

# Capitolo 5

## Ammassi e super ammassi di galassie

### 5.1 Introduzione al capitolo

In questo capitolo vengono presentati gli ammassi di galassie come appaiono nel visibile, dedicando il capitolo successivo alla descrizione dell'emissione X e alla possibilità di conoscere meglio alcuni parametri fisici degli ammassi di galassie a partire dalla misura delle proprietà nei raggi X. Dopo la presentazione degli ammassi di galassie nel visibile, e del problema della materia oscura, si esaminano i super ammassi di galassie, che, benché concettualmente precedano gli ammassi di galassie in un scenario di formazione di strutture a larga scala "top down", osservativamente vengono identificati proprio mediante l'osservazione degli ammassi di galassie.

5.2 Sono presentate le caratteristiche principali degli ammassi di galassie nella regione dello spettro visibile: criteri di identificazione, dimensioni, luminosità, masse, morfologia del loro contenuto galattico e funzione di luminosità; si accenna anche alla loro emissione nella regione dei raggi X da un plasma diffuso e caldissimo.

5.3 Gli ammassi di galassie si distinguono tra loro in forma, dimensioni e contenuto galattico. I principali sistemi di classificazione morfologica sono oggetto di questo paragrafo insieme alla correlazione tra morfologia degli ammassi di galassie e loro contenuto galattico.

5.4 Due modelli matematici della dinamica delle galassie negli ammassi sono presentati in questo paragrafo. Nel modello "isotermo" si

tratta dell'approssimazione a gas non collisionale del sistema delle galassie in un ammasso. La loro configurazione è la stessa che assume una sfera di gas isoterma autogravitante in equilibrio idrostatico: usando questa come modello per rappresentare la distribuzione in posizione e velocità delle galassie in ammasso c'è accordo solo nelle zone centrali dell'ammasso, mentre verso l'esterno allontanandosi all'infinito dal centro dell'ammasso il modello prevede un aumento infinito della massa totale. Il modello di King, basato su ipotesi più realistiche, rappresenta meglio l'andamento della brillantezza superficiale in funzione della distanza dal centro nelle zone centrali. L'importanza di questi modelli risiede nel fatto che permettono di arguire ipotesi di natura dinamica semplicemente osservando le posizioni delle galassie e misurando le velocità lungo la linea di vista. Questi modelli permettono anche di risalire alla distribuzione tridimensionale dalla sua osservazione proiettata sulla sfera celeste.

**5.5** La determinazione delle masse degli ammassi di galassie applicando il teorema del viriale è l'argomento di questo paragrafo. E' presentata anche la questione della materia oscura, necessaria per spiegare il rapporto massa/luminosità circa 300 volte quello del Sole. Nel capitolo successivo si esamina come l'emissione X dagli ammassi di galassie possa aiutare a determinare la massa degli ammassi senza far uso del teorema del viriale.

**5.6** I super ammassi di galassie vengono presentati seguendo l'approccio di Einasto e collaboratori (1996 e 1997a e b), che ne hanno identificato 220 a partire dai cataloghi di Abell degli ammassi di galassie, mettendo in luce una struttura periodica su scale dell'ordine dei  $120h_{100}^{-1} Mpc$ .

## 5.2 Generalità sugli ammassi di galassie

Gli ammassi di galassie costituiscono i più estesi sistemi gravitazionalmente legati che si trovano dinamicamente rilassati (anche se non sempre) nell'universo.

Gli ammassi di galassie hanno un'estensione spaziale di circa  $10^{25}$  cm, ovvero  $10^{6+7}$  parsec.

Nella regione del visibile la luminosità degli ammassi di galassie è dell'ordine di  $L_{\text{Tot}} \approx 10^{13} L_{\odot}$  dove la luminosità solare è  $L_{\odot} = 3.83 \cdot 10^{33}$  erg/s.

Le loro masse totali sono dell'ordine dei  $10^{48}$  g, cioè circa  $10^{15} M_{\odot}$  dove la massa del Sole vale  $M_{\odot} = 1.989 \cdot 10^{33}$  g (su come sono state valutate le masse totali si rimanda ai paragrafi 5.5 e 6.9).

Il potenziale gravitazionale degli ammassi di galassie è determinato oltre che dalle galassie stesse anche da una grande quantità di gas, comparabile e spesso maggiore dell'intera massa delle galassie. Il gas è stato possibile rilevarlo grazie al fatto che emette radiazione nella regione dei raggi X (il capitolo 6 è interamente dedicato a questo argomento), tuttavia la componente di massa degli ammassi di galassie percentualmente più significativa è quella dovuta alla materia oscura (paragrafi 5.5 e 6.9).

### 5.2.1 I criteri di identificazione degli ammassi di galassie

I cataloghi più importanti degli ammassi di galassie sono stati compilati seguendo due criteri fondamentali per riconoscere un

ammasso di galassie da una semplice fluttuazione statistica nel numero di galassie di sfondo per unità di area di cielo.

Si noti come le galassie di sfondo possano trovarsi sia dietro l'ammasso sia davanti, per cui si parla di galassie di "background" e di "foreground".

Il primo criterio è dovuto ad Abell (1958): un addensamento di galassie per essere classificato come ammasso deve soddisfare le due condizioni seguenti:

1) deve contenere almeno cinquanta galassie con magnitudine compresa tra la magnitudine della terza galassia più luminosa e quella più debole di due magnitudini.

2) Queste cinquanta galassie devono essere distribuite entro il raggio di Abell

$$R_{\text{Abell}} = \frac{1.7}{z} \text{ arcmin} = 3 \cdot h_{50}^{-1} \text{ Mpc},$$

con  $0.02 < z < 0.2$  dove  $z$  è il red-shift dell'ammasso di galassie ed  $h_{50}$  è il valore del parametro di Hubble rapportato a 50 Km/s/Mpc.

