l'erezione di una meridiana nella chiesa di Santa Maria degli Angeli, molto più grande sarebbe servita non soltanto per il Sole come quella bolognese, ma per tutti i pianeti e per le stelle fisse; ed essendo costruita su un edificio vecchio di quattordici secoli (le terme di Diocleziano), c'era da sperare che non andasse soggetta ai cambiamenti che in quella si registravano. Nel settembre 1701 erano cominciate le osservazioni celesti; di lì a poco avevano avuto inizio i lavori, i quali subiranno una lunga interruzione nei primi mesi del 1702 per il viaggio del Bianchini a Napoli. Ripresi nel luglio, erano a buon termine il 20 agosto: in quel giorno il papa in persona si recò a visitarli. Saranno terminati nel dicembre. Il Bianchini ebbe compagno nella sua impresa il Maraldi, nipote del Cassini, che a Parigi la difese dalle critiche dei malevoli. I contemporanei ammirarono molto quell'opera: a cominciare dal Leibniz, che non si stancava di vantarla ai suoi amici, al Römer a Berlino, al Marinoni a Vienna. Studiò con particolare attenzione un documento difficilissimo, fino allora da nessuno decifrato: le tavole e il ciclo pasquale di 112 anni che si legge inciso in lettere greche sulla cattedra della famosa statua di Sant'Ippolito scavata nel 1551 (oggi nei Musei Lateranensi). La riscoperta nel 1704 di un frammento marmoreo, già studiato nel secolo XVI da Manuzio, Sigonio, Gruter, Scaligero e poi smarrito, gli offrì l'occasione per una sottilissima ricostruzione del calendario giuliano. Stimolato dalla nuova scoperta, il Bianchini tornò a riconsiderare l'atlante farnesiano il più antico dei tanti globi celesti costruiti nell'antichità che ci sia rimasto (oggi al Museo Nazionale di Napoli). Non era un documento venuto alla luce in quegli anni: era stato infatti dissepellito al principio del secolo XVI. Cominciò a lavorare a un'operetta dal titolo: "Globus Farnesianus", pubblicata nel 1752 dal nipote Giuseppe nel tomo IV della "Historia ecclesiastica". Il Bianchini

aveva però studiato quel globo non soltanto per se stesso, ma per trovarvi i “rudimenti della cronologia e della storia dell’età eroica”: aveva cioè ripreso e ampliato gli spunti della “Istoria”. Aveva ora nelle mani un filo sicuro per addentrarsi nel labirinto di quel tempo remoto: la regressione dell’equinozio di primavera. L’aver trovato le proprie riflessioni “secondate” da quelle del Newton lo aveva incoraggiato a dar fuori quel suo scritto, contenente “le dimostrazioni della cronologia sulla precessione degli equinozi”. La ricerca di documenti più sicuri delle fonti letterarie per la storia delle epoche più antiche aveva indotto il Bianchini ad appoggiarsi in un primo tempo alle fonti archeologiche (dal Newton invece disprezzate) e quindi a pensare (indipendentemente da lui e prima di lui) a una possibile utilizzazione dei calcoli astronomici per l’accertamento e l’emendamento della cronologia tradizionale. Il Bianchini era ormai in Europa un uomo celebre: il suo parere d’antiquario era ricercato e autorevole. Fu lui a condurre i primi scavi sistematici del Palatino, portando alla luce in particolare le sale della Domus Flavia e le costruzioni ad essa sottostanti. Queste fabbriche, da lui diligentemente disegnate nell’opera postuma *Del Palazzo dei Cesari*, andarono in seguito nuovamente ricoperte. Solo un cinquantennio dopo, gli scavi furono ripresi dall’abate Rancoureuil. Su invito del Davia lavorò a un’operetta sui colombari scoperti nel 1725 sulla via Appia. L’anno prima, il Bianchini aveva intrapreso con cannocchiale reticolato per osservare due stelle di prima grandezza (Capella e Lyra) allo scopo di determinarne la parallassi stellare. Cercava la prova astronomica del moto orbitale della Terra. Scoprì, con nove anni di anticipo sul Bradley¹⁶, l’aberrazione della luce. Contemporaneamente aveva iniziato le osservazioni di Venere, che proseguirà fino ai suoi ultimi anni. Si servì per queste osservazioni di telescopi di lunghissima portata (dagli 80 ai 100 metri), che, con uno speciale dispositivo da lui escogitato e comunicato nel 1713 all’Académie des Sciences, era riuscito a render maneggevoli (nel 1727 comincerà però a servirsi di un telescopio a riflessione, newtoniano, e se ne dichiarerà soddisfattissimo). Con quei grandi cannocchiali si illuse di aver scoperto, dopo tanti tentativi di astronomi anche valentissimi come Huygens, le macchie di Venere. Le sue carte della superficie di questo pianeta non hanno però che un valore storico quanto quelle posteriori del Niessen (1891) e del Lowell (1896).

Quelle macchie (estremamente labili, forse per la densa atmosfera che circonda il pianeta) rimasero a lui, e rimangono tuttora, inafferrabili. Grazie alla “scoperta”, di esse poté fissare il tempo di rotazione del pianeta in 24 giorni e 8 ore.

¹⁶ *Dizionario biografico degli italiani*, X, Roma, Istituto dell’Enciclopedia Italiana Treccani, 1968 (pag. 187-194)

4.2 La meridiana nella chiesa di Michelangelo

L'opera di costruzione della chiesa, all'interno delle vecchie mura delle terme di Diocleziano, fu affidata a Michelangelo; il senato romano contestava il diritto papale di disporre di antichi edifici, ma acconsentì a concedere le terme ai Certosini, in cambio dell'impegno a preservare quanto più possibile dei resti antichi, nella costruzione della nuova chiesa. Michelangelo costruì la sua chiesa all'interno del frigidarium romano¹⁷, uno spazio enorme 58,8 m (lunghezza) * 24,15 m (larghezza) * 30,15 m (altezza). Il progetto prevedeva che i quattro voluminosi angoli fossero riservati a cappelle, la cui dimensione fu poi ridotta, alcune superfici furono rifinite a stucco, invece che ricoperte di marmi, e vennero aggiunte false colonne per rompere lo spazio. L'altare principale fu consacrato per il giubileo del 1700, il futuro Clemente XI vi officiò una messa poco prima di entrare nel conclave che lo avrebbe eletto papa. Nella seconda metà del settecento furono introdotte delle variazioni, rispetto al progetto iniziale; purtroppo, il rimaneggiamento delle cornici e dei frontoni ha bloccato l'accesso ai raggi del Sole attorno al solstizio d'estate e il rifacimento del pavimento ha causato la rimozione di alcune iscrizioni relative alla meridiana.

