Effemeridi

Introduzione al calcolo astronomico

Costantino Sigismondi

Quaderni di Studio 2007

ISPEF Roma GEOASTROLAB Università Europea di Roma

Introduzione

Il confronto tra i modelli cosmologici e le osservazioni ha determinato il successo lungo la storia della teoria geocentrica e poi di quella eliocentrica.
Nella storia dell'Astronomia, dalla cui costola nacque la fisica moderna 4 secoli fa, abbiamo una tradizione millenaria di osservazioni sempre più accurate, che hanno consentito di misurare con precisione distanze e proporzioni tra le orbite dei pianeti. La previsione delle eclissi è stata il banco di prova di qualunque modello. Ad esempio nelle eclissi di Sole, dato che la velocità orbitale della Luna è di circa 1 Km/s, lo sbaglio di un minuto basta a collocare fuori dalla fascia di totalità, dove fa notte in pieno giorno, un'intera regione.
Questo testo propone agli studenti delle scuole superiori e delle Università un approccio semplice al calcolo astronomico, attraverso l'uso di un programma freeware di effemeridi e la realizzazione di alcuni fogli di lavoro di Excel per il calcolo del sorgere e tramontare del Sole per una data località.
Per semplicità nei calcoli con Excel si usa il modello geocentrico, senza neppure la variante eccentrica già introdotta da Tolomeo nell'Almagesto (ca. 150 d. C.) ed inventata da Ipparco 3 secoli prima.
Gradualmente vengono introdotte delle correzioni a questo moto uniforme.

Il confronto con i dati osservativi viene fatto con il programma freeware Ephemvga, che dà valori dei tempi dei vari fenomeni misurati accurati entro qualche secondo di precisione. Quanto alle effemeridi con metodi approssimati ci limitiamo a quelle del Sole entro un minuto di precisione, lasciando ai software già esistenti i calcoli per la Luna. I principi appresi con lo studio del moto del Sole restano validi per tutti gli altri corpi celesti.

Effemeridi

Dal greco *Ephemeron*, che significa *giornaliero*, le effemeridi mediante tabelle o grafici forniscono le posizioni sulla sfera celeste e gli istanti di levata, tramonto e transito al meridiano dei vari corpi celesti: Sole, Luna, Pianeti, Asteroidi, Comete e Stelle.
Affrontiamo il caso delle effemeridi del Sole.
Per sapere l'istante del Sorgere e del Tramontare del Sole occorre conoscere la durata del dì e l'istante del transito al meridiano per un dato giorno dell'anno ed una data posizione geografica.

Posizione geografica

La durata del dì, cioè delle ore di luce diretta da parte del Sole, dipende dalle coordinate geografiche dell'osservatore.
Queste si possono ricavare con un GPS, oppure consultando su internet *google maps*, o anche usando

le *yahoo maps* digitando l'indirizzo e il numero civico di una via di una città.
Sia nei casi di google che di yahoo le coordinate del punto cercato compaiono sul bordo in basso a sinistra della finestra web aperta in forma decimale.
Ad esempio per Roma, Basilica di Santa Maria degli Angeli e dei Martiri, in Piazza della Repubblica, compare latitudine 41.903111 Nord e longitudine 12.497486 Est, che tradotte in gradi sessagesimali diventano
41°54'11.20" e 12°29'50.95".
Sia il GPS che google e yahoo consentono di arrivare al decimo di secondo d'arco di precisione.

Secondi d'arco

A seconda che ci si muova nella direzione Nord-Sud (cambiando la latitudine) o in quella Est Ovest (cambiando la longitudine) si modifica la propria posizione geografica di un angolo che è legato allo spostamento effettuato.
Andando in direzione Nord-Sud ci si muove su un meridiano, che è un cerchio massimo della Terra, lungo 40000 Km circa.
Dunque 40000 Km equivalgono a 360°·60'·60"= 1296000". Ogni secondo d'arco di latitudine vale 30.86 m.

Andando Est-Ovest ci si muove su un parallelo, che non è un cerchio massimo, la cui lunghezza varia a seconda della latitudine secondo la formula

Lp=40000 Km·cos (Latitudine)

Per la nostra latitudine cos(41.9)=0.7443, e quindi un secondo d'arco corrisponde a 22.97 m, cioè il 74.43% della lunghezza dell'arco in latitudine.

Secondi di tempo

La variazione della posizione geografica in longitudine determina una variazione nel tempo del transito al Meridiano del Sole, mentre quella in latitudine sulla durata del dì.

Concentrandosi sullo spostamento in longitudine abbiamo che 360° corrispondono a 24 ore di tempo, quindi 1296000" in longitudine corrispondono a 86400 s (quelli di un giorno). Ogni 15" in longitudine verso Est, l'istante del transito al meridiano anticipa di 1 s di tempo.

Dunque da Piazza San Pietro, dove l'obelisco vaticano funge anche da gnomone con coordinate geografiche

41° 54' 10.4" N

12° 27' 26.1", alla meridiana della Basilica di Santa Maria degli Angeli, abbiamo una differenza di

2' 24.85", cioè 144.85" ovvero 9.66 s.

Il transito del Sole avviene a Santa Maria degli Angeli 9.66 secondi prima che a piazza San Pietro, poiché la

piazza è quasi 145" ad Ovest di Santa Maria degli Angeli.
Per portare avanti i nostri calcoli, se ci limitiamo ad una precisione del minuto sappiamo che i risultati varranno entro 60·15= 900", cioè 900·22.97=20673 m, oltre 20 Km in longitudine.

