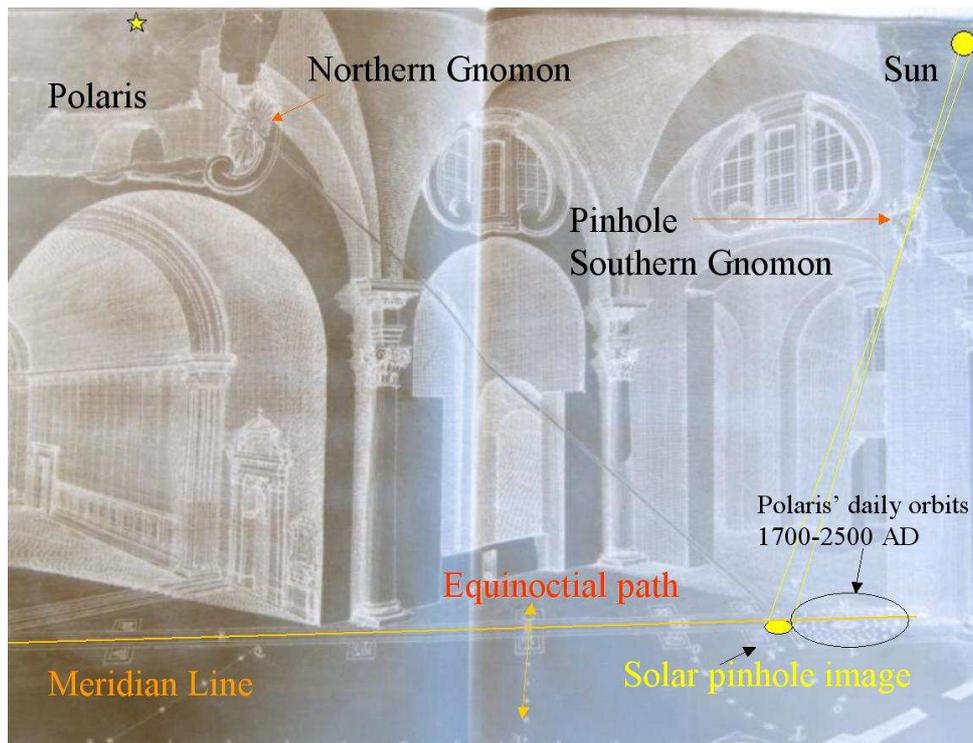


# *Test del pinhole solar monitor presso la basilica di S.Maria degli Angeli, Roma*

*Chiara Melchiorre e Silvia Pietroni*



## *Descrizione dell' esperimento*

Scopo della nostra esperienza è quello di misurare la deviazione dal vero Nord della meridiana costruita nella Basilica di Santa Maria degli Angeli in piazza della Repubblica a Roma. Ogni giorno, per un anno, il Prof. Costantino Sigismondi si è recato in Basilica per la raccolta dati, avvalendosi del nostro aiuto a partire da Gennaio 2006.

Dalla misura dei tempi del transito solare sulla meridiana, nella posizione calcolata giornalmente con il programma Ephemerids, con una procedura che verrà chiarita di seguito, abbiamo ricavato l'andamento delle variazioni stagionali del ritardo del passaggio del Sole sulla Linea Clementina e verificato il disallineamento tra la meridiana Australe e quella Boreale, parallela ad essa.

## Prefazione

Un foro stenopeico garantisce un campo di vista privo di distorsioni. La sua capacità di formazione dell'immagine è limitata da effetti casuali (diffrazione e seeing atmosferico) e sistematici (penombra). Il pinhole solar monitor misura il diametro angolare del Sole prendendo i tempi dei transiti meridiani. I transiti sulla meridiana sono stati videoregistrati con una sincronizzazione UTC al foro stenopeico, lo gnomone della chiesa S.Maria degli Angeli.

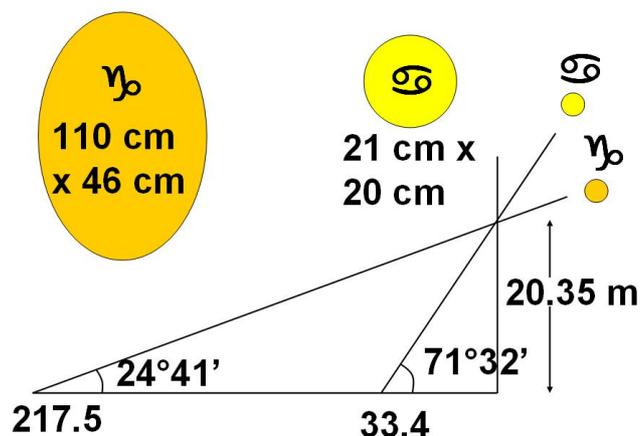
## Introduzione

Lo gnomone clementino è stato costruito nel 1702 dall'astronomo Bianchini su richiesta di papa Clemente XI ed è situato all'interno delle vecchie mura romane delle terme di Diocleziano, scelte per la loro stabilità.

La Meridiana è una grande linea di bronzo inserita in una fascia di marmo, distesa quasi diagonalmente per circa 45 metri se si considera come punto virtuale di partenza quello su cui cade la perpendicolare proveniente dal centro del foro gnomonico.

La linea meridiana, infatti, parte esattamente dal punto perpendicolare, cioè il punto esatto su cui cade la linea verticale che unisce il centro del foro al pavimento (questo punto è stato costruito utilizzando un filo a piombo).

L'immagine del Sole, penetrando per il centro dello stemma araldico di Clemente XI, percorre durante l'anno, a mezzogiorno solare vero, tutta la Linea, partendo dal Cancro al Solstizio d'Estate, raggiungendo il Capricorno al Solstizio d'Inverno e compiendo successivamente il percorso inverso.



L'immagine del Sole, in forma di ellisse, si allunga, nel suo asse maggiore, da circa 21 centimetri al solstizio estivo a circa 110 centimetri al solstizio invernale, compiendo il percorso tra i due tropici.

## *Funzione della meridiana*

Lo scopo che si prefiggeva Clemente XI con la costruzione della Meridiana era essenzialmente quello di controllare la data dell' Equinozio di Primavera, per la determinazione della data della Pasqua.

La meridiana è costituita da due elementi fondamentali: un piccolo foro a conveniente altezza e una linea esattamente orientata da Sud a Nord.