Il secondo criterio è dovuto a Zwicky (Zwicky et al. 1961-1968) e richiede che:

1) il confine spaziale dell'ammasso sia determinato dall'isopleta (curva che unisce zone ad ugual numero di elementi per unità di superficie) dove la densità superficiale di galassie scende a soltanto il doppio del valore di quella delle galassie di sfondo.

2) Questa isopleta deve contenere almeno cinquanta galassie entro due magnitudini da quella della più brillante.

Il criterio di Zwicky è molto meno stretto del criterio di Abell e fa sì che i cataloghi di Zwicky contengano molti più ammassi meno ricchi rispetto ai cataloghi di Abell. Il criterio di Abell, per contro, permette di

valutare in maniera più corretta la ricchezza di un ammasso di galassie, ovvero il numero di galassie ivi contenute. Questa caratteristica infatti deve essere indipendente dalla distanza dell'ammasso dall'osservatore, e il criterio di Abell fissando un raggio apparente dipendente dalla distanza dell'ammasso entro cui conteggiare le galassie, soddisfa a questa condizione.

### 5.2.2 La funzione di luminosità delle galassie negli ammassi

La funzione di luminosità delle galassie rappresenta il numero di galassie più luminose di una certa magnitudine assoluta  $N(>L)$  in funzione della magnitudine assoluta stessa; per quanto riguarda la funzione di luminosità delle galassie negli ammassi esistono molte forme funzionali che vari autori hanno proposto per rappresentare l'andamento della  $N(>L)$  osservata: nella figura 5.1 (Sarazin, 1988) sono presentati sia i dati osservativi che le curve di alcuni modelli analitici.

Abell (1975) ha proposto la seguente forma funzionale per  $N(>L)$ :

$$N_{\text{Abell}}(\geq L) = N^* \cdot (L/L^*)^{-\alpha},$$

con l'indice della legge di potenza  $\alpha = 5/8$  per  $L < L^*$ ,  $\alpha = 15/8$  per  $L > L^*$ , mentre secondo Schechter (1976)

$$N_{\text{Schechter}}(\geq L) = N^* \cdot \int_0^{\infty} (L/L^*)^{\frac{5}{4}} \cdot \exp(-L/L^*) d(L/L^*)$$

La quantità  $N^*$  è un buon indicatore della ricchezza di galassie dell'ammasso.  $L^*$  è il valore di  $L$  in corrispondenza del quale le funzioni di luminosità delle galassie di ammassi subiscono un brusco cambiamento di pendenza e risulta essere un valore caratteristico, indipendente dalla ricchezza di un ammasso.

L\* corrisponde ad una magnitudine assoluta

$$M_V^* \approx -21.2_{\text{Abell}} \div -21.9_{\text{Schechter}} + 5 \cdot \log_{10} h_{50}.$$

Per questa ragione L\* viene talvolta usato (in mancanza di misure sul red-shift) come indicatore della distanza.

### 5.2.3 Il contenuto galattico degli ammassi di galassie

I tipi di galassie che costituiscono gli ammassi differiscono sensibilmente dalle galassie di sfondo che non appartengono a nessun sistema gravitazionalmente legato, la differenza è sia nella percentuale del numero di galassie di un certo tipo che si trovano nell'ammasso, sia nella morfologia delle galassie stesse, che risente del fatto che esse si trovano in un ammasso.

In primo luogo le galassie ellittiche (E) e le S0 sono più comuni delle galassie a spirale nelle regioni interne degli ammassi regolari (paragrafo 5.3.1), laddove ciò non si registra nel caso di ammassi irregolari e nelle "galassie di campo", le galassie isolate non legate ad ammassi, dove prevalgono le galassie a spirale (Sp).

Gli studi della riga a 21 cm dell'idrogeno neutro nelle galassie a spirale negli ammassi hanno indicato che il gas ivi contenuto è molto meno di quello nelle Spirali di campo; anche i bracci a spirale sono poco definiti e il loro colore è intermedio tra quello delle S0 e quello delle spirali di campo, ciò indica una minore attività di formazione delle stelle nelle spirali di ammasso; Van den Bergh (1976) ha classificato come Spirali "anemiche" le galassie a spirale degli ammassi.

Negli ammassi di galassie si trovano spesso galassie molto brillanti o anche un tipo di galassie estremamente luminose, le galassie cD, che non si trovano tra le galassie di campo. Le galassie cD, sono costituite da un

nucleo formato da una galassia ellittica molto luminosa avvolto in un alone esteso di bassa brillantezza superficiale (Mathews, Morgan e Schmidt, 1964), si veda la figura 5.2.

Di norma la cD si trova in quiete in posizione centrale nell'ammasso. Sovente le cD hanno più di un nucleo. Escludendo le galassie N, le galassie di Seyfert e i Quasar le cD sono le galassie più luminose di tutte, e lo sono di almeno una magnitudine rispetto alle altre; sottoposte a test statistici le cD sono risultate essere di una luminosità tale da non poter appartenere a nessuna funzione di luminosità generale che descriva la luminosità delle galassie; stimando la massa delle cD dinamicamente, con le galassie satelliti, si è visto che  $M_{cD} \approx 10^{13} M_{\odot}$ . Queste proprietà hanno dato origine ad una serie di teorie per spiegare la morfologia e la luminosità di questi oggetti così peculiari (Sarazin, 1988): le cD sarebbero il risultato della fusione di più galassie, oppure il loro alone esteso verrebbe alimentato dal flusso di gas in raffreddamento verso il centro degli ammassi con "cooling flows", dal momento che c'è correlazione tra la presenza di un cooling flow e la cD (paragrafi 6.8 e 6.4).

Esistono delle galassie, non cD, molto brillanti ed estese che si trovano spesso al centro di ammassi, tra di esse si trovano ad esempio M87 al centro dell'ammasso della Vergine ed NGC1275 al centro dell'ammasso di Perseo. Questo tipo di galassie è particolarmente importante nello studio delle proprietà X di un ammasso; Sarazin (1988) suggerisce di classificarle come tipo "cd", galassie centrali e dominanti.