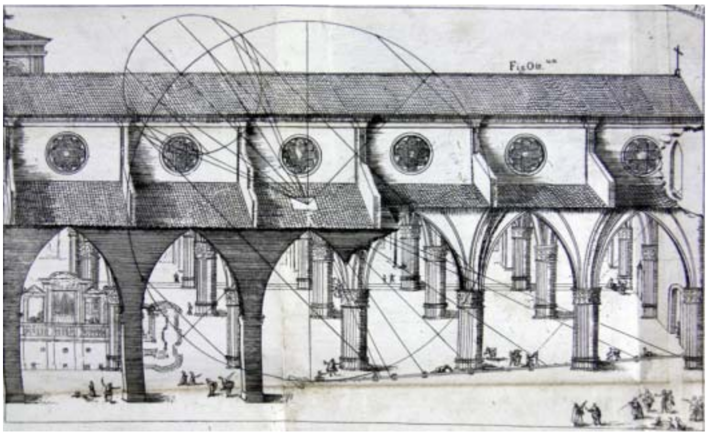
Durata del dì e declinazione solare

Prendiamo una palla su cui abbiamo disegnato i poli, l'equatore ed alcuni paralleli, e la immergiamo nell'acqua esattamente per metà.
Se il polo è in verticale, l'equatore è sul pelo dell'acqua. Inclinando il polo a 41° 54' dall'orizzontale rappresentiamo proprio la situazione alla nostra latitudine.
L'equatore è fuori dall'acqua per metà, i paralleli che stanno sotto l'equatore fuoriescono per meno della metà della loro lunghezza (quelli al di sotto di
90° - 41.9° = 48.1° Sud non escono fuori per niente).
I paralleli sopra l'equatore fuoriescono per una percentuale maggiore della loro metà, e quelli sopra i 48.1° N sono completamente fuori.
L'equatore di questa palla rappresenti l'equatore celeste, i paralleli tutte le orbite giornaliere possibili di un corpo celeste fissato sulla sfera celeste (stella o pianeta che sia).
Poiché la sfera ruota in 24 ore, ogni parallelo ruoterà nello stesso tempo, ed il tempo che un corpo sta sopra

l'orizzonte è proporzionale alla lunghezza sopra l'orizzonte del parallelo.
Sopra i 48.1° di declinazione Nord, per Roma, il corpo si chiama circumpolare e si vede 24 ore su 24.
Sotto i 48.1° di declinazione Sud un corpo celeste non si vede mai da Roma.
La declinazione è la distanza in gradi dall'equatore celeste.
La declinazione Solare varia nel corso dell'anno da 23.5° Sud al Solstizio d'Inverno (21 dicembre) a 23.5° Nord al Solstizio d'Estate (21 giugno).
Con tali declinazioni abbiamo, come valori estremi, 15 ore di notte e 9 di Sole d'Inverno e 15 ore di Sole e 9 di notte d'Estate.

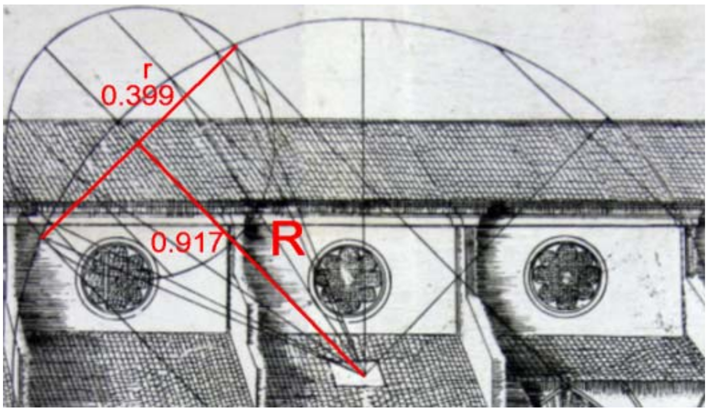
Calcolo della declinazione solare

Assumiamo per la declinazione solare un modello a epiciclo, da Giandomenico Cassini (1695).



Questa figura mostra il calcolo delle posizioni del Sole sulla linea meridiana della Basilica di San Petronio a Bologna nel corso dell'anno.
Ogni settore dell'epiciclo (ce ne sono 12 in tutto) corrisponde ad un segno zodiacale.
L'epiciclo ha i poli coincidenti con le linee dei tropici, come si vede dal dettaglio nella figura seguente.
Dunque per il nostro calcolo basta trovare il centro ed il raggio della circonferenza descritta dall'epiciclo.
Il centro giace sull'equatore celeste, quindi per Roma a 48.1° Nord, ma se usiamo una sfera celeste di raggio 1, il centro dell'epiciclo cade un po' verso l'interno della sfera dovendo sottendere un arco di due volte 23.5°. Con la trigonometria possiamo calcolare la posizione del centro dell'epiciclo, dall'equazione

R=cos(23.5°)=0.917, mentre il raggio dell'epiciclo vale r=sen(23.5°)=0.399.



Con un goniometro centrato nel centro dell'epiciclo così costruito si può sapere giorno per giorno la declinazione del Sole proiettando sulla sfera celeste la posizione del Sole sull'epiciclo. Per comodità si può assumere l'anno di 360 giorni ed il Sole che percorra un grado al giorno nel suo epiciclo.