Una volta c'erano le scale delle tangenti, della lunghezza dei giorni e del vero tempo degli Equinozi, con l'equivalenza di un primo di declinazione per un'ora di tempo e ognuno di questi valori era collocato in corrispondenza del punto della linea meridiana cui si riferiva. Vi erano stelle d'ottone da entrambi i lati della linea, con i loro nomi e le loro ascensioni rette ed era indicato, per ciascuna di esse, il punto in cui la corrispondente immagine incontrava la linea durante il suo moto diurno. Le rimanenti stelle d'ottone, quelle che non sono andate perse, indicano i cammini diurni di Arturo e Sirio ma non brillano più come una volta in un pavimento di marmo che non fa risaltare il loro splendore.

La meridiana è una grande linea di bronzo inserita in una fascia di marmo, distesa quasi diagonalmente per circa 45 metri se si considera come punto virtuale di partenza quello su cui cade la perpendicolare proveniente dal centro del foro gnomonico. Il foro che fa passare i raggi del Sole, la cui immagine percorre durante l'anno, a mezzogiorno solare vero, tutta la linea, partendo dal Cancro al solstizio d'Estate, raggiungendo il Capricorno al Solstizio d'Inverno e compiendo successivamente il percorso inverso, si trova a 20,5 metri di altezza dal pavimento, nel muro meridionale di un arco che attraversa il braccio sud-est della croce che forma la pianta della chiesa. Un'altro foro, invece, posto nell'arco principale che attraversa il braccio nord-est e

¹⁷ John L. Heilbron, *Il Sole nella Chiesa*, Editrice Compositori, 2005 (pag. 208)

che si trova nel piano del meridiano, fa passare la luce proveniente dalla stella Polare nei due transiti superiore e inferiore. L'altezza del foro settentrionale dipende dalla lunghezza della meridiana e dalla latitudine della chiesa. L'aspetto più interessante dello gnomone meridionale è dato dalle stelle di ottone sul pavimento, che indicano il cammino diurno delle stelle più importanti nel cielo; Bianchini ottenne i loro cammini per mezzo di osservazioni telescopiche, eseguite attraverso il foro collocato nel muro a sud della chiesa, dal quale dovette essere rimossa una parte dell'architrave per permettere ai raggi di entrare. Lo gnomone settentrionale, quindi, permetteva l'osservazione telescopica della stella Polare e di altre stelle cirumpolari, utilizzando direttamente le divisioni della scala della meridiana. Il telescopio aveva due mirini, posti su due superfici esterne ad esso e all'astronomo, guardando dove le due linee di vista si intersecavano sulla meridiana, poteva dire ad un assistente dove leggere l'altezza della stella, sulla scala stessa della meridiana. Queste osservazioni permisero di stabilire la latitudine di Santa Maria degli Angeli in $41^{\circ}54'27''N$ ¹⁸.

4.3 Costruzione e fisionomia della Linea

Nella costruzione, innanzitutto si procedeva all'esatta livellazione del pavimento, il quale doveva essere perfettamente orizzontale e ciò si otteneva praticando una canalizzazione attigua alla Linea, in cui veniva collocato un tubo di piombo per immettervi acqua che affiorasse dai chiusini posti a convenienti distanze. Il livello dell'acqua nei chiusini permetteva di accertare la perfetta orizzontalità del pavimento; attualmente i chiusini non sono più utilizzabili perché cementati, ma restano visibili in particolare in prossimità dei punti raggiunti agli Equinozi dall'immagine solare. Questo significa che attualmente non si ha la certezza del perfetto livellamento della Linea e neppure del pavimento. Per ottenere con esattezza la direzione Sud –Nord si cominciava, all'epoca del solstizio d'estate, a segnare sul pavimento, prima e dopo il mezzogiorno, il corso seguito dal lembo superiore e da quello inferiore dell'immagine solare, ottenendosi così due curve iperboliche. Subito dopo, con un lungo travicello a testata regolabile, facendo centro sul punto perpendicolare, si tracciavano dei cerchi, i quali intersecavano le iperboli disegnate sul pavimento seguendo il corso del Sole in coppie di punti che venivano uniti da una retta. Dividendo le rette in due parti uguali si ottenevano punti allineati della Linea Meridiana. Si

¹⁸ John L. Heilbron, *Il Sole nella Chiesa*, Editrice Compositori, 2005 (pag. 209)

ripeteva il procedimento nei giorni seguenti, ottenendo sempre punti successivi, tutti bene allineati lungo la direzione Sud-Nord. Seguendo con cura tale direzione, si praticava nel pavimento l'intero incavo in cui veniva incassata la lamina di bronzo, larga tre centimetri, contenente una sottilissima riga centrale che è la vera Linea Meridiana. Via via che si procedeva, si collocavano a destra le numerazioni dei segmenti uguali, ciascuno pari alla centesima parte del raggio-altezza, e a sinistra le misure degli angoli zenitali corrispondenti. La numerazione a destra porta l'indicazione "PARTES RADII CENTESIMAE"¹⁹ (centesime parti del raggio); a sinistra, invece, appare l'indicazione "GRADUS DISTANTIAE A VERTICE" (gradi di distanza dallo Zenit): si tratta dei valori angolari di distanza del centro del Sole dallo Zenit al Mezzogiorno Locale Vero, ovvero al momento del suo passaggio al meridiano locale.