### **5.3 La classificazione morfologica degli ammassi di galassie**

Esistono diversi sistemi di classificazione degli ammassi di galassie:

1) Il sistema di Zwicky (Zwicky et al., 1961-1968): si studia l'aspetto dell'ammasso di galassie e lo si classifica come *Compatto*, *Medio-compatto*, *Aperto* a seconda che ci siano rispettivamente un numero maggiore o uguale a dieci galassie che appaiono parzialmente sovrapposte (vedendole proiettate sulla sfera celeste); oppure almeno lo stesso numero di galassie non appaiano più distanti del loro stesso diametro o si abbiano più concentrazioni; o infine che non appaia alcuna concentrazione.

2) Bautz e Morgan (1970) definiscono di tipo I gli ammassi di galassie che contengono una galassia cD, di tipo II quelli dove le galassie più brillanti sono di tipo intermedio tra le cD e le normali ellittiche giganti (figura 5.3), e di tipo III quelli senza galassia dominante.

3) Rood e Sastry (Sastry e Rood, 1971) giudicando l'aspetto delle galassie centrali più luminose dell'ammasso di galassie propongono la seguente tassonomia: *cD*, ammassi contenenti una cD al centro; *Binary*, con due galassie brillanti al centro formanti un sistema binario; *Line*, con le galassie più luminose messe in linea; *Flat*, le galassie più luminose hanno una distribuzione proiettata uniforme; *Core*, quando la distribuzione delle galassie risulta centralmente condensata; *Irregular* infine per aspetto irregolare della distribuzione proiettata delle galassie. Struble e Rood (1985) hanno proposto un'interpretazione in chiave dinamico-evolutiva che riordina gli ammassi dal tipo *Irregular* al tipo *cD* avendo confrontato questi tipi con simulazioni numeriche ad N corpi del collasso gravitazionale degli ammassi.

Queste simulazioni (White, 1976) di un ammasso di N galassie in collasso gravitazionale partono da una distribuzione iniziale a simmetria sferica: esse mostrano che per effetto del rilassamento violento (Binney e

Tremaine, 1987), in cui domina l'attrazione gravitazionale tra insiemi di galassie piuttosto che quella tra due galassie alla volta, la geometria dell'ammasso diventa prima di tipo Irregular, poi Binary ed infine, tornando in regime di rilassamento a due corpi, di tipo Core, centralmente condensata.

4) Morgan e Oemler (1974) distinguono gli ammassi di galassie dal loro diverso contenuto di galassie a spirale, galassie S0 ed ellittiche: classe I degli ammassi ricchi di spirali, classe II degli ammassi poveri di spirali, con S0 ed ellittiche, ed infine la classe cD, con le galassie cD al centro.

### **5.3.1 Relazione tra morfologia dell'ammasso di galassie e contenuto galattico:**

Abell (1965, 1975) ha mostrato che questi sistemi di classificazioni sono molto correlati tra loro e si possono inquadrare in tre grandi classi: gli ammassi Regolari, a simmetria sferica, alta concentrazione centrale di galassie, ricchi di galassie ( $N^* \approx 10^2$ ) e senza sottostrutture; gli ammassi Irregolari, senza simmetria, a bassa concentrazione centrale, tendenza ad avere sottostrutture e poco ricchi ( $N^* \geq 10^0$ ); gli ammassi con proprietà Intermedie.

Nella seguente tabella si mostrano le correlazioni tra i vari sistemi di classificazione che legano l'aspetto morfologico dell'ammasso al contenuto galattico e anche ad una interpretazione dinamico-evolutiva.

Sistemi di	Ammassi	Ammassi	Ammassi
Classificazione	Regolari	con proprietà intermedie	Irregolari
Zwicky	compatti	medio-compatti	aperti
Bautz-Morgan	I, I-II, II	II, II-III	II-III, III
Rood-Sastry	cD, B, L, C	L, C, F	F, I
Morgan-Oemler	cD, poveri di Spirali	poveri di Spirali	ricchi di Spirali

La composizione dei diversi tipi di ammassi viene spiegata con due diverse teorie (Sarazin, 1988): nella prima la composizione è acquisita dall'ambiente, nella seconda è "ereditaria".

La prima teoria chiama in causa la presenza di gas interammasso per cui le galassie a spirale perderebbero gas in seguito ad ablazione da parte del gas interammasso già presente. La perdita del disco di gas (lo stesso che possiede la Via Lattea) avverrebbe anche in seguito alla collisione tra due spirali, e questo sarebbe stato il meccanismo iniziale che ha arricchito di gas la zona centrale dell'ammasso. E' sufficiente una densità del gas  $\rho \approx 3 \cdot 10^{-4}$  atomi  $\cdot$  cm<sup>-3</sup> perché durante un solo passaggio nella zona centrale dell'ammasso una galassia a spirale perda il suo gas. Questo valore di densità è ben consistente con le osservazioni dell'emissione nei raggi X del gas interammasso. L'osservazione degli ammassi ad alto red shift, molto lontani nello spazio e nel tempo, ha mostrato l'esistenza di "proto spirali", galassie blu con violenti processi di formazione stellare nel disco, indice della presenza di gas, si tratta dell'effetto Butcher-Oemler, dal nome degli scopritori (Butcher e Oemler, 1978). Nelle spirali di ammasso la formazione stellare è attualmente molto ridotta tanto da

aver meritato l'appellativo di "anemiche". Questa teoria è in buon accordo con questi dati, potrebbe spiegare la trasformazione da spirali ad S0, ma non da queste in ellittiche.