Con Excel (va bene anche il foglio di lavoro di Openoffice) questo calcolo geometrico possiamo farlo con la geometria analitica.

La sfera celeste ha centro in O (0,0), l'epiciclo ha centro in $x0=-0.917\cdot\cos(48.1°)=-0.612$ ed $y0=0.917\cdot\text{sen}(48.1°)=0.682$, il suo raggio vale 0.399.

L'equazione del punto rotante sull'epiciclo è

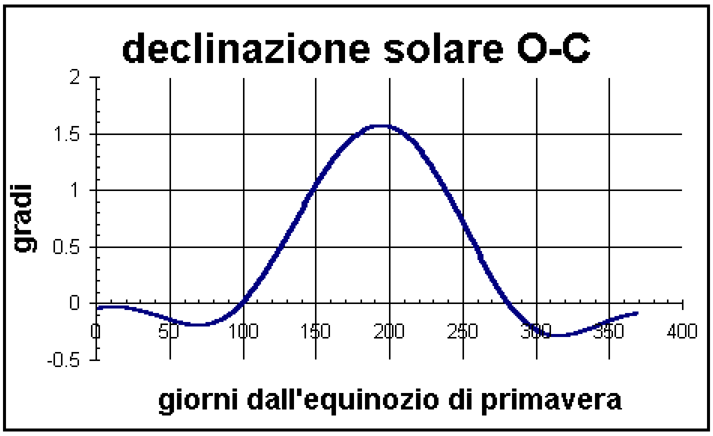
$x=0.399\cdot\cos(\omega t-48.1°)+x0$

$y=0.399\cdot sen(\omega t-48.1°)+y0$
con t=0 corrispondente all'equinozio di Primavera (Sole sull'equatore celeste, ad angolo 48.1° sull'orizzonte Sud), ed $\omega=360°/365.25$ giorni $\omega=0.986°$/giorno.
La proiezione sulla sfera celeste, parallela alla direzione dell'equatore celeste, è un po' laboriosa.
Poiché siamo interessati a conoscere il valore della declinazione solare, possiamo ruotare la posizione del nostro epiciclo in modo che l'equatore celeste sia orizzontale. Le equazioni diventano più semplici
$x=0.399\cdot cos(\omega t)-0.612$
$y=0.399\cdot sen(\omega t)$
La retta parallela all'orizzontale che interseca la sfera celeste ha l'equazione
$y=0.399\cdot sen(\omega t)$ e va ad intersecare la sfera di equazione $x^2+y^2=1$.
La soluzione del sistema retta-circonferenza è la soluzione dell'equazione di secondo grado
$x^2+0.159\cdot sen^2(\omega t)=1$
di cui interessa solo la soluzione positiva
$x=\sqrt{(1-0.159\cdot sen^2(\omega t))}$
l'angolo formato da questo punto sulla sfera celeste e l'equatore, cioè proprio la declinazione, vale

$$\delta=\arccos[\sqrt{(1-0.159\cdot sen^2(\omega t)}], \qquad (1)$$

col segno – dopo l'equinozio di autunno.

Per vedere come questa equazione descriva l'andamento annuale della declinazione solare confrontiamo i dati Calcolati (C) con quelli osservati (0) che genera il programma Ephemvga.

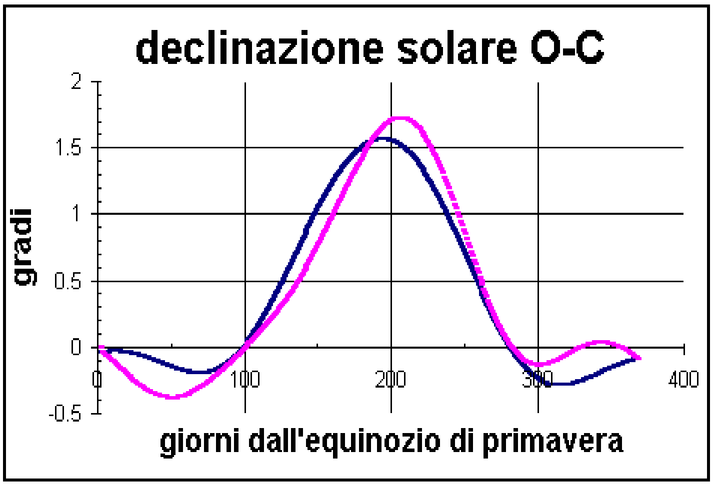


Come si vede l'errore massimo accade dopo l'equinozio di autunno, 6 mesi dopo l'inizio del calcolo, quando per effetto cumulativo del rallentamento del moto del Sole nel cielo attorno all'apogeo (afelio, 4 luglio) la differenza del modello calcolato dai dati osservati O-C raggiunge 1.6°.
Questa differenza di +1.6° con il Sole reale, attorno all'equinozio di autunno, corrisponde a durate del dì sistematicamente più corte di quelle reali di 12 minuti.
Usando queste declinazioni si sbaglieranno gli orari di sorgere (+) e tramontare (-) di ±6 minuti .

Se al posto della formula ottenuta con l'epiciclo usiamo una formula più approssimata, ma più semplice:

δ=23°.5· sen(ωt) (2)

l'errore che si commette è di poco superiore al caso precedente, solo 2° di escursione, da +1.7° a -0.4° come si vede nella figura seguente.