In corrispondenza con le tangenti della distanza zenitale del Sole, nelle date in cui può cadere la Pasqua (22 Marzo e 25 Aprile), sono incastonate nel pavimento le parole "TERMINUS PASCHAE" (limite della Pasqua) in grandi lettere bronzee. Quando il 21 Marzo cade di sabato con la Luna in Plenilunio, la Pasqua è celebrata il giorno dopo; quando il 21 Marzo cade di domenica con la Luna in Plenilunio, la Pasqua è celebrata dopo 35 giorni. L'indicazione "DIERUM QUANTITAS" incisa all'inizio della Linea, ricorda che Bianchini aveva arricchito lo strumento anche con l'indicazione della lunghezza del tempo di luce diurna a Roma in corrispondenza delle diverse date dell'anno, ma non è sopravvissuta alcuna traccia di questi elementi.

4.4 Cenni sulla metodologia di Bianchini

La lettura delle tangenti era notevolmente facilitata dalla presenza della numerazione, a destra della linea, delle "Centesime parti del raggio". Quando l'ellisse solare era sulla Linea, Bianchini otteneva in modo rapido la tangente della distanza zenitale sia del lembo settentrionale che di quello meridionale dell'immagine, aggiungendo alle centesime parti del raggio le sole due frazioni del segmento eccedenti, misurate utilizzando un compasso la cui apertura era poi sovrapposta al regolo metallico. Possiamo fare un esempio riportando un'osservazione descritta da Bianchini stesso: si riferisce al 6 ottobre del 1702²⁰, periodo in cui l'immagine solare avanza di giorno in giorno da sud verso nord. Al momento del passaggio sulla linea meridiana, egli

¹⁹ Mario Catamo & Cesare Lucarini, *Il cielo in basilica*, A.R.P.A. Edizioni Agami, 2002 (pag 36-37)

²⁰ Mario Catamo & Cesare Lucarini, *Il cielo in basilica*, A.R.P.A. Edizioni Agami, 2002 (pag 67)

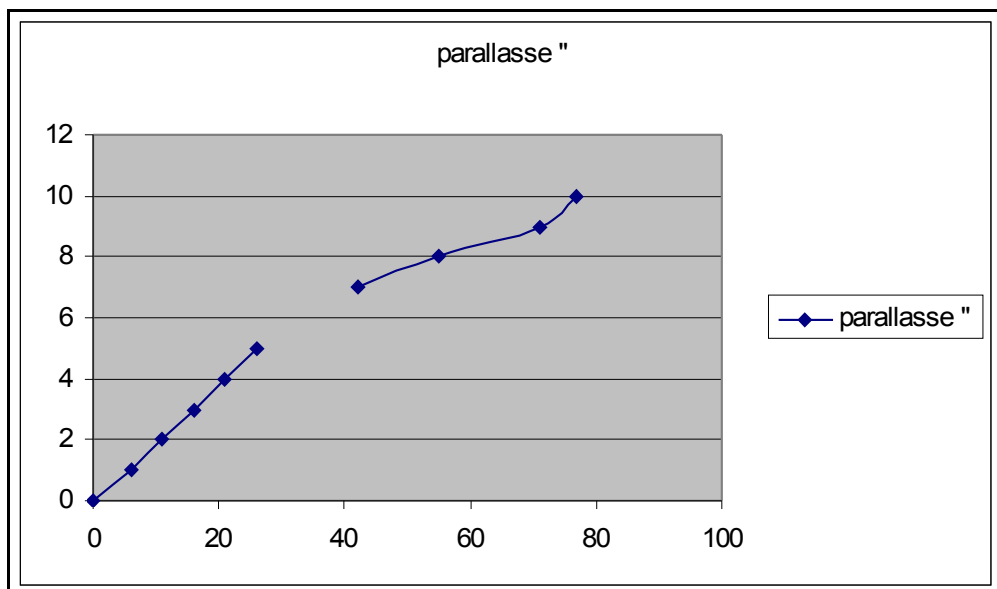
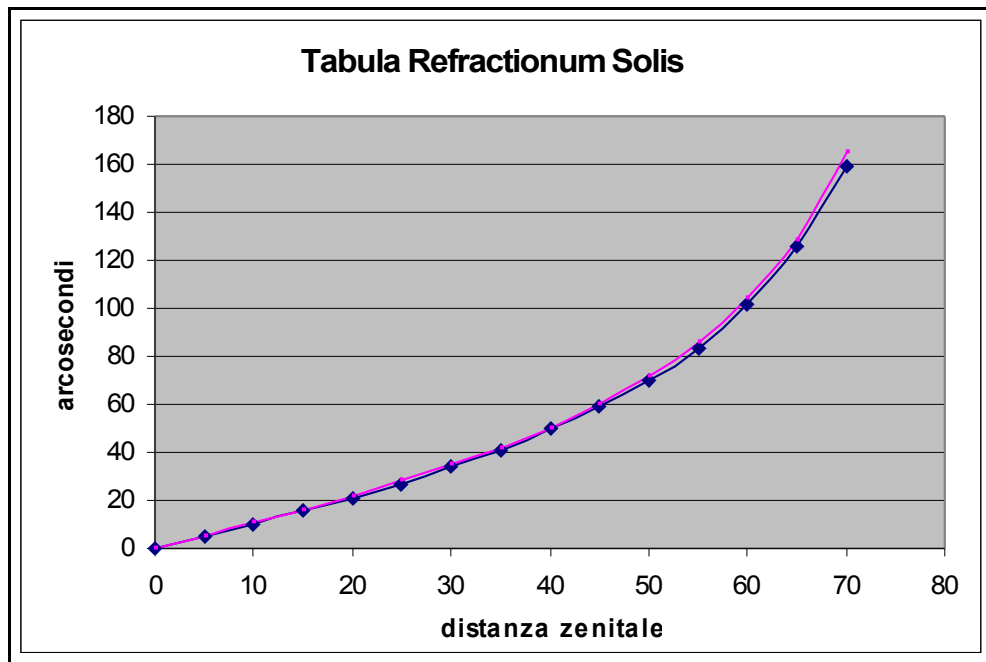
constata che il lembo settentrionale ha superato il segmento 107, corrispondente a 107000 particelle del raggio, cioè all'altezza del foro gnomonico; rileva con un compasso l'entità del superamento e la legge applicando l'apertura del compasso al regolo ticonico; la lettura dice che il superamento consta di 922 particelle. Il lembo quindi è distante dal punto perpendicolare 107922 centomillesime particelle. Il lembo meridionale, invece, ha superato il segmento 105 e la consueta misura con il regolo gli dice che il superamento consta di 880 particelle, dunque è distante dal punto perpendicolare 105880 centomillesime particelle. Questi valori vanno depurati della penombra valutata in misura pari al semidiametro del foro gnomonico, quindi a 50 particelle che vanno dedotte al valore superiore e aggiustate a quello inferiore, si ottengono così le tangenti 107872 e 105930. Bianchini ricava dalle tavole costruite da Cassini le distanze zenitali corrispondenti a $47^{\circ}10'8''$ e $46^{\circ}38'58''$; se la loro differenza è di $31'10''$, aggiungendo la metà di tale valore alla distanza zenitale del lembo meridionale si ottiene il valore della distanza zenitale del centro del Sole che è quindi $46^{\circ}54'33''$; si ha, dunque, che il diametro solare misurato il 6 ottobre del 1702 era $31'10''=1870''50''$ inferiore al vero.