Si tratta di una meridiana a camera oscura, costruita cioè all'interno di uno spazio ampio e scarsamente illuminato, come quello di una Chiesa, e quindi atto a osservare con precisione sul pavimento l'immagine prodotta dal fascio di luce solare filtrato attraverso il foro gnomonico.

L'ellisse luminosa che si proietta sul pavimento è l'immagine, capovolta e rovesciata del Sole.

La forma ellittica è dovuta all'inclinazione del cono di luce proveniente dal Sole, rispetto all'orizzontalità del pavimento.

È questa immagine solare che indica, con il suo passaggio giornaliero sulla Linea Meridiana, il Mezzogiorno Locale Vero (vedere Appendice A).

## *Caratteristiche della meridiana*

Il foro ha un diametro di  $1.59 \pm 0.01$  cm ed è praticato in una parete esposta a sud. L'altezza del foro deve essere vista come il raggio del cerchio il cui centro è il foro stesso.

La Linea Meridiana è tangente a tale cerchio nel punto in cui cade la verticale proveniente dal centro del foro gnomonico. Le lunghezze delle tangenti determinate di volta in volta sulla Linea dal raggio solare proveniente dal foro gnomonico, dipendono dall'angolo formato con l'altezza (distanza) del foro: maggiore o minore è tale angolo, maggiore o minore sarà la lunghezza della tangente.

Per esempio, l'angolo e la tangente relativa sono maggiori in inverno, quando il Sole è più basso e minori in Estate, quando il Sole raggiunge la sua massima altezza.

Latitudine  $41^{\circ} 54' 11''$  Nord.

Longitudine:  $12^{\circ} 29' 51''$  Est

Altezza del foro gnomonico: m 20.344

Lunghezza dal punto perpendicolare all'estremità settentrionale della linea metallica: m 44.89.



Transito del Sole all'altezza di Sirio

La linea meridiana è divisa in 220 unità *Centesimae*, C, ognuna di 20.35 cm ,tra 220 e 0 C (verticale del pinhole) ed è tarata con la tangente dello zenit:

CP = Centesimae Partes

$z$  = distanza zenitale del Sole rispetto alla meridiana (riportato in gradi sul lato ovest della linea )

$$CP = 100 \cdot \operatorname{tg}(z)$$

# Capitolo 1

## Tempo

### *Cenni storici*

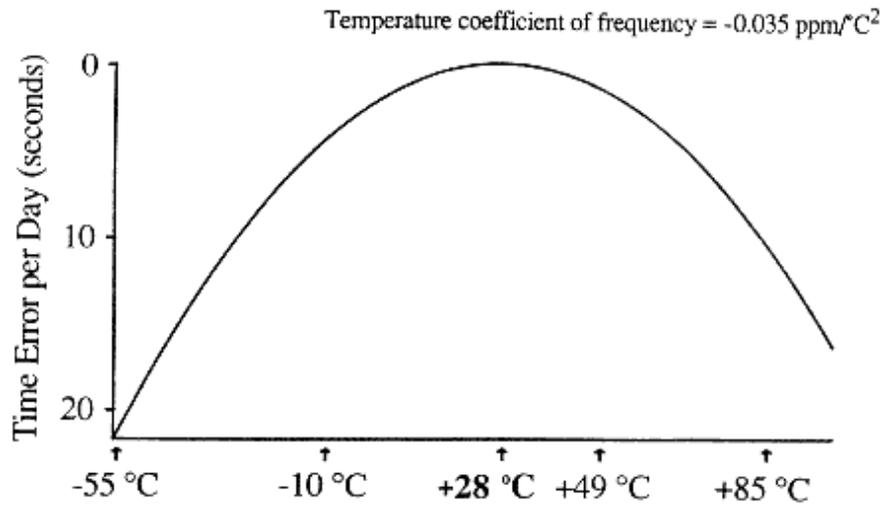
Il primo strumento usato dall'uomo per misurare il tempo sembra sia stata una specie di meridiana, menzionata per la prima volta in un testo egiziano nel 2000 a.C. Si trattava di una specie di "L" in cui il lato lungo, posto al suolo, era graduato in modo da indicare l'ora, mentre quello corto era sollevato e proiettava la sua ombra sul lato a terra. Così, man mano che passavano le ore, l'ombra proiettata dal lato sollevato si allungava, ed era possibile leggere le ore sulla scala graduata del lato a terra. A mezzogiorno bisognava girare la sbarra nella direzione opposta. La meridiana vera e propria nacque solo qualche secolo dopo; consiste in un'asta dritta, lo gnomone, che proietta la sua ombra su un piano orizzontale; guardando la posizione dell'ombra, che si sposta seguendo il viaggio del Sole da Est a Ovest, si riesce a determinare l'ora. Poiché però l'ombra, seguendo il moto del Sole, varia da un punto all'altro della Terra, è importante che lo gnomone sia sempre orientato con la punta a Nord e che sia parallelo all'asse terrestre: solo così si può indicare esattamente l'ora in qualunque luogo del nostro pianeta.

### *Descrizione degli orologi usati nell'esperimento*

Nell'esperimento abbiamo usato l'orologio del display della videocamera (SONY DCR-TRV9E) opportunamente sincronizzato con il tempo universale coordinato (UTC), (la sincronizzazione video dell'UTC dell'orologio interno è ottenuta filmando l'output del software di DIMENSION 4) e un orologio al quarzo di cui abbiamo misurato l'errore sistematico.

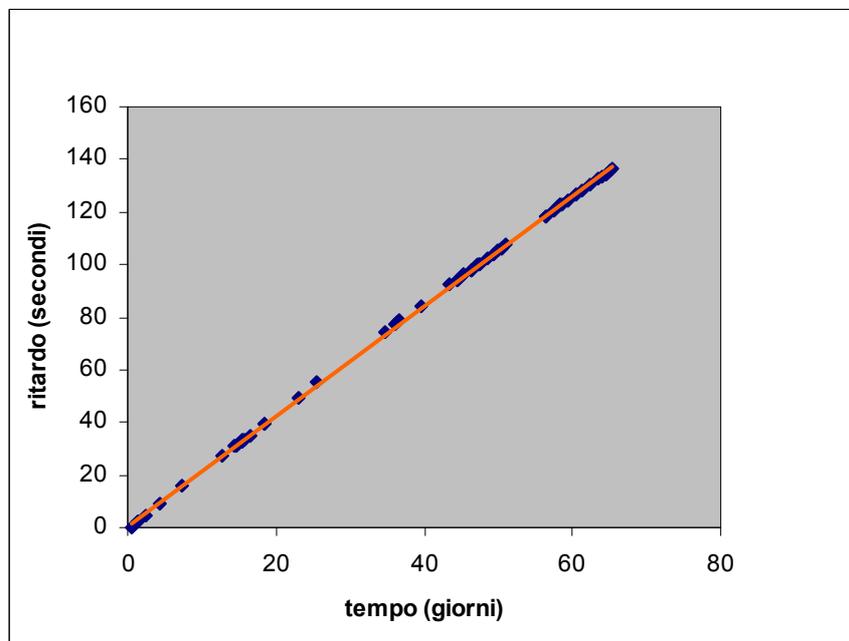
L'orologio risulta avere una precisione di 0.01 s.