La teoria "ereditaria" nasce dalle seguenti considerazioni: 1) che il rapporto  $(Sp+S0)/(Sp+S0+E)$  deve restare costante se le Sp si trasformano in S0, e ciò non accade. 2) Le E e le S0 sono anche dove la pressione di ablazione è scarsissima, quindi non si sono formate dalle Sp. 3) Le S0 hanno un rapporto di luminosità bulbo (parte centrale a simmetria sferica) - disco che non è affatto quello di una Sp senza gas. Questa teoria spiega la composizione dei diversi tipi di galassie a partire dalle condizioni iniziali della densità e del momento angolare della massa di gas da cui esse hanno origine. Per le galassie ellittiche il collasso gravitazionale di materia gassosa senza momento angolare iniziale mediante il fenomeno del rilassamento violento (Binney e Tremaine, 1987) favorisce la formazione della componente stellare del bulbo. Se la massa iniziale è dotata di un momento angolare globale la formazione di stelle viene ritardata, mentre il gas tende a disporsi sul disco, nel quale le stelle continuano a nascere in modo diluito nel tempo secondo meccanismi diversi dal rilassamento violento (onde di densità). Per legare la morfologia delle galassie ai diversi tipi di ammassi si ritiene che se la densità iniziale del gas da cui si forma l'ammasso di galassie è alta l'ammasso di galassie avrà una forma regolare, con poche spirali e molte galassie ellittiche ed S0, poiché è più efficiente il rilassamento violento, mentre se la densità iniziale è bassa sono favoriti gli ammassi irregolari, in cui il contenuto galattico è minore e sono relativamente più numerose le spirali.

Esistono comunque altre teorie in contrasto con questa che interpretano i dati osservativi supponendo che gli ammassi di galassie si siano aggregati a partire da strutture più piccole (Edge e Stewart, 1991a e b). Inoltre sull'origine del gas interammasso la questione resta aperta, basti considerare che è stata registrata emissione X dal gas contenuto in ammassi di galassie ad alto red-shift che presentano l'effetto "Butcher-Oemler" (Dressler, 1984), per questo la spiegazione che il gas sia stato strappato alle galassie a spirale non è sufficiente.

#### **5.4 La distribuzione spaziale e delle velocità delle galassie**

Cinque sono i parametri che si ricavano dall'immagine di un ammasso di galassie: i primi due sono le coordinate del baricentro dell'ammasso, il terzo è la densità superficiale di galassie al centro dell'ammasso, il quarto è il raggio del nocciolo o "core", definito come il raggio dove la densità superficiale di galassie è metà di quella al centro dell'ammasso; il quinto è il raggio dell'alone che misura la massima estensione radiale dell'ammasso di galassie ed è la distanza dal centro per cui la densità di galassie è il doppio della densità delle galassie di sfondo. Supponendo la simmetria sferica del sistema se  $n(r)$  è la densità numerica di galassie in funzione della distanza  $r$  dal centro dell'ammasso, ed  $R_A$  il raggio dell'alone dell'ammasso, la densità superficiale proiettata sulla sfera celeste in funzione di  $b$ , distanza proiettata dal centro dell'ammasso è data da:

$$\Sigma(b) = 2 \cdot \int_b^{R_A} \frac{n(r) \cdot r \cdot dr}{(r^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}}$$

Altri due parametri sono necessari per completare la descrizione della

distribuzione spaziale delle galassie se l'ammasso di galassie ha un aspetto allungato, essi sono il rapporto tra il semiasse maggiore e quello minore e l'orientazione del semiasse maggiore.

Per la distribuzione delle velocità delle galassie è importante la dispersione delle velocità lungo la linea di vista,

$$\sigma_{\text{linea di vista}} = \langle (v_{\text{l.v.}} - \langle v_{\text{l.v.}} \rangle)^2 \rangle^{1/2},$$

questo parametro e  $\langle v_{\text{l.v.}} \rangle$  descriverebbero esaurientemente il campo delle velocità se la loro funzione di distribuzione fosse gaussiana, si è verificato comunque che questa distribuzione è una buona rappresentazione della situazione reale (Yahil e Vidal, 1977).

Per un sistema di particelle classiche non identiche, con masse differenti, la dispersione delle velocità all'equilibrio termodinamico è

$$\sigma_{\text{velocità}} = (KT/m)^{1/2},$$

la distribuzione gaussiana delle velocità si ottiene considerando un sottosistema costituito da particelle identiche; poiché negli ammassi di galassie la dispersione delle velocità gaussiana è indipendente dalla massa delle galassie vuol dire che il sistema non è all'equilibrio termodinamico, ovvero non ha ancora avuto il tempo di raggiungere una configurazione dinamica che non conservi più traccia delle condizioni iniziali in seguito ad urti gravitazionali tra galassie (il sistema non è dinamicamente rilassato).

### **5.4.1 Modelli analitici per spiegare le distribuzioni spaziali e delle velocità delle galassie**

Se si considerano le galassie di un ammasso come particelle di un gas, si ha che i tempi scala collisionali sono molto maggiori dei tempi di attraversamento dell'ammasso, pertanto si tratta di un "gas" non

collisionale per cui vale il teorema di Liouville. Infatti il tempo scala per il rilassamento a due corpi (Binney e Tremaine, 1987), calcolato per delle galassie che si muovono in un campo di altre galassie uguali, vale

$$t_{\text{ril. a due corpi}} = 3\sigma_{l.v.}^2 / (4\sqrt{\pi}G^2 \ln \Lambda \cdot m_{Gal.}^2 \cdot n_{Gal.}),$$

dove  $\ln \Lambda \approx 3$  per un valore del raggio medio delle galassie di 20 Kpc e del raggio medio dell'ammasso di 1 Mpc,  $G$  è la costante di gravitazione universale,  $n$  è la densità numerica di galassie ed  $m$  la loro massa. Risulta  $t_{\text{ril. 2 corpi}} \approx 3 \cdot 10^{11}$  anni, questo tempo è superiore all'età dell'universo. Solo nelle zone centrali dell'ammasso dove la densità è maggiore il sistema si può considerare dinamicamente rilassato.