distanza zenitale	rifrazione"	60"tan z
0	0	0
5	5	5,249852
10	10	10,58071
15	16	16,07865
20	21	21,84061
25	27	27,98167
30	34	34,64524
35	41	42,01796
40	50	50,35318
45	59	60,00951
50	70	71,518
55	83	85,70654
60	102	103,9484
65	126	128,7089
70	159	164,9119

Rifrazione Cassiniana

distanza z	parallasse "
0	0
6	1
11	2
16	3
21	4
26	5
	6
42	7
55	8
71	9
77	10

Parallasse Cassiniana

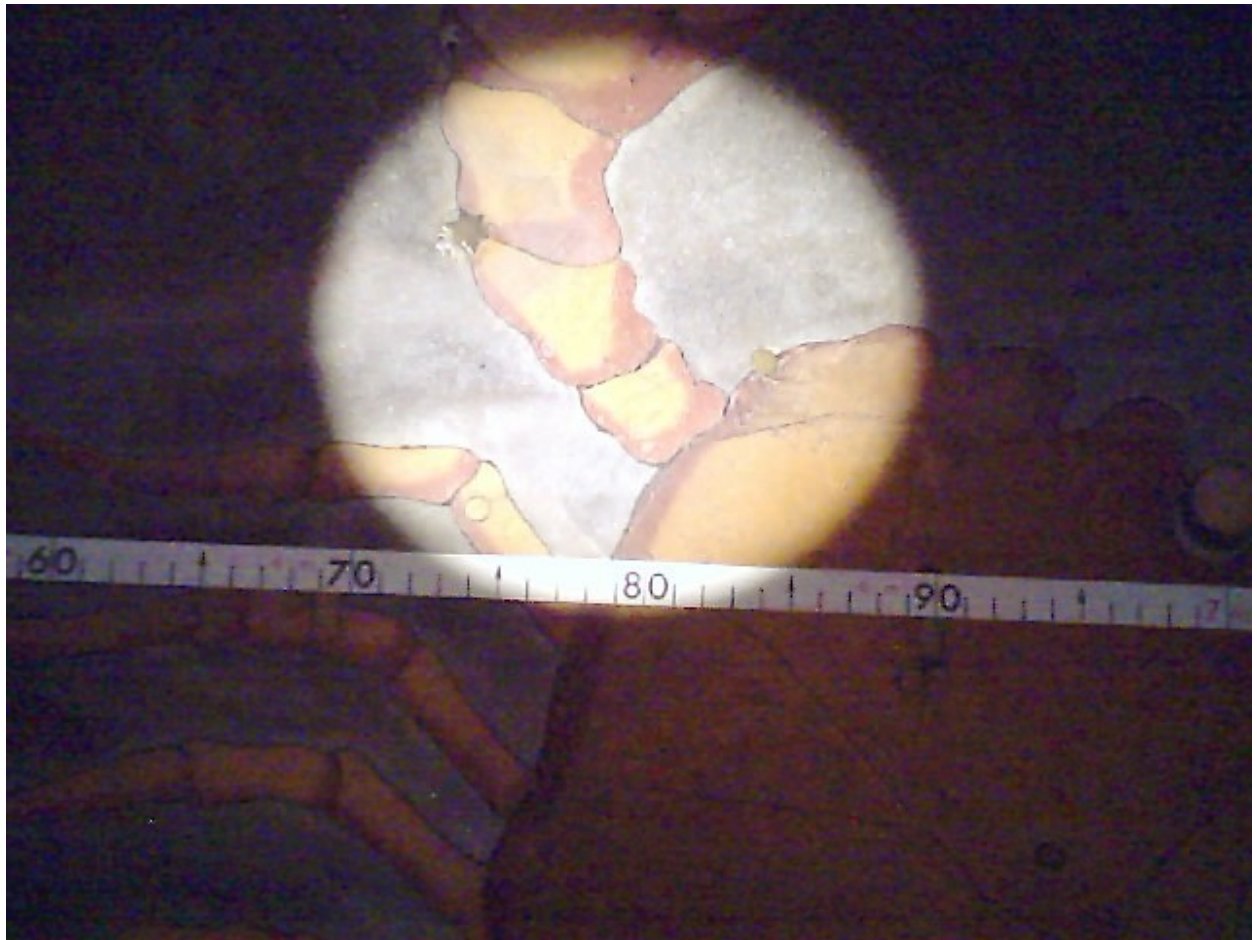


Con l'ausilio di tavole, poi, Bianchini determina la Longitudine Eclitticale del Sole, ovvero la coordinata che indica la posizione del Sole nella volta celeste durante l'anno e si misura con l'eclittica, cioè sul percorso apparente del Sole; è 0° all'equinozio di primavera, 90° al solstizio

d'estate, 180° all'equinozio d'autunno e 270° al solstizio d'inverno. Bianchini determina oltretutto l'Ascensione Retta del Sole, cioè la coordinata di un astro che indica la sua posizione sulla volta celeste, misurandola sull'Equatore anziché sull'Eclittica e partendo da 0° all'equinozio di primavera. In più, al di sopra del foro gnomonico è stata praticata una finestrella, chiaramente esposta a sud, che poteva essere aperta quando non venivano effettuate osservazioni dell'ellisse solare sulla linea meridiana: il cannocchiale puntato in direzione di questa finestrella, gli consentì di determinare l'Ascensione Retta delle stelle fisse.