L'errore sistematico dell'orologio al quarzo è dovuto alla variazione di temperatura come risulta evidente dal grafico che segue, in cui si riportano gli errori temporali caratteristici.



Oltre a questo errore sistematico, il nostro orologio presenta anche un errore di ritardo, che è stato stimato come segue.

Dalla rassegna dati della presa dei tempi abbiamo ricavato l'andamento del ritardo dell'orologio, facendo poi il relativo fit.



**Fig. 1.1** Ritardo dell'orologio usato nell'esperimento

Si è trovato per questo orologio un ritardo con andamento lineare:

$$y = 2.0927x + 0.5867 \text{ con un residuo di } 0.9997$$

da collegare molto probabilmente al cattivo taglio del quarzo utilizzato per la costruzione dello stesso.

Per sincronizzare gli orologi abbiamo analizzato i vari fotogrammi dei filmati confrontando l'orologio interno della telecamera con i fotogrammi per vedere in quale momento scatta il secondo (ricordiamo che un fotogramma = 1/25 s).

Il nostro apporto principale al lavoro del prof. Sigismondi è stato quello di studiare il problema del trasporto del UTC nelle osservazioni in basilica.

### *Tempo delle effemeridi (ET) e tempo universale coordinato (UTC)*

Il tempo delle effemeridi può essere definito in due modi:

- dalla longitudine geometrica media del Sole

$$\lambda = 279^\circ 41' 48''.04 + 129602768''.13T + 1''.089T^2$$

dove T è espresso in secoli giuliani dal 1900.

- dal numero N di secondi dell'anno tropico 1900:

$$N = \frac{1296000 \times 35525 \times 86400}{129602768.13} = 31556925.9747$$

1 secondo **ET** è la frazione 1/N della lunghezza dell'anno tropico 1900.

(L'anno tropico è l'intervallo di tempo tra due consecutivi passaggi del Sole Medio per l'equinozio)

Un programma per calcolare le effemeridi usa un riferimento temporale uniforme: tutti i secondi hanno durata uguale.

Se si prevede che tra dieci anni, stessa data di oggi, il Sole transiterà al meridiano in un dato luogo alle 12 in punto ciò dipende dal moto del Sole nello spazio e dalla velocità di rotazione della Terra su se stessa.

Il moto orbitale è molto più preciso di quello di rotazione. La rotazione terrestre infatti rallenta progressivamente, e nel corso del 2006 ha perso 0.3 secondi. Proseguendo questo trend per 10 anni ci possiamo aspettare che la rotazione terrestre sarà 3 secondi in ritardo rispetto al tempo orbitale, mancheranno 3 secondi perché si completi e torni in allineamento con la direzione del Sole ed il meridiano di quel dato luogo.

Bisognerà attendere le 12:00:03 tra dieci anni, per vedere il Sole passare in meridiano.

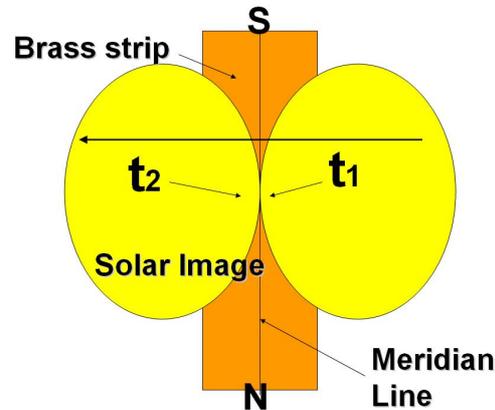
Per far sì che il tempo indicato dagli orologi civili sia in accordo con il tempo delle effemeridi, da qui a 10 anni saranno stati inseriti 3 secondi intercalari.

Questi inserimenti di secondi interi tengono collegato lo scorrere del Tempo Universale (UT) sia con gli orologi atomici che con i fenomeni astronomici (UT1), e perciò si parla di Tempo Universale Coordinato UTC.

Da un punto di vista terminologico oggi il tempo delle effemeridi è chiamato anche tempo terrestre (TT), mentre il Tempo Universale UT è di fatto l'UT1.

(Per UTC, UT1 e DUT1 vedere Appendice B)

## *Transiti sulla linea parallela*



Seguendo Bianchini il tempo del transito è la media del contatto del lembo precedente e antecedente.

La determinazione del transito deve essere un'operazione abbastanza rapida, per non perdere il momento di culminazione del Sole e nello stesso tempo sufficientemente precisa.

Su un foglio bianco lucido è stato realizzato un set di dieci linee parallele.

(Il limite quantico per un singolo transito è superato utilizzando  $N$  transiti, ed una incertezza statistica che decresce come  $1/\sqrt{N}$  ).

La distanza tra ogni linea è di  $\Delta_l = 5$  cm, con un contatto ogni 15s (in inverno) ÷ 35s (in estate).

L'istante del transito sulla linea è ottenuto mediando gli undici tempi (dieci più quello della linea centrale della meridiana) di transito ottenuti dai due contatti su ogni linea.

Ogni contatto è determinato con una analisi fotogramma per fotogramma.

Gli undici transiti paralleli hanno una accuratezza di timing  $\sigma_\tau \approx \pm 0.3s$  (equivalente a  $\sigma_\theta \approx 4''$ ) d'inverno e qualcosa di più d'estate a causa del seeing atmosferico (vedere capitolo successivo).

A questo lento tasso di campionamento, il seeing atmosferico è il responsabile principale dell'incertezza  $\sigma_\theta \approx 4''$  .