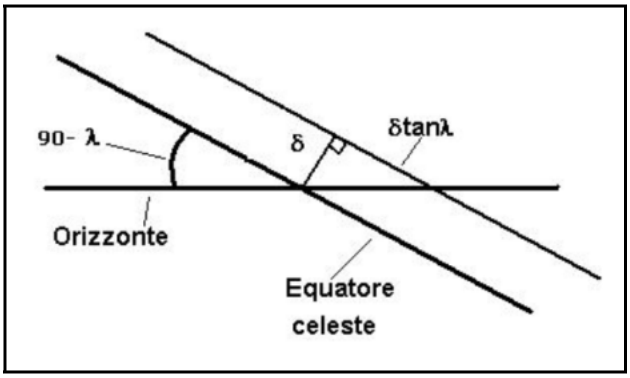


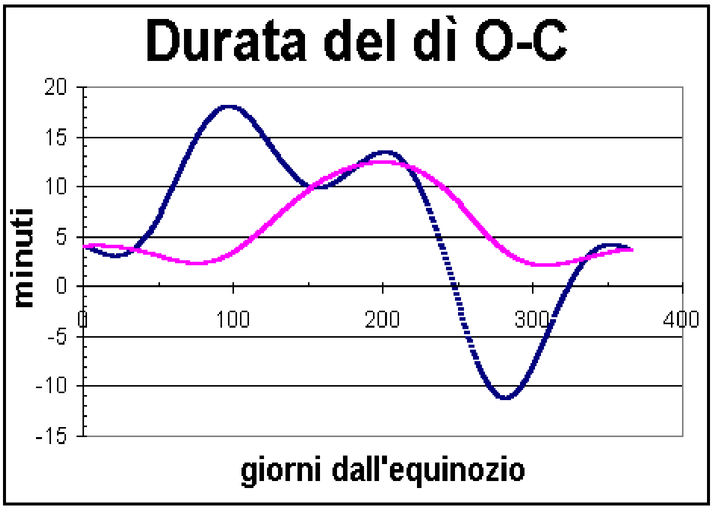
Calcolo della durata del dì

Per valutare le ore di Sole ad una data latitudine λ, ad un dato tempo t, usiamo la seguente formula (di geometria sferica).

$$T = 12 + \frac{2}{15}\arcsin(\tan\lambda \cdot \tan(\delta)) \qquad (3)$$

Andando più a Nord, d'estate, la durata del dì si allunga, finché ad una certa latitudine il Sole diventa circumpolare (cioè non tramonta mai).
Un' altra formula approssimata (ottenuta in geometria piana) viene dalle seguenti considerazioni: quando il Sole è sull'equatore celeste percorre in cielo esattamente un cerchio massimo, di cui metà è sotto l'orizzonte (notte) e l'altra metà sopra (dì). Quando il Sole si alza sull'equatore, mezzo cerchio è sempre percorso in 12 ore, anche se è più piccolo del cerchio massimo, ma a questo si aggiunge un pezzo in più all'alba e uno al tramonto. Questi pezzi lunghi ognuno $\delta \cdot \tan\lambda$, vengono percorsi in un tempo complessivo
$t = 12 \cdot \delta \cdot \tan\lambda / 90°$ ore. La durata del dì è perciò data da
$$T = 12 \cdot (1 + \delta \cdot \tan\lambda / 90°), \quad (4)$$
con δ misurato in gradi.
L'ampiezza di variazione della durata del dì con la declinazione solare per la nostra latitudine è di 6 ore all'anno sulle 12 ore di durata media del dì.
Nella figura seguente è illustrata la geometria piana appena spiegata.

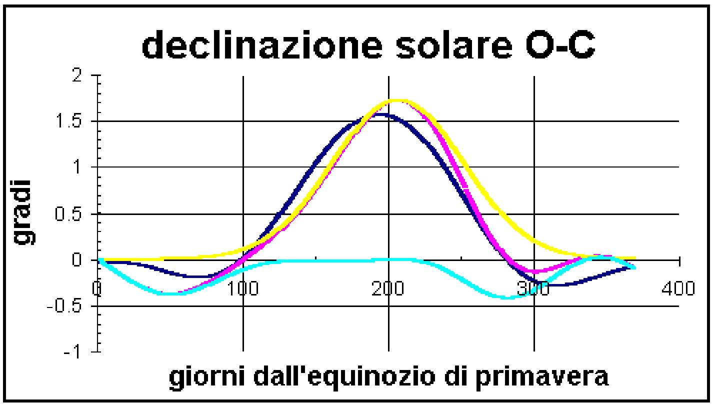

90- λ
δ
δtanλ
Orizzonte
Equatore
celeste


Durata del dì O-C
minuti
giorni dall'equinozio
20
15
10
5
0
-5
-10
-15
0
100
200
300
400