Foto del 31 Dicembre 2007 in S. Maria degli Angeli con fasce millimetriche per misurare i bordi dell'immagine solare



24 Giugno 2007: lo zero del metro è sul punto verticale, la parte centesima si ottiene dividendo quello che si legge per 20,344 metri

4.5 Seeing e Scintillazione

Seeing e scintillazione sono i due fenomeni principali causati dalla turbolenza atmosferica su un'immagine proveniente da un oggetto celeste: con il termine seeing si indicano le variazioni casuali della direzione della luce entrante nel foro, mentre la scintillazione si riferisce alle fluttuazioni casuali dell'intensità radiativa. Quest'ultima è visibile ad occhio nudo, in generale più grande è l'apertura del foro e più piccola è la variazione in intensità. Entambi questi effetti nascono dal fatto che l'indice di rifrazione dell'aria varia in base alla pressione in atmosfera e alla temperatura in gradi Kelvin; poiché l'indice di rifrazione dell'aria dipende dalla temperatura, l'atmosfera è disomogenea, questo significa che si verifica una continua deformazione del fronte d'onda della luce che si sta propagando, quindi l'immagine ci appare distorta.

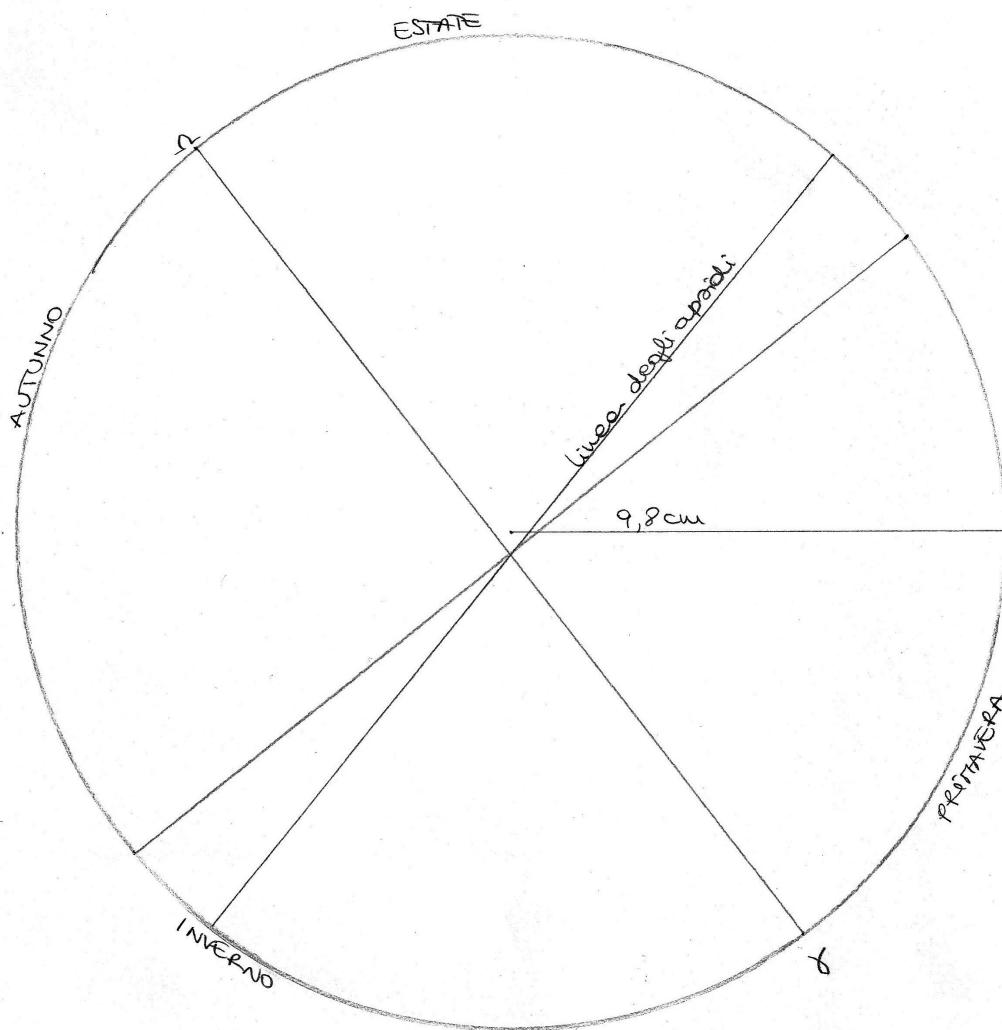
Abbiamo anche gli effetti della diffrazione, ovvero sparpagliamento statico, che compaiono quando l'onda piana incidente incontra un ostacolo: nel caso in cui l'ostacolo sia l'apertura di un foro, l'onda si propaga attraverso la fenditura quasi linearmente, ma si possono notare alcuni deboli effetti della diffrazione che causano la vibrazione dell'immagine.

Per quanto riguarda, invece, la turbolenza atmosferica, il foro si comporta come un piccolo camino da cui l'aria esce d'inverno o entra d'estate, la turbolenza, generata da questo flusso d'aria, si manifesta in vortici di dimensioni pari o inferiori a quelle del foro e velocità attorno ai 30cm/s; si verificano infatti delle rapide vibrazioni anche di tutta l'immagine. Dunque, nel nostro caso l'effetto seeing, insieme a quello della scintillazione e della diffrazione rendono l'immagine del disco solare tremolante e perciò si crea una difficoltà nell'individuazione del lembo solare, soprattutto quando l'immagine è in movimento. Turbolenza dell'aria ed effetti quantici dovuti alla diffrazione producono continue vibrazioni dell'intera immagine ad alta frequenza.