## Capitolo 2

### Formazione dell'immagine

#### Seeing e scintillazione

*Seeing* e *scintillazione* sono i due fenomeni principali causati dalla turbolenza atmosferica su un'immagine proveniente da un oggetto celeste.

Con il termine *seeing* si indicano le variazioni casuali della direzione della luce entrante nel foro, mentre la *scintillazione* si riferisce alle fluttuazioni casuali dell'intensità radiativa.

La *scintillazione* è evidente ad occhio nudo: in generale più grande è l'apertura del foro (diametro) e più piccola è la variazione in intensità.

Il *seeing* è una funzione dell'apertura del foro.

Entrambi questi effetti nascono dal fatto che l'indice di rifrazione dell'aria varia, in prima approssimazione, secondo la legge

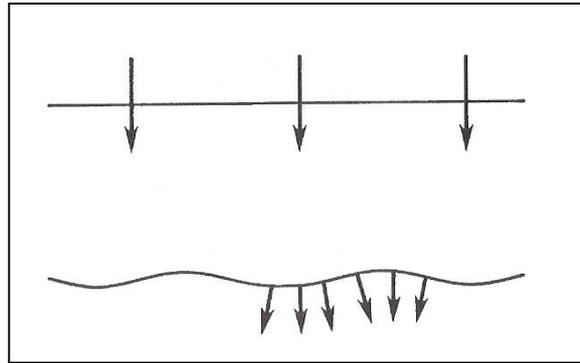
$$n = 1 + 7.9 \cdot 10^{-2} \frac{P}{T} \quad (2.1)$$

dove  $P$  è la pressione in atmosfere e  $T$  la temperatura in gradi Kelvin.

Poiché l'indice di rifrazione dell'aria dipende dalla temperatura, come espresso dalla (2.1), l'atmosfera è otticamente disomogenea, ovvero la lunghezza del cammino ottico

$$l = \int n(s) ds \quad (2.2)$$

dove  $n(s)$  è l'indice di rifrazione in funzione del cammino  $s$ , cambia rapidamente con la turbolenza, questo significa che si verifica una continua deformazione del fronte d'onda della luce che si sta propagando, quindi l'immagine ci appare distorta.



**Fig. 2.1.** In alto: fronte d'onda indisturbato al di fuori dell'atmosfera; in basso: fronte d'onda distorto al suolo dopo il passaggio attraverso l'atmosfera turbolenta .

### *Diffrazione*

Gli effetti diffrattivi compaiono quando l'onda piana incidente incontra un ostacolo. Se l'ostacolo è l'apertura di un foro, tali effetti saranno tanto più evidenti tanto più le dimensioni lineari dell'apertura (nel nostro caso, il diametro) sono comparabili in termini di ordini di grandezza con la lunghezza d'onda della luce incidente.

Nel nostro caso l'onda si propaga attraverso la fenditura quasi linearmente, ma si possono notare alcuni deboli effetti della diffrazione che causano la vibrazione dell'immagine.

### *La turbolenza atmosferica*

Il foro si comporta come un piccolo cammino da cui l'aria esce d'inverno o entra d'estate.

La turbolenza, generata da questo flusso d'aria, si manifesta in vortici di dimensioni pari o inferiori a quelle del foro, 1.59 cm, e velocità attorno ai 30 cm/s.

Si verificano infatti delle rapide vibrazioni (spostamento dell'ordine dei ms), anche di tutta l'immagine, ben visibili ad occhio nudo.

## *Principio di indeterminazione*

Questo effetto limita la precisione temporale delle immagini a circa tre decimi di secondo per quanto riguarda la determinazione dell'istante al transito meridiano, anche avvalendosi delle migliori riprese video.

Mentre la componente quantistica non si può eliminare senza aumentare il diametro del foro, quella di turbolenza si può limitare tappando il foro con un filtro.

Per bloccare l'effetto camino, abbiamo scelto un filtro rosso (Kodak Wratten 25A) in modo da ottenere un'accuratezza temporale massima.

Nel nostro caso l'effetto del seeing, insieme a quello della scintillazione e della diffrazione rendono l'immagine del disco solare "tremolante" e quindi si crea una difficoltà nell'individuazione del lembo solare, soprattutto quando l'immagine è in movimento.

La turbolenza dell'aria e gli effetti quantici dovuti alla diffrazione producono continue vibrazioni dell'intera immagine ad alta frequenza (10-25 Hz) ben visibile ad occhio nudo.

Il principio di indeterminazione genera un'incertezza intrinseca nel timing del transito.

Solo gli effetti della turbolenza possono essere eliminati videoregistrando più transiti consecutivi su più linee parallele alla Meridiana (come è stato fatto nell'esperienza).

## *Penombra*

L'ellisse luminosa proiettata dal foro è soggetta a penombra nel suo bordo interno.

La penombra è dovuta alla parziale illuminazione delle zone corrispondenti al bordo dell'immagine solare.

Per stimare l'effetto della penombra sulla misura dei tempi di transito, abbiamo osservato in basilica l'eclissi di Sole del 29 Marzo 2006.