Il teorema di Liouville afferma che la funzione di distribuzione nello spazio delle fasi delle particelle di un gas non collisionale resta invariata nel tempo sia in forma che in normalizzazione.

La funzione di distribuzione nello spazio delle fasi  $f(\vec{r}, \vec{v})$ , descrive la densità di probabilità di trovare una particella del gas nel volume  $dx dy dz$  attorno alla posizione  $\vec{r}$ , e con velocità  $\vec{v}$  le cui componenti siano comprese tra  $v_x$  e  $v_x + dv_x$ ,  $v_y$  e  $v_y + dv_y$ ,  $v_z$  e  $v_z + dv_z$ .

Nelle formule seguenti si presenta il teorema di Liouville, il concetto di integrale del moto e il teorema di Jeans (Binney e Tremaine, 1987):

Sia  $f(\vec{x}, \vec{v})$  la funzione di distribuzione delle galassie nello spazio delle fasi. Essendo un "gas" non collisionale si ha l'equazione di Boltzmann non collisionale:

$$\frac{df}{dt} = 0 = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f - \vec{\nabla} \Phi \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0,$$

avendo sostituito a  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$  l'equazione del moto in un potenziale liscio

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \Phi.$$

L'equazione di Boltzmann non collisionale non è più valida in presenza di collisioni gravitazionali tra le galassie, perché cessa di essere valida

l'equazione del moto nel potenziale liscio.

$I(\vec{x}, \vec{v})$  è un integrale del moto se

$$\frac{d}{dt} I(\vec{x}(t), \vec{v}(t)) = 0$$

lungo tutte le orbite. Con le equazioni del moto questa espressione diventa

$$\frac{dI}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{\nabla} I - \vec{\nabla} \Phi \cdot \frac{\partial I}{\partial \vec{v}} = 0$$

Da questa equazione si vede come le condizioni perché  $I$  sia un integrale del moto sono identiche con quelle perché  $I$  sia soluzione stazionaria dell'equazione di Boltzmann non collisionale.

Il teorema di Jeans afferma che ogni soluzione dell'equazione di Boltzmann non collisionale dipende dalle coordinate dello spazio delle fasi solo attraverso gli integrali del moto, ed ogni funzione degli integrali del moto dà luogo ad una soluzione stazionaria dell'equazione non collisionale di Boltzmann.

Infatti se  $f$  è una soluzione stazionaria dell'equazione di Boltzmann,  $f$  è anche un integrale del moto, viceversa se  $I_1, \dots, I_n$  sono integrali del moto ed  $f = f(I_1, \dots, I_n)$ ,  $f$  soddisfa all'equazione di Boltzmann non collisionale stazionaria perché

$$\frac{d}{dt} f[I_1(\vec{x}, \vec{v}), \dots, I_n(\vec{x}, \vec{v})] = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial I_j} \cdot \frac{\partial I_j}{\partial t} = 0.$$

Dal teorema di Jeans si ricava che per gli ammassi di galassie, in simmetria sferica, se non c'è dipendenza di  $f$  dal momento angolare l'integrale del moto da cui dipende la funzione di distribuzione nello spazio delle fasi è allora solo l'energia per unità di massa. Assumendo gaussiana la distribuzione delle velocità, e indipendente dal tempo, e supponendo, per semplicità, che non ci sia correlazione tra le posizioni delle galassie e le loro velocità, la funzione di distribuzione nello spazio delle fasi assume la forma:

$$f(\vec{r}, \vec{v}) = n(\vec{r}) \cdot (2\pi\sigma_v^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{|\vec{v}|}{\sigma_v}\right)^2\right).$$

L'energia per unità di massa è

$$\varepsilon = \frac{1}{2}|\vec{v}|^2 + \Phi(|\vec{r}|)$$

e poiché  $f$  deve dipendere solo da  $\varepsilon$ , e la dipendenza funzionale è ormai fissata come esponenziale si ha

$$f(\vec{r}, \vec{v}) = C \cdot \exp\left\{-\frac{1}{\sigma_v^2} \cdot \left[\frac{1}{2}|\vec{v}|^2 + \Phi(|\vec{r}|)\right]\right\},$$

perciò

$$n(r) = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{\Phi(r)}{\sigma_v^2}\right).$$

Avendo l'espressione della densità in funzione del potenziale si può ottenere dall'equazione di Poisson un'equazione autoconsistente per il potenziale  $\Phi(r)$ :

$$\frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} \left( r^2 \cdot \frac{d\Phi(r)}{dr} \right) = 4\pi G \rho(r) = 4\pi G m n_0 \cdot \exp\left(-\frac{\Phi(r)}{\sigma_v^2}\right);$$

questa equazione è identica a quella della sfera isoterma di gas in equilibrio idrostatico (Binney e Tremaine, 1987), perciò si può parlare di distribuzione isoterma delle galassie laddove questa approssimazione a gas non collisionale descritto da quella funzione di distribuzione è valida.

La soluzione per il potenziale gravitazionale dell'equazione dell'isoterma permette di ottenere tutti i parametri caratteristici dell'ammasso di galassie:

sia

$$\Psi = \frac{\Phi}{\sigma_v^2}, \quad \xi = \frac{r}{\beta}, \quad \beta = \frac{\sigma_v}{\sqrt{4\pi G n_0 m}},$$

inoltre

$$\Psi(0) = 0 \text{ e } \frac{\partial \Psi}{\partial \xi}(0) = 0:$$

si ha

$$n(\xi) = n_0 \cdot \exp(-\Psi(\xi))$$

e

$$\sum(b) = \sum(0) \cdot F_{\text{Isoterma}}(b/\beta),$$

e poiché  $F_{\text{isoterma}}(3) \cong 0.502, r_{\text{nocciolo}} \cong 3\beta,$   
risulta anche  $\sum(0) = 6.06 \cdot n_0 \cdot \beta = 2.02 \cdot n_0 \cdot r_{\text{nocciolo}}.$

Questo modello è una buona rappresentazione della situazione reale solo in prima approssimazione e nelle zone centrali degli ammassi, si ha infatti che

$$\text{per } \xi \gg 1 \quad n(\xi) \approx \frac{2n_0}{\xi^2},$$

e il numero di galassie diverge all'infinito con l'aumentare della distanza dal centro  $r$ .