QUINTO CAPITOLO

5.1 Calcolo della bisezione dell'eccentricità

1703



$$C = 2\pi R = (19,6 \times 3,14) = 61,4 \text{ cm}$$

- **Autunno:** 90,4 giorni

$$61,54 : 365,2 = x : 90,4$$

$$x = 61,54 \times 90,4 / 365,2 = 15,23 \text{ cm}$$

- **Inverno:** 88,1 giorni

$$61,54 : 365,2 = x : 88,1$$

$$x = 61,54 \times 88,1 / 365,2 = 14,84 \text{ cm}$$

- **Primavera:** 93,2 giorni

$$61,54 : 365,2 = x : 93,2$$

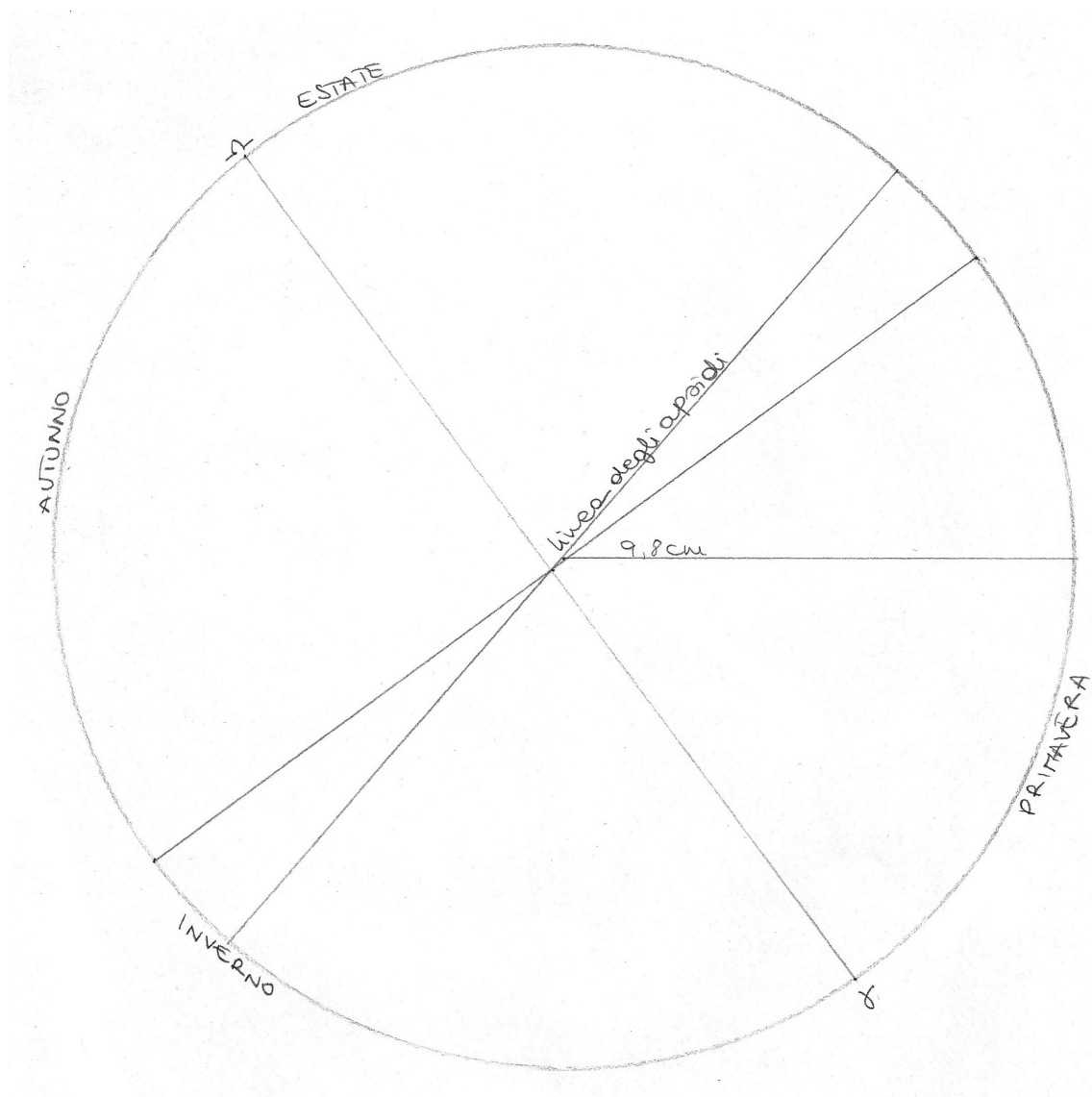
$$x = 61,54 \times 93,2 / 365,2 = 15,7 \text{ cm}$$

- **Estate:** 93,5 giorni

$$61,54 : 365,2 = x : 93,5$$

$$x = 61,54 \times 93,5 / 365,2 = 15,75 \text{ cm}$$

- **Eccentricità:** $0,4 / 9,8 = 0,04$



$$C = 2\pi R = (19,6 \times 3,14) = 61,4 \text{ cm}$$

- **Autunno:** 89 giorni 19 ore (89,7)

$$61,54 : 365,2 = x : 89,7$$

$$x = 61,54 \times 89,7 / 365,2 = 15,11 \text{ cm}$$

- **Inverno:** 89 giorni 2 ore (89,08)
 $61,54 : 365,2 = x : 89,08$
 $x = 61,54 \times 89,08 / 365,2 = 15,01 \text{ cm}$
- **Primavera:** 92 giorni 20 ore (92,8)
 $61,54 : 365,2 = x : 92,8$
 $x = 61,54 \times 92,08 / 365,2 = 15,63 \text{ cm}$
- **Estate:** 93 giorni 13 ore (93,5)
 $61,54 : 365,2 = x : 93,5$
 $x = 61,54 \times 93,5 / 365,2 = 15,75 \text{ cm}$
- **Eccentricità:** $0,3 / 9,8 = 0,03$