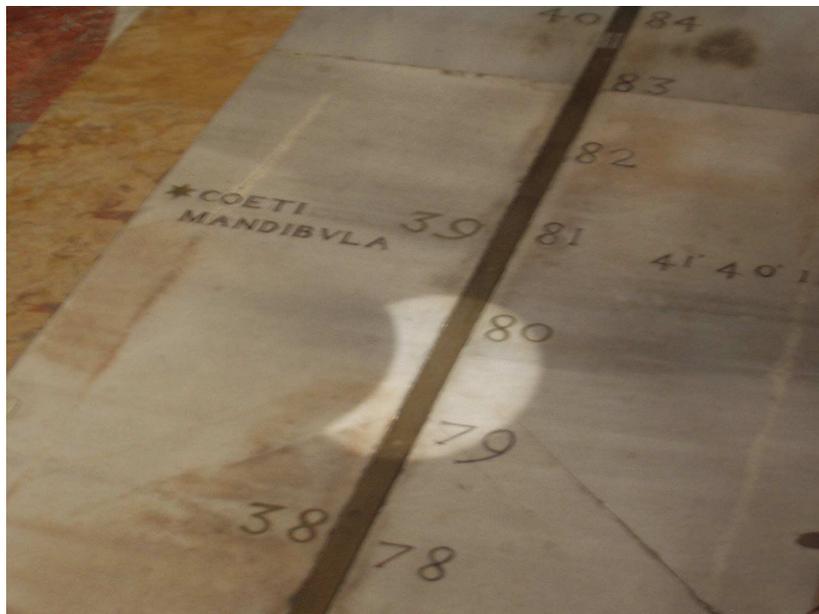


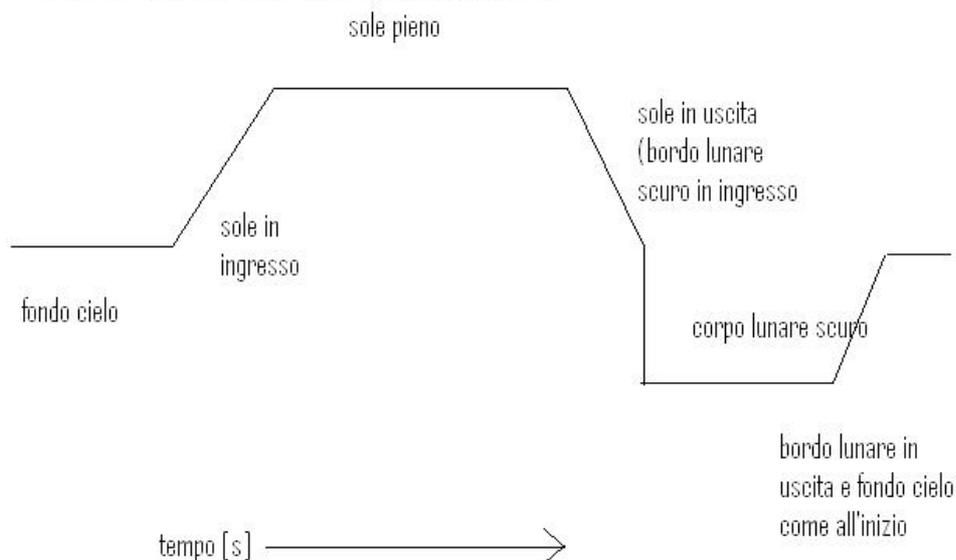
Foto dell'eclissi solare del 29 Marzo 2006 ( ricordiamo che  $78 = 100 \cdot \text{tg}(38^\circ)$  )

L' intervallo di tempo tra transito del lembo solare e transito del lembo lunare sulla meridiana è di  $87.67 \pm 0.36$  s.

L' intervallo calcolato con le effemeridi è: 84.09 s.

La ragione della differenza è infatti dovuta alla penombra: l'asimmetria è dovuta al fatto che quando arriva il lembo del Sole, la luce del fondo cielo ha un livello più luminoso di quando arriva il lembo lunare.

curva di luce registrata sulla linea meridiana di S. Maria degli Angeli il 29 marzo 2006 al momento dei transiti dei bordi occidentali di sole e luna



Definiamo:

$T_0$  = istante in cui si vede ancora luce al centro della meridiana

$T_1$  = istante in cui c'è buio completo

$T_2$  = istante reale in cui passa il lembo della Luna

$T_3$  = tempo finale

Quindi le effemeridi calcolano il tempo  $T_0-T_2$  , mentre noi abbiamo misurato  $T_0-T_3$ .

La penombra è da  $T_0$  a  $T_1$  e da  $T_2$  a  $T_3$ .

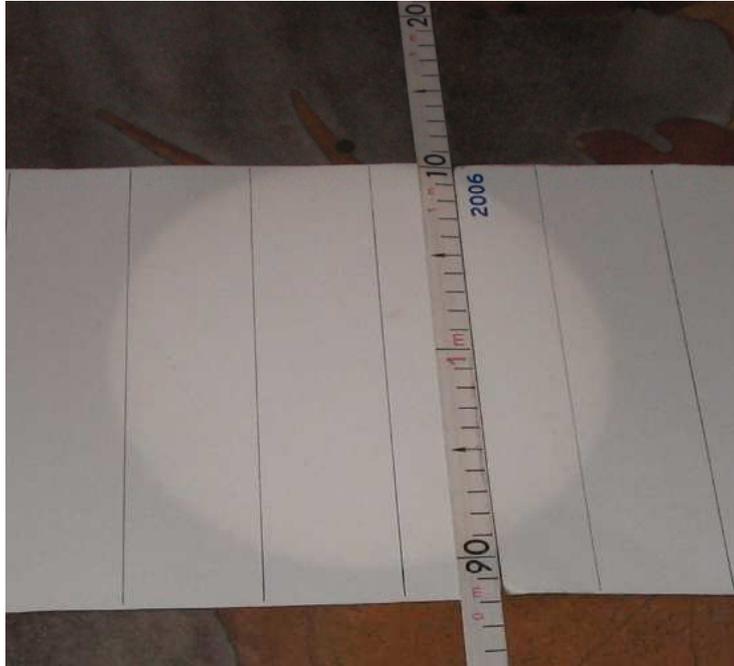
Questa fase di penombra dura circa 8 secondi in salita ed altrettanti in discesa:

supponendo di aver preso come tempo iniziale quello a metà tra  $T_0$  e  $T_1$  e come tempo finale  $T_3$ , abbiamo registrato proprio una durata di 4 s in più che giustifica gli 87.7 s osservati .

I restanti 0.5 s che mancano a possono essere dovuti al fatto che la Luna è avanti rispetto alle effemeridi JPL (basate sul centro di massa) di 0.25".

## *Stima delle oscillazioni dell'immagine solare*

Abbiamo poi cercato di stimare le oscillazioni dell'immagine del Sole attraverso una serie di foto successive del suo passaggio sulla meridiana, con l'utilizzo di un metro, posto sopra il marmo.



4 luglio del 2006 Foto della macchia solare che si muoveva vibrando lungo la linea posta sopra il marmo.

Foto successive hanno mostrato che le oscillazioni del baricentro dell'immagine risultano avere una rms di 5.6".

## *Capitolo 3*

### *Taratura della meridiana*

#### *Deviazione della meridiana dal Polo Nord celeste*

Seguendo il metodo di Monti (1977), abbiamo costruito una linea esterna alla chiesa e abbiamo preso i tempi del transito della stella polare su di essa, avvalendoci dell'aiuto di A.Lupi e M.Cola (Rome Architecture MCM Studium) per l'utilizzo della stazione totale LEICA TCR703.

Si tratta di un teodolite, cioè di uno strumento ottico a cannocchiale, che permette la misura di angoli azimutali e zenitali.