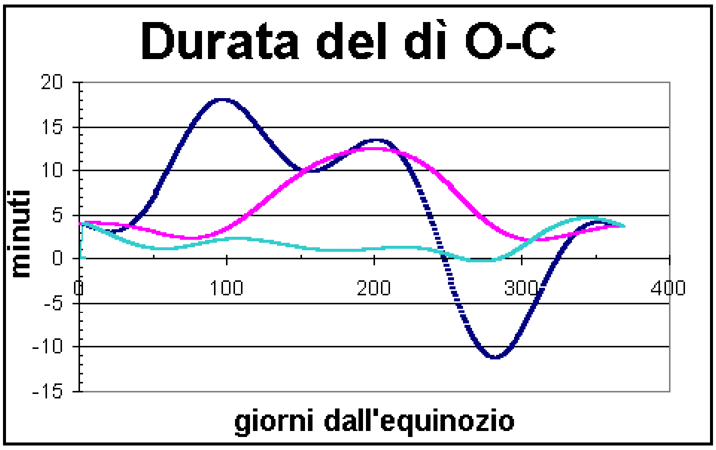
Per λ=41.9° se si usa la formula di geometria sferica con δ=23°.5· sen(ωt) la differenza tra il valore calcolato e quello osservato per la durata del dì va da un minimo di 2 ad un massimo di 12 minuti, mentre usando la formula di geometria piana l'andamento di O-C è più irregolare e si estende da +18 a -11 minuti. Entrambi i calcoli sono stati fatti sulla formula semplice (2) per la declinazione, che differisce per ±0.2° da quella ottenuta dall'epiciclo di Cassini.
Volendo ottenere effemeridi con una precisione vicina al minuto, scartiamo la formula (4).

Correzione analitica alle effemeridi

Come abbiamo visto la formula (2) per le declinazioni è più semplice della (1) e da risultati comparabili.
L'errore sulla lunghezza del dì dipende essenzialmente dall'errore sulla declinazione, che è dello stesso tipo sia per la formula (1) con l'epiciclo che per la formula (2) più semplice.



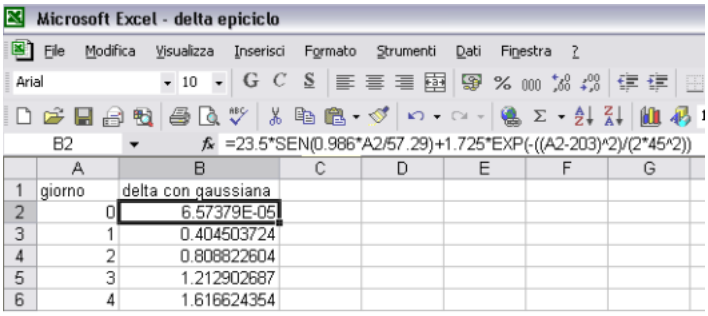
La curva a campana di Gauss viene molto usata in fisica, ed in questo caso conviene modellare l'errore proprio con una gaussiana.
La curva in giallo è la funzione
$\varepsilon = 1.725 \cdot \exp(-(t-203)^2/2 \cdot 45^2)$ (5)
che meglio rappresenta analiticamente l'errore.
La curva in celeste dà il nuovo errore che resta compreso tra 0° e -0.4° durante tutto l'anno, se calcoliamo la declinazione solare con le formule (2) + (5) insieme.
Anche la durata del dì migliora.



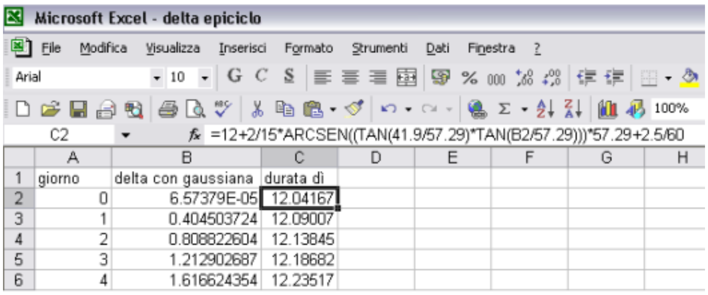
La curva celeste mostra che la durata del dì vera non eccede mai di oltre 5 minuti quella calcolata.
Ciò ci permette di arrivare ad una precisione di 2 minuti e mezzo sul calcolo degli istanti dell'alba e del tramonto.
Se poi ai valori ottenuti della durata del dì aggiungiamo sempre 2.5 minuti, i valori di O-C saranno compresi tra ±2.5 minuti, e le stime di alba e tramonto differiranno di ±1 min 15 s, che è proprio la precisione cercata all'inizio.

Declinazione e durata del dì su foglio elettronico

A questo punto abbiamo le formule per implementare su foglio elettronico questo calcolo con la precisione desiderata di un minuto circa.



Dalla casella A2 in poi sono i giorni a partire dall'equinozio di primavera.
Nella casella B2 la formula
=23.5*SEN(0.986*A2/57.29)+1.725*EXP(-((A2-203)^2)/(2*45^2))
contiene sia ω=0.986°/giorno che la trasformazione da gradi in radianti (1 radiante = 57.29°) necessari per l'argomento della funzione SEN.
Nella terza colonna si inserisce la formula (3) che prende i valori di δ dalla colonna B.



Nella casella C2 la formula è
=12+2/15*ARCSEN((TAN(41.9/57.29)*TAN(B2/57.29)))*57.29+2.5/60
dove i 57.29 indicano le conversioni gradi-radianti, e 41.9 è la latitudine di Roma espressa in gradi.
2.5/60 è un'aggiunta sistematica di 2.5 minuti (trasformati in ore decimali) per ridurre lo scarto dalle osservazioni.
La declinazione è presa nella casella B2, e già include la correzione gaussiana.
È utile aggiungere una colonna D con i giorni dell'anno 21 mar; 22 mar etc. da completare, come le altre colonne, con la funzione riempimento automatico. Questa funzione si mette in atto selezionando una casella o gruppo di caselle come nelle 2 figure precedenti, e puntando il mouse sul quadratino nero in basso a destra. Poi si tira giù tenendo schiacciato il tasto sinistro del mouse, oppure si fa un doppio click, se le colonne a fianco sono già completate fino al giorno desiderato.