5.2 Metodologia di calcolo

In questi due grafici è rappresentato il metodo per il calcolo dell'eccentricità sia nel 1703 che nel 2007: i procedimenti per ottenerla sono i medesimi, ma lievemente differenti per il calcolo dei giorni delle stagioni. Per il 1703 ho considerato le date, comprensive delle ore, dell'Equinozio di Primavera, del Solstizio d'Estate, dell'Equinozio d'Autunno e del Solstizio d'Inverno presenti in un'affissione lasciata dal Bianchini accanto all'altare principale della Basilica di Santa Maria degli Angeli. Ho contato i giorni trascorsi tra una stagione e l'altra, e, per ottenere la durata della Primavera, ho sottratto al totale dei giorni dell'anno tropico (365,2 giorni – arrotondato al

decimale di giorno), la somma dei giorni dell'Estate, dell'Autunno e dell'Inverno. Dopodiché, ho fatto le proporzioni tra il perimetro della circonferenza, la durata della stagione presa in considerazione e il totale dei giorni dell'anno. Il risultato ottenuto, espresso in centimetri, rappresenta la porzione della circonferenza occupata dalla stagione presa in esame. Operando in questo modo per tutt'e quattro le stagioni, e, partendo da un punto qualsiasi preso sulla circonferenza, mi è stato possibile suddividerla in quattro parti. Abbiamo, quindi, che il centro della croce, ottenuta dall'unione delle linee passanti per i quattro punti trovati in precedenza, corrisponde alla Terra e la circonferenza rappresenta l'orbita del Sole. Infine, ho calcolato la linea degli apsi ovvero perigeo ed apogeo che per il 1703 corrispondono al primo Gennaio e al primo Luglio, mentre per il 2007 al quattro Gennaio e al quattro Luglio. Si procede, dunque, al calcolo dell'eccentricità: ogni orbita deve avere la forma di una sezione conica. L'eccentricità di questa sezione, detta eccentricità dell'orbita, è un importante parametro per la definizione della sua forma. Può essere considerata come la misura di quanto l'orbita devia da un cerchio; è definita rigorosamente per tutte le orbite circolari, ellittiche paraboliche ed iperboliche. Graficamente, invece, risulta essere il rapporto tra la misura della distanza dal centro della croce al centro della circonferenza con il raggio della circonferenza stessa. La bisezione dell'eccentricità è uguale alla metà del suo valore.

Il procedimento è stato identico per il 2007, salvo per il fatto che avevo già a disposizione la durata delle stagioni in giorni ed ore.

Nonostante sia chiaro che nei due anni a confronto le stagioni non siano di egual durata, il valore dell'eccentricità, anche se non identico, è compatibile col valore tolemaico: 0,0334.

SESTO CAPITOLO

6.1 Misure del diametro apparente del Sole

Tabella 1: misure dal 15 Dicembre al 15 Gennaio:

Anno: 1656	Minuti	Secondi	Decimale di minuto	Minuto decimale
01-gen	31	12	0,2	31,2
02-gen	32	7	0,116666667	32,11666667
03-gen	32	25	0,416666667	32,41666667
04-gen	32	18	0,3	32,3
06-gen	32	25	0,416666667	32,41666667
09-gen	31	31	0,516666667	31,51666667

15-gen	32	11	0,183333333	32,18333333
14-dic	32	12	0,2	32,2
21-dic	32	7	0,116666667	32,11666667
Anno: 1657				
10-gen	32	5	0,083333333	32,08333333
11-gen	32	10	0,166666667	32,16666667
12-gen	32	14	0,233333333	32,23333333
13-gen	32	33	0,55	32,55
Anno: 1658				
18-dic	32	7	0,116666667	32,11666667
19-dic	32	5	0,083333333	32,08333333
20-dic	32	5	0,083333333	32,08333333
21-dic	32	9	0,15	32,15
Anno: 1659				
06-gen	31	57	0,95	31,95
12-gen	32	14	0,233333333	32,23333333
15-gen	32	2	0,033333333	32,03333333
07-dic	32	14	0,233333333	32,23333333
18-dic	32	13	0,216666667	32,21666667
20-dic	32	10	0,166666667	32,16666667
Anno: 1660				
11-dic	32	24	0,4	32,4
14-dic	32	8	0,133333333	32,13333333
15-dic	32	15	0,25	32,25
20-dic	32	15	0,25	32,25
21-dic	32	15	0,25	32,25
30-dic	32	11	0,183333333	32,18333333
Anno: 1663				
21-dic	32	8	0,133333333	32,13333333
22-dic	32	12	0,2	32,2
Anno: 1666				
07-gen	32	3	0,05	32,05
08-gen	32	4	0,066666667	32,06666667
09-gen	32	2	0,033333333	32,03333333
11-gen	32	3	0,05	32,05
13-gen	32	8	0,133333333	32,13333333
18-dic	32	20	0,333333333	32,33333333
21-dic	32	9	0,15	32,15
25-dic	31	48	0,8	31,8

Media

31,32958333

Secondi

19,775

Varianza

0,424264069

25,45584412

Tabella 2: misure dal 15 Giugno al 30 Giugno:

Anno: 1655	Minuti	Secondi	Decimale di minuto	Minuto decimale
21-giu	31	8	0,133333333	31,13333333
22-giu	31	10	0,166666667	31,16666667
Anno: 1658				
20-giu	31	3	0,05	31,05
21-giu	31	10	0,166666667	31,16666667
Anno: 1663				
20-giu	30	56	0,933333333	30,93333333
21-giu	31	5	0,083333333	31,08333333
22-giu	31	5	0,083333333	31,08333333
23-giu	30	34	0,566666667	30,56666667
Anno: 1665				
21-giu	31	3	0,05	31,05
Anno: 1666				
19-giu	31	1	0,016666667	31,01666667

Media	31,025	Secondi	1,5
Varianza	0,082495791		4,949747468

6.2 Spiegazione del metodo

I dati analizzati con Excel sono stati tratti dal libro di Eustachio Manfredi, “De Gnomone Meridiano Boloniensi ad divi Petronii” del 1736, conservato alla biblioteca Casanatense.

Eustachio Manfredi, fondatore, insieme al conte Ferdinando Marsili, della Specola dell'Istituto delle Scienze di Bologna, era stato fra quegli astronomi che si erano occupati del problema della parallasse. Le numerose osservazioni, eseguite prima del 1709 presso la Specola edificata sul palazzo dello stesso Marsili, gli avevano consentito di mettere in evidenza delle variazioni annue

nei moti delle stelle. All'epoca, ancora mancava una dettagliata trattazione geometrica del problema e Manfredi si occupò di redigere un complesso trattato, il *De annuis inerrantium stellarum aberrationibus*, con il quale fornire proprio un modello geometrico delle parallassi, che servisse da 'banco di prova' per le osservazioni pratiche. In altre parole, presentare una teoria di cui le osservazioni avrebbero poi dovuto render conto.