Il teodolite è costituito da una base e da un cerchio graduato. La base ruota rispetto all'asse verticale, dando la misura dello zenit, mentre il cannocchiale ruota intorno all'asse orizzontale, ottenendo la misura dell'azimut.

Le misure sono state effettuate considerando la Regola di Bessel, cioè prendendo le due posizioni coniugate della stella polare e mediando per eliminare gli errori di collimazione, di inclinazione degli assi e di decentramento del cerchio orizzontale.

Abbiamo cronometrato col UTC gli istanti in cui la polare transitava nel mirino con croce del teodolite Leica (il teodolite-stazione totale da un angolo al secondo d'arco riferito ad un suo sistema di riferimento, rispetto al quale anche la linea meridiana è referenziata).

Con letture coniugate della posizione della polare (mediando sui dati raccolti per cinque transiti), abbiamo ottenuto la referenziazione col Nord celeste, con una precisione di  $\pm 0.6''$ , della retta passante per i punti estremi della meridiana.

Abbiamo poi trasferito l'azimut di riferimento nella chiesa trovando che la linea (divisa in 220 unità *centesimae*, C, ognuna di 20.35 cm) tra 220 e 0 C (verticale del pinhole) è ruotata di  $4'28.8'' \pm 0.6''$  verso est.

### *Misurazione della deviazione dalla linea*

Come già descritto in precedenza, le due meridiane (quella boreale e quella australe) non sono perfettamente parallele per motivi di costruzione (taglio dei blocchi di marmo, etc).

Per misurare l'angolo di deviazione tra le meridiane abbiamo proceduto nel seguente modo: abbiamo misurato tre distanze tra le due meridiane a 3 diverse altezze (precisamente a 155, 32 e 0) e valutato le relative distanze dallo zero delle meridiane (dove è posizionato il pendolo che scende perpendicolarmente dal foro stenopeico) e 32, tra lo zero e 155 e tra 155 e 32. Facendo la differenza tra le distanze misurate si ricava lo scostamento effettivo tra le due meridiane e facendo il rapporto tra questo scostamento e le varie distanze citate prima, si ricava la tangente dell'angolo tra le due meridiane che, per piccoli angoli, può essere approssimata al valore dell'angolo stesso.

Riportiamo di seguito la procedura eseguita.

A 155 abbiamo misurato due valori per la distanza tra le meridiane:  $A = 91.5$  e  $93.3$  (cm), quindi abbiamo fatto la media tra i due, ottenendo il valore  $A = 92.4$  cm.

Riportiamo i dati ottenuti dalle misure con il relativo errore di sensibilità:

a 155  $A = 92.4 \pm 0.05$  cm

a 32  $B = 90.7 \pm 0.05$  cm

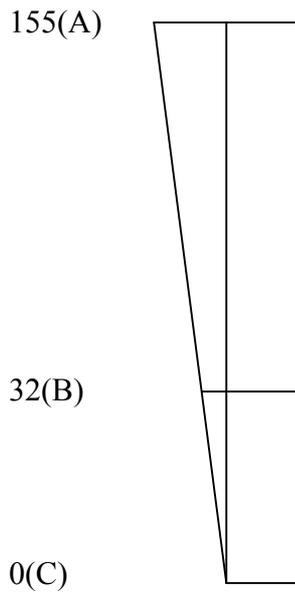
a 0  $C = 90.5 \pm 0.05$  cm

Ricordiamo che la linea è divisa in 220 unità *centesimae*, C, ognuna di 20.35 cm. A  $C=33.3$  avviene il transito del solstizio d'estate, a  $C=217.4$ , quello invernale.

Quindi la distanza 100-0 è 2034.4 cm  $\Rightarrow$  155-0=3153.3 cm, 32-0=651 cm, 155-32=2502.3 cm.

Lo scostamento della meridiana boreale da quella australe tra 0 e 32 è dato dalla differenza  $B-C = 0.77$  cm; tra 0-155 è  $A-C = 2.41$  cm; tra 32-155 è  $A-B = 1.64$ cm.

In figura, riportiamo la rappresentazione schematica delle meridiane (a sinistra quella boreale e a destra quella australe; quella centrale si riferisce alla posizione ideale di quella boreale).



La relazione per il calcolo:

$$tg\alpha = p/q$$

dove  $p$  è lo scostamento,  $q$  è la distanza e  $\alpha$  è l'angolo tra la meridiana boreale e quella australe.

Ricordando che per piccoli angoli vale la relazione  $tg\alpha \approx \alpha$  :

0-32

$$tg\alpha_1 = \frac{0.77}{651}$$

$$\alpha_1 = 4'03''.97$$

0-155

$$tg\alpha_2 = \frac{2.41}{3153.3}$$

$$\alpha_2 = 2'37''.32$$

32-155

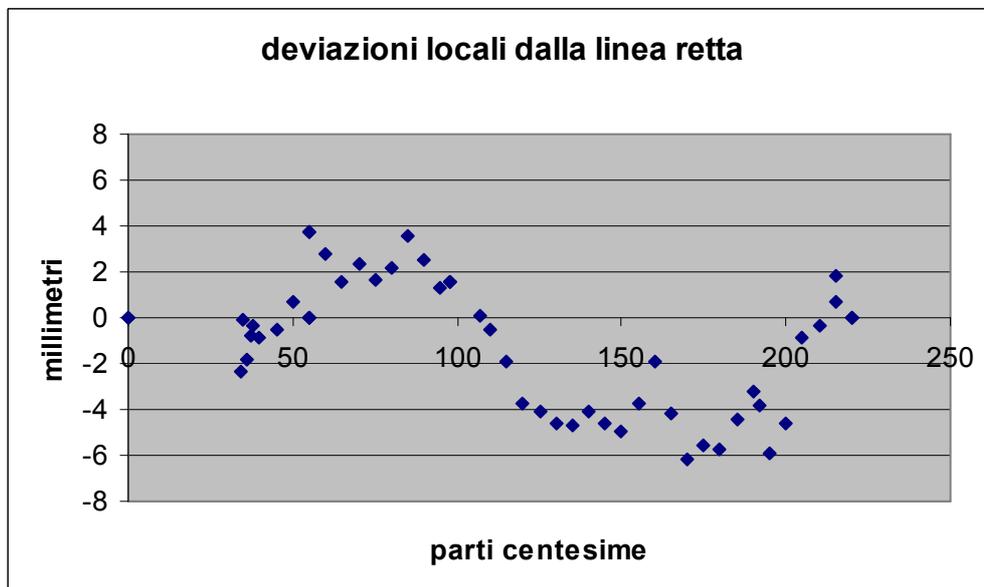
$$tg\alpha_3 = \frac{1.64}{2502.3}$$

$$\alpha_3 = 2'14''.77$$

Un' analisi di 190 punti sull'intera linea ha dimostrato che la vera linea è composta da quattro spezzate e solo la prima conserva l'inclinazione originale  $i_B = 4'18'' \pm 7''$  della linea Boreale, da 0 a  $C \approx 50$ .