L’equazione del tempo

L’equazione del tempo è una quantità variabile da un giorno all’altro che aggiunta al mezzogiorno dà l’istante del mezzodì.
Il mezzodì è l’istante in cui il Sole raggiunge il punto più alto della sua orbita giornaliera, corrisponde con buona approssimazione anche all’istante intermedio tra alba e tramonto, e perciò si chiama mezzodì.
Una equazione trova proprio il valore dell’incognita per cui i 2 membri sono uguali, in questo caso 12+E.T.=Tmezzodì, dove E. T. è l’equazione del tempo.
Nei testi di Astronomia classica come l’Almagesto di Tolomeo si trovano molte equazioni, cioè delle quantità tabulate da aggiungere solitamente ad un moto medio per ottenere il valore istantaneo di una certa quantità riferita ad un pianeta.
Le stelle fisse non avevano bisogno di equazioni.

Così definita l’equazione del tempo ha due componenti: una dovuta alla longitudine dell’osservatore, e l’altra dovuta al moto del Sole.
La prima componente è fissa e si calcola presto: 15° a Est da Greenwich corrispondono ad 1 ora di anticipo sul transito al meridiano, sempre rispetto a Greenwich.
Il nostro fuso orario è proprio 1 ora in anticipo rispetto a Greenwich. A Roma la longitudine è 12.5° Est, che

corrisponde a 50 minuti di anticipo, in altre parole il mezzodì medio cade alle 12:10.
La seconda componente dell'Equazione del Tempo è variabile e viene tabulata giorno per giorno.

Equazione del Tempo espressa in minuti (anno 2007)

01-gen	3.4
02-gen	3.9
03-gen	4.3
04-gen	4.8
05-gen	5.2
06-gen	5.7
07-gen	6.1
08-gen	6.6
09-gen	7.0
10-gen	7.4
11-gen	7.8
12-gen	8.2
13-gen	8.6
14-gen	8.9
15-gen	9.3
16-gen	9.6
17-gen	10.0
18-gen	10.3
19-gen	10.6
20-gen	10.9
21-gen	11.2
22-gen	11.5
23-gen	11.8
24-gen	12.0
25-gen	12.3
26-gen	12.5
27-gen	12.7
28-gen	12.9
29-gen	13.1
30-gen	13.2
31-gen	13.4
01-feb	13.5
02-feb	13.7
03-feb	13.8
04-feb	13.9
05-feb	14.0
06-feb	14.0
07-feb	14.1
08-feb	14.2
09-feb	14.2
10-feb	14.2
11-feb	14.2
12-feb	14.2
13-feb	14.2
14-feb	14.2
15-feb	14.1

16-feb	14.1
17-feb	14.0
18-feb	14.0
19-feb	13.9
20-feb	13.8
21-feb	13.7
22-feb	13.5
23-feb	13.4
24-feb	13.3
25-feb	13.1
26-feb	13.0
27-feb	12.8
28-feb	12.6
01-mar	12.4
02-mar	12.2
03-mar	12.0
04-mar	11.8
05-mar	11.6
06-mar	11.4
07-mar	11.1
08-mar	10.9
09-mar	10.6
10-mar	10.4
11-mar	10.1
12-mar	9.9
13-mar	9.6
14-mar	9.3
15-mar	9.0
16-mar	8.8
17-mar	8.5

18-mar	8.2
19-mar	7.9
20-mar	7.6
21-mar	7.3
22-mar	7.0
23-mar	6.7
24-mar	6.4
25-mar	6.1
26-mar	5.8
27-mar	5.5
28-mar	5.2
29-mar	4.9
30-mar	4.6
31-mar	4.3
01-apr	4.0
02-apr	3.7
03-apr	3.4
04-apr	3.1
05-apr	2.8
06-apr	2.5
07-apr	2.2
08-apr	2.0
09-apr	1.7
10-apr	1.4
11-apr	1.1
12-apr	0.9
13-apr	0.6
14-apr	0.4
15-apr	0.1
16-apr	-0.1

17-apr	-0.3
18-apr	-0.6
19-apr	-0.8
20-apr	-1.0
21-apr	-1.2
22-apr	-1.4
23-apr	-1.6
24-apr	-1.8
25-apr	-2.0
26-apr	-2.1
27-apr	-2.3
28-apr	-2.4
29-apr	-2.6
30-apr	-2.7
01-mag	-2.9
02-mag	-3.0
03-mag	-3.1
04-mag	-3.2
05-mag	-3.3
06-mag	-3.4
07-mag	-3.4
08-mag	-3.5
09-mag	-3.6
10-mag	-3.6
11-mag	-3.6
12-mag	-3.7
13-mag	-3.7
14-mag	-3.7
15-mag	-3.7
16-mag	-3.7

17-mag	-3.6
18-mag	-3.6
19-mag	-3.6
20-mag	-3.5
21-mag	-3.4
22-mag	-3.4
23-mag	-3.3
24-mag	-3.2
25-mag	-3.1
26-mag	-3.0
27-mag	-2.9
28-mag	-2.8
29-mag	-2.7
30-mag	-2.5
31-mag	-2.4
01-giu	-2.2
02-giu	-2.1
03-giu	-1.9
04-giu	-1.8
05-giu	-1.6
06-giu	-1.4
07-giu	-1.2
08-giu	-1.0
09-giu	-0.8
10-giu	-0.7
11-giu	-0.4
12-giu	-0.2
13-giu	0.0
14-giu	0.2
15-giu	0.4