Per una sfera isoterma il raggio massimo della configurazione è infinito e anche la massa totale è infinita, pertanto questo modello è non fisico, inoltre anche la velocità di fuga risulta infinita.

### 5.4.2 La funzione di distribuzione di King e il modello analitico di King

La sfera isoterma precedentemente esaminata è un buon modello per sfere di gas autogravitanti solo entro il raggio del nocciolo il raggio esterno della configurazione è infinito come infinita è la massa totale, tale modello non è fisico.

La funzione di distribuzione di King è una funzione di distribuzione troncata nello spazio delle fasi, è nulla per valori della velocità superiori alla velocità di fuga corrispondente ad ogni dato raggio.

$$f(\vec{r}, \vec{v}) \propto \exp\left[\frac{\Phi(0) - \Phi(r)}{\sigma_{v\infty}^2}\right] \cdot \exp\left[\frac{-v^2 - 2\Phi(r)}{2\sigma_{r\infty}^2}\right] \quad \text{con} \quad f(\vec{r}, |\vec{v}| \geq v_{\text{fuga}}(r) = \sqrt{-2\Phi(r)}) = 0$$

In questa funzione di distribuzione la dispersione delle velocità è quella della sfera isoterma infinita. La soluzione dell'equazione di Poisson autoconsistente per il potenziale dà luogo alla cosiddetta sfera isoterma di King, una soluzione a raggio limite della configurazione  $R_{\text{lim}}$  finito, al di là del quale la densità del "gas di galassie" è nulla.

L'unico parametro che individua un tipo di sfera isoterma di King da un'altra è il rapporto tra il raggio limite esterno ed il raggio del nocciolo:  $R_{\text{lim.}}/r_{\text{nocciolo}}$ .

Le porzioni interne di una distribuzione isoterma di King a simmetria sferica sono ben rappresentate da funzioni analitiche:

$$n(r) = n_0 \cdot \left[ 1 + \left( \frac{r}{r_{\text{nocciolo}}} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \quad \text{e} \quad \Sigma(b) = \Sigma(0) \cdot \left[ 1 + \left( \frac{b}{r_{\text{nocciolo}}} \right)^2 \right]^{-1} \quad \text{con} \quad \Sigma(0) = 2n_0 \cdot r_{\text{nocciolo}}$$

L'approssimazione analitica del modello di King prevede anch'essa una massa infinita, che cresce come il  $\ln(r)$ , bisogna perciò troncare questo modello ad  $R_{\text{lim.}}$ .

## 5.5 Il teorema del viriale e la sua applicazione agli ammassi di galassie.

Il teorema del viriale è un teorema di carattere statistico, perché si riferisce a medie temporali di certe grandezze meccaniche.

Questo teorema può essere applicato ad un sistema di  $N$  corpi autogravitanti ed afferma che

$$2\langle T \rangle + \langle W \rangle = 0,$$

dove con  $\langle T \rangle$  e  $\langle W \rangle$  sono state indicate le medie calcolate nel tempo rispettivamente dell'energia cinetica totale e dell'energia potenziale totale del sistema. Affinché questo teorema possa essere applicato ad un sistema autogravitante quale gli ammassi di galassie occorre riconoscere come sottintese due ipotesi:

1) Il sistema deve essere gravitazionalmente legato, per cui velocità e distanze assumono sempre valori limitati, per quanto grandi possano essere; questa condizione viene utilizzata proprio nella dimostrazione del teorema del viriale (Goldstein, 1988).

2) Il sistema deve essere in uno stato stazionario, perciò il valore  $2T + W$ , che è già una "media" spaziale di  $2t + w$  dei singoli componenti del sistema, è uguale al suo valor medio nel tempo, ovverosia si mantiene costante.

Esplicitando l'espressione del teorema del viriale e dividendo per il quadrato della massa totale si ha:

$$\frac{\langle \sum_{i=1}^N m_i v_i^2 \rangle}{M_{Tot}^2} - \frac{G}{2M_{Tot}^2} \cdot \langle \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i=1}^N \frac{m_i m_j}{|r_i - r_j|} \rangle = 0$$

Il primo addendo rappresenta la media temporale delle velocità pesata con le masse diviso per la massa totale; nel secondo addendo compare la costante gravitazionale  $G$  moltiplicata per l'inverso del raggio gravitazionale dell'ammasso (mediato nel tempo), una particolare media armonica della distanza tra due corpi dell'ammasso: dalla sua definizione si vede che il raggio gravitazionale è tanto più piccolo quanto più ravvicinati risultano i corpi tra loro.

Se si suppone virializzato l'ammasso di galassie, ovvero valga la condizione 2) il teorema del viriale può essere così espresso:

$$\frac{\langle v^2 \rangle_{t,m}}{M_{Tot}} - \frac{G}{\langle R_{grav} \rangle_t} = 0,$$

ovvero anche

$$M_{Tot} = \frac{\langle v^2 \rangle_m \cdot R_{Grav}}{G} = \frac{3\sigma_{\text{linea di vista}}^2 \cdot R_{Grav}}{G} = 7.0 \cdot 10^{14} M_{\odot} \cdot \left( \frac{\sigma_{\text{linea di vista}}}{1000 \text{ km/s}} \right)^2 \cdot \left( \frac{R_{Grav}}{1 \text{ Mpc}} \right)$$

in cui la media temporale è stata sostituita col valore in condizioni stazionarie, e la media delle velocità pesate con le masse è stata approssimata con la media normale delle velocità, che a sua volta è stata sostituita da 3 volte la dispersione di velocità misurata con l'effetto Doppler lungo la linea di vista, ipotizzando l'isotropia nella

distribuzione delle velocità (per cui in ognuno dei 3 gradi di libertà spaziali sta 1/3 dell'energia cinetica media totale).