### *Deviazioni dalla rettilineità e ritardo del passaggio del Sole sulla linea*

Lungo tutta la linea esistono delle deviazioni dalla rettilineità che non superano i 5mm. Queste piccole deviazioni sono riassunte nel seguente grafico.

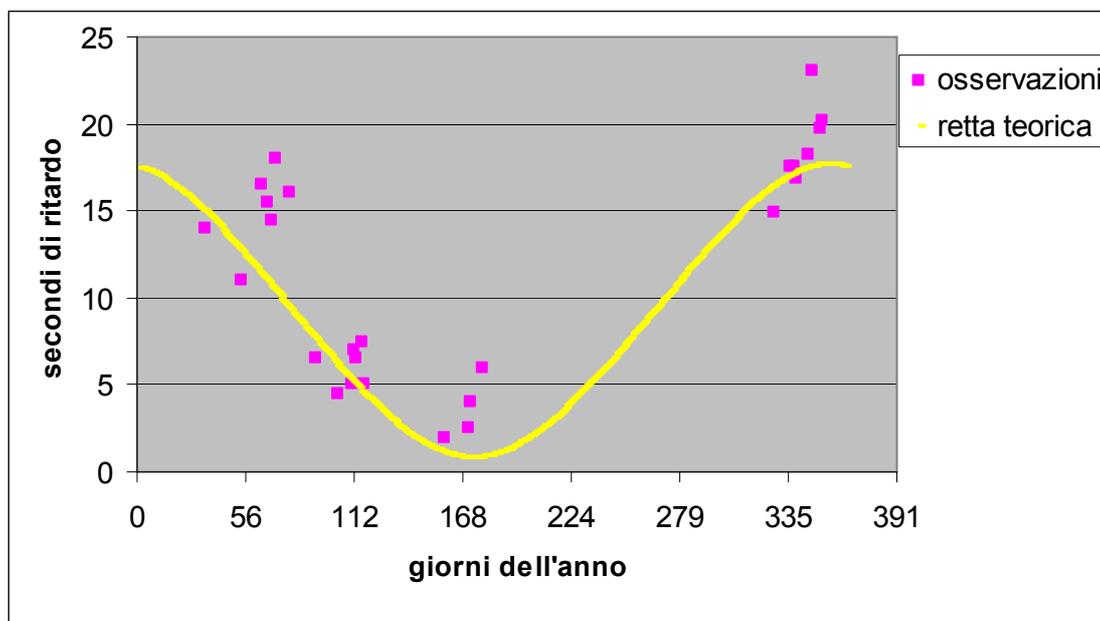


**Fig. 3.1** Deviazioni dalla rettilineità della Linea Clementina. In ascissa le unità sono di 20.34 cm, in modo che 200 corrisponde a 40.68 m dal piede della verticale del foro. Le deviazioni positive sono verso Est.

La deviazione globale dal Nord emerge dal confronto dei ritardi sul passaggio al meridiano osservati in tutte le date dell'anno.

Il transito del Sole sulla linea è sistematicamente in ritardo rispetto alle Effemeridi. I ritardi sono corretti per le deviazioni locali ( $\pm 2.8$  mm rms) da una linea ideale (cioè  $\pm 2$  s in timing) con un intervallo da 19.1 s al solstizio d'inverno a 0.4 s a  $C = 36.9$  (transito lunare del 5 Febbraio 2006).

Il grafico successivo mostra come questi ritardi siano compatibili con una deviazione media di  $4'30''$  (andamento teorico in figura).



**Fig. 3.2** Andamento stagionale del ritardo del passaggio del Sole sulla Linea Clementina rispetto alle Effemeridi.

L'errore sulla deviazione media dal Nord è pari a circa  $2''$ . Questo risultato si ottiene mediando su vari transiti meridiani, ognuno dei quali viene valutato col metodo dei transiti paralleli.

Se consideriamo il ritardo del passaggio del sole al meridiano rispetto alle effemeridi, corretto per le deviazioni locali della retta e per il DUT1 del momento, al solstizio d'inverno otteniamo per la deviazione 4'30" in ottimo accordo con le misure topografiche.

Ripetendo le operazioni per il solstizio d'estate il risultato non risulta avere la stessa precisione.

## *Conclusioni*

Dalla misura con il teodolite abbiamo ottenuto la deviazione della meridiana dal Polo Nord celeste:

la linea che passa tra 220 e 0 C è ruotata di  $4'28.8'' \pm 0.6''$  verso est.

Dal confronto dei ritardi osservati sul passaggio al meridiano rispetto alle effemeridi emerge che la deviazione globale dal Nord risulta essere compatibile con una deviazione media di  $4'30''$ :

la direzione dal piede della verticale all'estremo del solstizio d'inverno è risultata  $4'30''$  verso Est, con un ritardo del passaggio del sole al meridiano d'inverno, di quasi 20s, a cui si aggiungono delle deviazioni locali fino a  $\pm 5\text{mm}$ .