Il metodo descritto da Manfredi consiste in questo: data una stella posta ad una determinata latitudine celeste, è possibile, a partire da precise ipotesi iniziali (innanzitutto, il moto di rivoluzione terrestre), descriverne la traiettoria annua apparente per effetto della parallasse; tale traiettoria non è che il luogo dei punti in cui l'astro si dovrebbe vedere nei vari momenti dell'anno, se va soggetto a moto parallattico. Dunque, per verificare l'effettiva esistenza di tale moto, non resta che confrontare i dati osservativi con le previsioni teoriche.

Le sue sono misure che attestano il cambiamento del diametro apparente del Sole, per un periodo compreso tra il 1665 al 1736. Per procedere nella mia analisi ho considerato le misure prese tra il 1655 e il 1666. Questo intervallo di tempo è stato ulteriormente selezionato: ho effettuato una media tra i noti valori tolemaici, che oscillano da 31 a 32 primi, e quelli kepleriani, che oscillano da 31'30" a 32'30", relativi al diametro apparente del Sole; ho quindi preso in esame i valori compresi tra 31' e 32'30".

Per la tabella 1, ho effettuato un'attenta analisi dei dati esistenti per ogni anno, utilizzando i criteri di selezione sopra menzionati, tenendo conto dei valori inerenti unicamente al periodo 15 Dicembre – 15 Gennaio: i valori vicini al perielio (è il punto di minima distanza di un pianeta dal Sole; nel caso della Terra il perielio dista circa 147 milioni di chilometri dal Sole).

Per la tabella 2, ho tenuto conto dei valori inerenti al periodo 15 Giugno – 30 Giugno, quelli vicini all'afelio: il punto di massima distanza di un corpo dal Sole, a seconda dell'eccentricità dell'orbita può essere più o meno differente dalla distanza media del corpo dal Sole.

Nel libro del Manfredi è contenuta un'esosa mole di dati, ma non tutti sono risultati utili ai fini del mio lavoro: alcuni dati sono troppo simili, altri non sono attendibili in quanto le misure sono state rilevate da altri astronomi; questo lo si nota perché i valori discostano troppo dalle misure fatte da Cassini. Infatti, alcuni valori sono esageratamente bassi, addirittura arrivano fino a 19', rispetto al valore standard di 31'; altri sono eccessivamente alti, arrivando persino a 40'!

Per ogni tabella ho infine calcolato la media, relativa alla colonna dei minuti decimali; poiché i minuti sono minuti d'arco, per ottenere i secondi, anch'essi d'arco, ho isolato la parte decimale dalla media e l'ho moltiplicata per 60.

Per calcolare la varianza, invece, ho ricavato la deviazione standard sempre dei minuti decimali e il risultato poi l'ho moltiplicato per i 60 secondi d'arco.

CONCLUSIONI

L'obiettivo di questo lavoro è stato da una parte quello di illustrare quanto utili siano le meridiane come strumenti astronomici, e dall'altra quello di mettere a confronto il sistema Tolemaico e quello Copernicano per poi trovarne analogie e differenze.

Il confronto tra i due sistemi è stato oggetto di studio soprattutto negli ultimi due capitoli in cui è emerso, alla luce di quanto è stato visto e misurato con la

meridiana di San Petronio a Bologna, che il sistema tolemaico si può discernere dal sistema copernicano almeno per quanto riguarda la forma dell'orbita che per Tolomeo è circolare e per Keplero è ellittica.

Per vedere, poi, chi orbita attorno a chi, bisogna aspettare Marte e gli altri pianeti, il cui trattamento insieme al Sole è più semplice in Keplero che in Tolomeo.

Bibliografia

Simone Bartolini: *I fori gnomonica di Egnazio Danti in Santa Maria Novella, 2006*

Ticho Brahe: *Astronomiae Instauratae progymnasmata, De restitutione motum soli set lunae Stellarumque, Nova Stella, 1572*

Ticho Brahe: *Astronomiae Instauratae Meccanica, Noribergae, 1602*

Francesco Cancellieri: *Le due nuove campane di Campidoglio, 1806*

Gian Domenico Cassini: *La meridiana del tempio di San Petronio, 1655*

Mario Catamo e Cesare Lucarini: *Il cielo in Basilica*, A.R.P.A. Edizioni Agami, 2002

Leonardo Eulero: *Opuscula varii argumentii, tavole e formule matematiche*, Berdini, 1746

Leonardo Eulero: *Theoria motus Lunae*, Petropoli, 1772

John L. Heilbron: *Il Sole nella Chiesa*, Editrice Compositori, 2005

Flaminio Mezzavacca: *Otia sive ephemerides Felsinae, Bonomiae*, 1701

Errata corrige: cosa cambia da Tolomeo a Copernico in termini di eccentricità?

Copernico De Revolutionibus Libro III cap.XVI

pp.428-432 dell'Edizione UTET 1979 (ultima sala a destra della Nazionale)

Copernico segue il metodo di Ipparco (vedi Teodor Jakobsen, p. 114 il libro lo trovi nella prima sala a destra della Nazionale) di calcolare eccentricità e apogeo (auge) conoscendo 2 equinozi ed un solstizio.

al tempo di Tolomeo la primavera durava 94 giorni e $1/2$
e l'estate $92 \frac{1}{2}$. vedi le figure e ricalcola (o fotocopiale)

l'eccentricità $e=1/24$ del raggio dell'orbita solare
apogeo $24^\circ 30'$ a ovest (prima) del solstizio d'estate

Albateno (vedi tu le date) trovò con Primavera= 93 di + $35/60$ di giorno e Primavera+ Estate= $186 + 37/60$ di.
 $e=346/10000$

apogeo a $7^\circ 43'$ ovest dal solstizio estivo

Arzachele (vedi date) spagnolo trovò invece $12^\circ 10'$ ovest e stessa eccentricità.

Copernico nel 1515

trovò

$e=1/31$

apogeo $6^\circ 2/3'$ a est (dopo) del solstizio d'estate

***** fai un cenno alla variazione secolare di obliquità e di eccentricità (teoria di Milankovich, e varie simulazioni numeriche di Jacques Laskhar che trovi pure su wikipedia)

Nota che Copernico ridusse da 57 circoli della teoria tolemaica del mondo a 29 circoli (JAKOBSEN P. 111 E SS.)