16-giu	0.6
17-giu	0.8
18-giu	1.0
19-giu	1.3
20-giu	1.5
21-giu	1.7
22-giu	1.9
23-giu	2.1
24-giu	2.3
25-giu	2.6
26-giu	2.8
27-giu	3.0
28-giu	3.2
29-giu	3.4
30-giu	3.6
01-lug	3.8
02-lug	4.0
03-lug	4.2
04-lug	4.3
05-lug	4.5
06-lug	4.7
07-lug	4.8
08-lug	5.0
09-lug	5.2
10-lug	5.3
11-lug	5.4
12-lug	5.6
13-lug	5.7
14-lug	5.8
15-lug	5.9

16-lug	6.0
17-lug	6.1
18-lug	6.2
19-lug	6.3
20-lug	6.3
21-lug	6.4
22-lug	6.4
23-lug	6.5
24-lug	6.5
25-lug	6.5
26-lug	6.5
27-lug	6.5
28-lug	6.5
29-lug	6.5
30-lug	6.4
31-lug	6.4
01-ago	6.3
02-ago	6.3
03-ago	6.2
04-ago	6.1
05-ago	6.0
06-ago	5.9
07-ago	5.8
08-ago	5.7
09-ago	5.5
10-ago	5.4
11-ago	5.3
12-ago	5.1
13-ago	4.9
14-ago	4.7

15-ago	4.6
16-ago	4.4
17-ago	4.1
18-ago	3.9
19-ago	3.7
20-ago	3.5
21-ago	3.2
22-ago	3.0
23-ago	2.7
24-ago	2.5
25-ago	2.2
26-ago	1.9
27-ago	1.6
28-ago	1.3
29-ago	1.0
30-ago	0.7
31-ago	0.4
01-set	0.1
02-set	-0.2
03-set	-0.5
04-set	-0.9
05-set	-1.2
06-set	-1.5
07-set	-1.9
08-set	-2.2
09-set	-2.6
10-set	-2.9
11-set	-3.2
12-set	-3.6
13-set	-3.9

14-set	-4.3
15-set	-4.7
16-set	-5.0
17-set	-5.4
18-set	-5.7
19-set	-6.1
20-set	-6.4
21-set	-6.8
22-set	-7.1
23-set	-7.5
24-set	-7.9
25-set	-8.2
26-set	-8.5
27-set	-8.9
28-set	-9.2
29-set	-9.6
30-set	-9.9
01-ott	-10.2
02-ott	-10.5
03-ott	-10.9
04-ott	-11.2
05-ott	-11.5
06-ott	-11.8
07-ott	-12.1
08-ott	-12.4
09-ott	-12.6
10-ott	-12.9
11-ott	-13.2
12-ott	-13.4
13-ott	-13.7

14-ott	-13.9
15-ott	-14.1
16-ott	-14.4
17-ott	-14.6
18-ott	-14.8
19-ott	-15.0
20-ott	-15.1
21-ott	-15.3
22-ott	-15.5
23-ott	-15.6
24-ott	-15.8
25-ott	-15.9
26-ott	-16.0
27-ott	-16.1
28-ott	-16.2
29-ott	-16.3
30-ott	-16.3
31-ott	-16.4
01-nov	-16.4
02-nov	-16.4
03-nov	-16.4
04-nov	-16.4
05-nov	-16.4
06-nov	-16.4
07-nov	-16.3
08-nov	-16.3
09-nov	-16.2
10-nov	-16.1
11-nov	-16.0
12-nov	-15.9

13-nov	-15.8
14-nov	-15.6
15-nov	-15.5
16-nov	-15.3
17-nov	-15.1
18-nov	-14.9
19-nov	-14.7
20-nov	-14.5
21-nov	-14.2
22-nov	-14.0
23-nov	-13.7
24-nov	-13.4
25-nov	-13.1
26-nov	-12.8
27-nov	-12.5
28-nov	-12.2
29-nov	-11.8
30-nov	-11.5
01-dic	-11.1
02-dic	-10.7
03-dic	-10.4
04-dic	-10.0
05-dic	-9.6
06-dic	-9.1
07-dic	-8.7
08-dic	-8.3
09-dic	-7.8
10-dic	-7.4
11-dic	-6.9
12-dic	-6.5

13-dic	-6.0
14-dic	-5.5
15-dic	-5.0
16-dic	-4.6
17-dic	-4.1
18-dic	-3.6
19-dic	-3.1
20-dic	-2.6
21-dic	-2.1
22-dic	-1.6
23-dic	-1.1
24-dic	-0.6
25-dic	-0.1
26-dic	0.4
27-dic	0.9
28-dic	1.4
29-dic	1.9
30-dic	2.3
31-dic	2.8
01-gen	3.3

Come si vede l'equazione del tempo per il primo gennaio 2008 differisce di 0.1 minuti = 6 secondi da quella del 1/1/2007. Ciò è dovuto al fatto che il Sole dopo 365 giorni non è esattamente nella stessa posizione dell'anno prima.

Per i nostri scopi l'accuratezza di questa tabella è sufficiente ed è valida per tutti gli anni, anche se lo scostamento massimo sul tempo di transito arriverà a ± 28 secondi attorno al perielio, che capita il 4 gennaio, dal 2100 al 2104 (quando un anno bisestile sarà saltato per la riforma gregoriana del calendario).