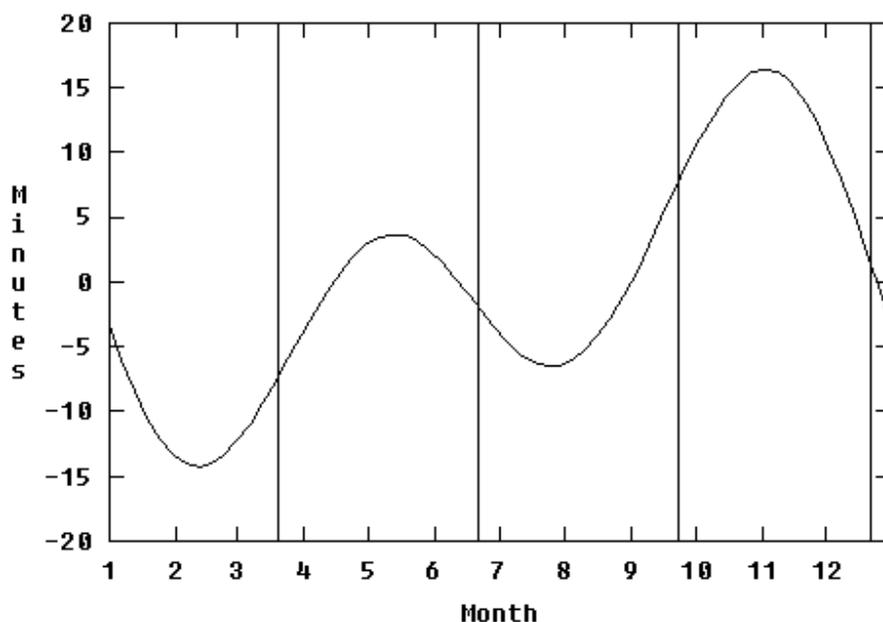
In ogni modo, si voleva mostrare l'equivalenza tra il metodo che utilizza i transiti della Polare nel mirino del teodolite e quello che utilizza il transito del Sole al meridiano, nonostante i loro livelli di precisione siano molto diversi (vedere Appendice C).

## Appendice A

### Determinazione del mezzogiorno locale

Il mezzogiorno locale non coincide con il mezzogiorno dell'orologio per più motivi:

- la posizione del luogo rispetto al fuso orario
- eventuale regime di ora legale estiva o invernale
- la differenza di durata del giorno (inteso come intervallo di tempo tra due mezzogiorni successivi) nel corso dell'anno. Questa differenza è descritta dalla cosiddetta "equazione del tempo" (funzione matematica abbastanza complicata) rappresentata nel seguente grafico.



Il suo valore è zero quattro volte all'anno, cioè agli inizi di Aprile, a metà di Giugno, ai primi di Settembre e intorno a fine Dicembre. Il massimo valore di circa +16 min si raggiunge ai primi di Novembre, il minimo di -14 min a metà Febbraio. I valori esatti variano di pochi secondo di anno in anno, con un comportamento periodico causato dalla presenza di un anno bisestile (come il 2004).

## *Appendice B*

### *UTC, UT1 e DUT1*

Il Tempo Universale Coordinato UTC è legato agli impulsi degli orologi atomici al Cesio, e segue un ritmo uniforme, riferito alla durata dell'anno 1900, rispetto al quale la rotazione terrestre rallenta attualmente di 0.8 millisecondi al giorno. Saltuariamente, in genere il 31 dicembre, se necessario, viene inserito un secondo intercalare in modo da mantenere UTC vicino a UT1, il tempo dei fenomeni astronomici, entro al massimo 0.9 secondi.

Immaginiamo di osservare una stella transitare al meridiano, se la Terra non orbitasse intorno al Sole, ma fosse fissa nello spazio, essa ritarderebbe ogni anno di 0.3 s il suo transito, per il rallentamento della sua rotazione. Dopo 2 anni il ritardo diventerebbe 0.6 s. Questo significa che il transito della stella (fenomeno astronomico) avviene 0.6 secondi dopo l'orario del tempo UTC (tempo civile). Aggiungendo a UTC un secondo intercalare, che fa sì che dopo le 23:59:59 ci siano le 23:59:60 e poi le 0:00:00 del primo gennaio, la stella transiterà con 0.4 s di anticipo rispetto al UTC così aggiornato.

Fino al 31 dicembre di quel secondo anno valeva  $DUT1 = -0.6s$ , dal primo gennaio del terzo anno vale  $DUT1 = +0.4s$ . Mentre il Delta T aumenta di 1 secondo. Delta T tiene conto dei secondi interi di ritardo che si accumulano nel corso del tempo rispetto agli orologi al Cesio.

Per conoscere il valore corrente di DUT1, l'Istituto International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) Service de la Rotation Terrestre de l'Observatoire de Paris, aggiorna continuamente il valore di DUT1, ogni volta che varia di un decimo di secondo, mediante una circolare a cui si attengono i segnali orario degli istituti nazionali di cronometria.

Passando dall'esempio alla realtà, il 31 dicembre 2005 è stato aggiunto un secondo al Tempo Universale Coordinato, così che il DUT1 è passato da -0.66 s a +0.33 al primo gennaio 2006.

DUT1 è diventato 0.2 s il 27 aprile 2006, 0.1 s il 28 settembre e 0.0 s il 22 dicembre 2006, come pubblicato nelle circolari "Bulletin D" dell'IERS di Parigi.

## *Appendice C*

*Livelli di precisione dei metodi utilizzati nell'esperienza:*

*Transito della Polare nel mirino del teodolite e transito del Sole al meridiano*

Il metodo di misura con il teodolite risulta essere più preciso, infatti:

la polare sta a 45' dal polo Nord celeste e quindi in 12 ore percorre un arco 90'

$$90' \times 60'' / (12 \text{ h} \times 60 \text{ m} \times 60 \text{ s}) = 1/8'' \text{ al secondo}$$

mentre il Sole in un secondo compie

$$15 \times \cos(\delta)'' , \text{ cioè circa } 15'' \text{ al secondo}$$

ben  $15 \times 8 = 120$  volte più veloce.

## *Bibliografia*

1. Measuring the angular solar diameter using two pinholes C. Sigismondi
2. Lezioni di astronomia : Aberrazione e tempo, C. Barbieri Zanichelli Bologna, 1999
3. De Nummo et Gnomone Clementino, Roma (1703), F. Bianchini
4. Pinhole Solar Monitor Tests in the Basilica of S. M. A. in Rome, C. Sigismondi
5. Mario Catamo e Cesare Lucarini "Il Cielo in Basilica - La Meridiana di Santa Maria degli Angeli e dei Martiri di Roma" Roma, 2002, edizione A.R.P.A. – AGAM
6. La Meridiana e le Effemeridi Ricognizione Solstiziale della Meridiana Clementina della Basilica di Santa Maria degli Angeli e dei Martiri in Roma. Costantino Sigismondi
7. Meridiani e longitudini a Roma, Semestrali di Studi e Ricerche di Geografia, a cura di Costantino Sigismondi (2006)
8. Pinholes American Journal of Physics **70**, 1157-1159 (2002)