E' da notare che il raggio gravitazionale, grandezza di per sé dipendente dalla massa totale, lo si può ricavare dai modelli analitici o numerici che meglio si adattano all'ammasso di galassie in studio (ad esempio nel modello di King per un particolare rapporto  $R_{\text{lim.}}/r_{\text{nocciolo}}$  si ottiene uno ed un solo valore di  $R_{\text{Grav.}}/r_{\text{nocciolo}}$ ).

Questo tipo di misure di massa degli ammassi di galassie stimano un rapporto massa/luminosità intorno alle 300 volte quello del Sole: infatti mentre risulta  $M_{\text{Tot}} \approx 3 \div 5 \cdot 10^{15} M_{\odot}$ , la luminosità è solo  $L_{\text{Tot}} \approx 10^{13} L_{\odot}$  come già visto.

Alcuni errori su questa stima possono nascere dalle particolari condizioni in cui viene applicato il teorema del viriale: per applicare questo teorema bisogna contare tutte le "particelle" dell'ammasso, e tutte le particelle devono contenere tutta la massa dell'ammasso. Si sa che quest'ultima condizione non è verificata: infatti la massa totale di un ammasso di galassie è composta anche dalla massa del gas, che è dello stesso ordine di grandezza di quella delle galassie (si confronti il paragrafo 6.9).

Un altro metodo per calcolare la massa totale è quello di considerare le galassie in equilibrio dinamico nel potenziale gravitazionale dell'ammasso, da calcolare con modelli analitici o numerici. Con entrambi i metodi, calcolando il rapporto massa/luminosità emerge il problema della "materia oscura", che produce effetti gravitazionali, ma non viene osservata.

Le stime della massa totale viriale e dinamico possono variare al massimo di un fattore 2 se l'ammasso non è rilassato.

C'è evidenza di materia oscura in aloni estesi attorno alle galassie, in base agli studi fatti sulle curve di rotazione, che a grandi distanze dal centro non mostrano un andamento Kepleriano.

Studi su radiazioni diffuse (U.V., visibile, X, radio) hanno mostrato che la materia oscura non è un gas diffuso ad una certa temperatura, né grani di polvere come il mezzo interstellare. Può dunque trattarsi di condensazioni substellari di meno di un decimo della massa del sole (la minima massa per "accendere" una stella), cioè pianeti e comete; oppure relitti invisibili di stelle massicce, come buchi neri, stelle a neutroni, o anche stelle nane bianche fredde al termine della loro evoluzione; infine può essere composta anche da particelle elementari stabili, debolmente interagenti come i neutrini massivi, i monopoli magnetici, gli assioni, i fotini (Blumenthal et al.1984). Fabian (1988b) suggerisce anche che parte della materia oscura sia barionica e in corso di accumulazione in seguito al flusso di gas interammasso in raffreddamento verso il centro degli ammassi con "cooling flows" (si confronti il paragrafo 6.8).

La natura della materia oscura negli ammassi di galassie resta uno dei problemi più importanti, non ancora risolti, in astrofisica. Dall'astronomia X cominciano a venire i primi contributi sullo studio della distribuzione spaziale della materia oscura: dei metodi di indagine e dei risultati si discute nel paragrafo 6.9.

## **5.6 I super ammassi di galassie**

Fino alla metà degli anni '70 si riteneva che le galassie formassero gruppi o ammassi, e le restanti galassie di campo fossero distribuite in maniera casuale nell'universo. Dopo questo scenario è cambiato radicalmente: le galassie di campo formano strutture a filamento

allungate, così come gli ammassi che danno luogo a super ammassi filamentari. Lo spazio compreso tra queste strutture filamentari è privo di galassie visibili (Einasto, 1997b), si tratta di vuoti di dimensioni  $\sim 100h_{100}^{-1}\text{Mpc}$  corrispondenti a zone sottodense dell'universo ( $\delta \ll -1$ ), dove la materia sarebbe in forma "pre-galattica" e, sperimentando potenziali positivi, fluirebbe verso le zone sopradense (i super ammassi, con  $\delta \sim -1$ ) dove il potenziale è positivo.

. Seguendo il metodo di Einasto e collaboratori (1996) nel compilare un catalogo di 220 super ammassi, in cui sono inclusi anche alcuni "candidati", si presentano le informazioni di base relative a queste strutture a larga scala, definibili come i più grandi e relativamente isolati contrasti di densità dell'universo. Infatti perturbazioni di densità su scale maggiori di  $\sim 100h_{100}^{-1}\text{Mpc}$  hanno ampiezza decisamente inferiore e modulano soltanto le densità e le masse dei sistemi più piccoli.

L'uso delle galassie come traccianti dei super ammassi è limitato dalle distanze relativamente piccole a cui si spingono i cataloghi di red shift di galassie che coprono una vasta area di cielo, i cataloghi di ammassi (Abell, 1958 e Abell et al., 1989) che coprono tutto il cielo salvo il piano della galassia sono ritenuti completi fino a distanze di alcune centinaia di Mpc. Il catalogo di superammassi si estende fino a  $z=0.12$ , ma per 1/3 degli ammassi considerati il red shift è stato stimato (perché le singole galassie o non erano state ben osservate o si riteneva che i red shift fossero quelli di galassie di foreground) perciò alcuni dei 220 super ammassi sono "candidati" tali.

I super ammassi possono essere determinati sia stabilendo una densità (mediata su volumi opportuni) di soglia al di sopra della quale si parla di super ammasso, sia fissando una distanza massima (tra due ammassi)

con i primi vicini oltre la quale il sistema non è più un singolo super ammasso: in ambedue i modi si vede come da  $\sim 16 h_{100}^{-1} Mpc$  si comincia a formare il "core" del super ammasso, a  $\sim 24 h_{100}^{-1} Mpc$  si ha il valore che meglio individua i singoli super ammassi, per distanze maggiori (o abbassando la corrispondente densità di soglia) si includono altri super ammassi e si esamina un sistema caratterizzato dall'essere "in percolazione": il sistema super ammassi-vuoti: quindi i super ammassi sono le strutture più grandi che non siano "in percolazione".

Gli effetti di selezione sulla distribuzione degli ammassi, e quindi dei super ammassi, sono dovuti all'oscuramento galattico (dipendente dalla latitudine galattica) e alla distanza dell'ammasso: influiscono sulla probabilità di rivelare un ammasso posto ad una certa latitudine galattica  $b$  e distanza  $r$ . La probabilità di rivelare un ammasso dipende dalla distanza secondo la legge  $P(r)=1-0.5(r/r^*)$  dove  $r^*$  è il raggio limite del campione di ammassi, mentre dalla latitudine galattica dipende secondo la legge  $P(\text{sen}b)=0.12+0.88\text{sen}b$  per  $\text{sen}b>0.12$  e 0 per  $\text{sen}b<0.12$ , calcolata per tutti gli ammassi,  $P(\text{sen}b)=0.12+0.62\text{sen}b$  per  $\text{sen}b>0.38$  e 0 per  $\text{sen}b<0.38$ , se il calcolo viene fatto solo sugli ammassi appartenenti ai superammassi più ricchi. Questi calcoli sono stati fatti valutando la densità di volume degli ammassi in settori sferici di  $20 h_{100}^{-1} Mpc$  di spessore e  $\Delta\text{sen}b=0.1$ . Questo studio ha portato una stima della densità media (locale, § 1.2 per una più ampia discussione nell'ambito di un modello frattale) del numero di ammassi pari a  $2.6 \cdot 10^{-5} h_{100}^3 Mpc^{-3}$ .

Tenendo conto degli effetti di selezione si capisce la ragione per cui verso il piano galattico diminuiscono i super ammassi ricchi, più rapidamente di quelli poveri: la ricchezza di un superammasso dipende dalla sua molteplicità, cioè dal numero di ammassi che lo costituiscono:

2-4 povero; 4-7 mediamente ricco;  $\geq 8$  molto ricco. Ad esempio il "draco supercluster" (SCL 114) ha 16 membri, ha una forma in cui i rapporti tra gli assi valgono 1:4:5, ed è a  $300h_{100}^{-1}Mpc$  da noi dall'altra parte di un vuoto di circa  $130h_{100}^{-1}Mpc$  la cui parte vicina è costeggiata da un altro super ammasso molto ricco, quello dell'orsa maggiore (SCL 109), con 8 membri. I nomi dei super ammassi si prendono dalle costellazioni su cui sono proiettati e si aggiunge A, B... se ve n'è più d'uno.

La dimensione frattale (§1.4.6) viene considerata un utile parametro per descrivere la geometria di queste distribuzioni spaziali: per tutti gli ammassi  $d \sim 2.2$ , la distribuzione è più bidimensionale rispetto al caso degli ammassi dei super ammassi più ricchi per cui  $d \sim 1.4$ , indicando secondo gli autori un'ulteriore evidenza di distribuzione filamentare.

Il confronto con cataloghi "random" realizzati tenendo conto opportunamente delle funzioni di selezione e delle dimensioni tipiche dei superammassi, ha permesso ad Einasto e collaboratori (1996) di ravvisare come queste concentrazioni di super ammassi attorno a dei vuoti (nei quali gli ammassi appartenenti ai super ammassi poveri non formano una popolazione random) non siano frutto di una distribuzione stocastica, ma che effettivamente si possa parlare di distribuzione a "scacchiera tridimensionale".

Col "metodo della sfera vuota" (si divide lo spazio in  $n^3$  celle cubiche, si determina per il centro di ciascuna la distanza dall'ammasso più vicino: quella che ha la distanza maggiore è il centro del vuoto, e quella distanza ne è il raggio) sono state calcolate le dimensioni dei vuoti, comparabili con quello delle funzioni di correlazione degli ammassi (appartenenti sia a tutti i superammassi, sia solo a quelli più ricchi):  $\sim 120h_{100}^{-1}Mpc$  (Einasto, 1997a). Questo valore si ritrova anche in analisi di

tipo "pencil beam" (Broadhurst et al., 1990), confermandosi l'ipotesi che questa scala possa costituire il limite superiore della gerarchia della distribuzione delle galassie (sia per modelli CDM che per il modello a celle frattali in cui questa dimensione trova immediata applicazione, §7.3). Le dimensioni dei vuoti si riducono quando l'analisi viene fatta studiando la distribuzione degli ammassi appartenenti a super ammassi più poveri, che sono ai bordi delle "pareti" e delle "catene" tra vuoto e vuoto, descritte dai super ammassi ricchi, e perciò penetrano in parte all'interno dei vuoti stessi, riducendone le dimensioni effettive (secondo il metodo delle sfere vuote). Una coerenza delle strutture su scale di  $\sim 120h_{100}^{-1}Mpc$  non è giustificata dal modello CDM standard (Einasto et al. 1996, § 7.2 per una discussione più ampia). Nelle figure seguenti 5.4 e 5.5 (Einasto, 1997 e 1997a) si mostra una mappa dei superammassi e lo spettro di potenza degli ammassi con red shift noti. La distribuzione degli ammassi di galassie che emettono nei raggi X della survey di ROSAT è in accordo con le strutture individuate in questo catalogo.