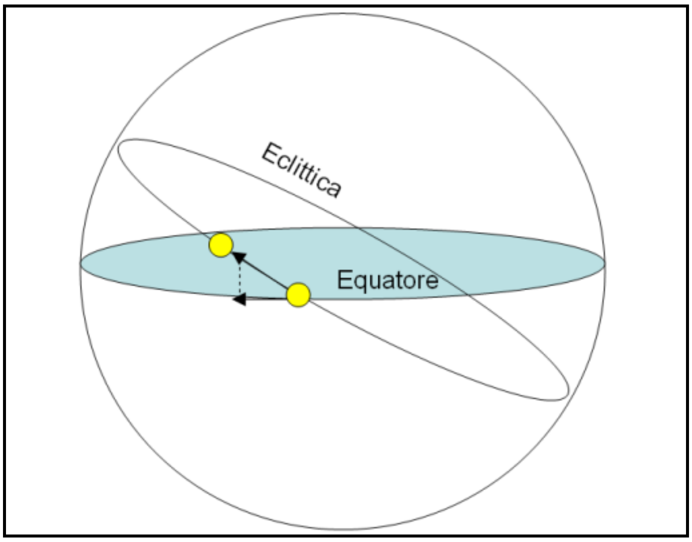
Il giorno solare vero

L’equazione del tempo è una grandezza integrale, cioè il risultato di una somma dei valori dei ritardi/anticipi giornalieri. I dati a disposizione sono: l’istante di un transito al meridiano in un dato giorno che consideriamo come inizio, e la durata del giorno solare vero, che eccede o difetta di qualche secondo le 24 ore.
Per giorno solare vero si intende l’intervallo di tempo tra due transiti al meridiano consecutivi.
Sempre con un Sole che orbita di moto uniforme attorno alla Terra ci accingiamo a calcolare le durate dei giorni solari veri.

Sole Fittizio di Newcomb e sua proiezione sull’Equatore

Supponendo che il Sole percorra l’eclittica a velocità costante stiamo considerando il cosidetto Sole Fittizio, secondo la definizione di Simon Newcomb (1835-1909), direttore del Nautical Almanac Office dell’Osservatorio Navale degli Stati Uniti tra la fine dell’Ottocento e l’inizio del Novecento.
Poiché l’eclittica è un cerchio massimo (di cui noi siamo il centro) il Sole percorre 360° in un anno, ovvero 365.25 giorni.
La velocità angolare media è perciò 0.986°/giorno.

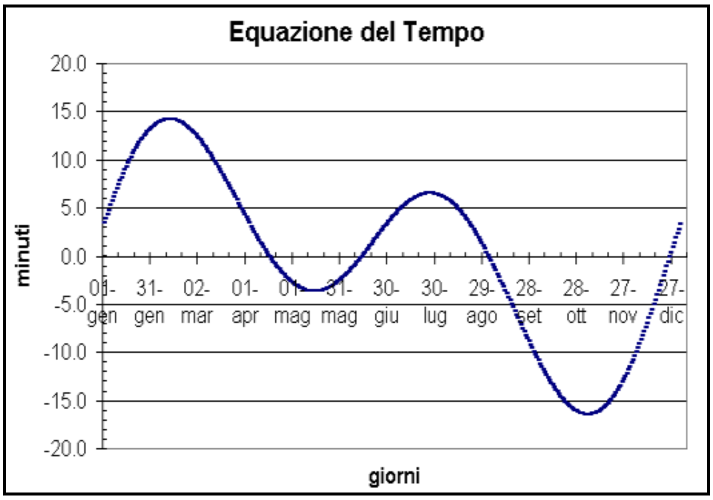
Quando il Sole attraversa l'equatore celeste, da un giorno all'altro incrementa la sua coordinata equatoriale di 0.986°·cos(23°26')=0.905° al giorno.



L'angolo ε=23°26' è chiamato obliquità dell'eclittica, ed è l'angolo formato dall'eclittica con l'equatore, o dall'asse della rotazione terrestre con il piano dell'orbita della Terra.
La sfera celeste ruota in 23 ore 56 minuti e 4 secondi, il giorno siderale Gsid, mentre per completare il giorno solare vero, quando il Sole torna al meridiano, deve percorrere ancora l'arco di equatore che il Sole ha coperto nel giorno appena trascorso.

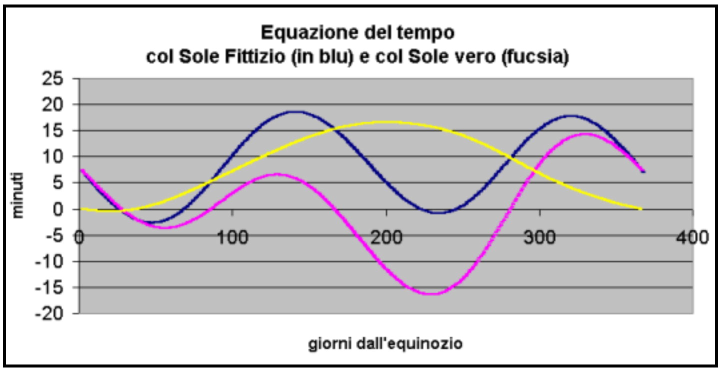
Vale la proporzione $360°:Gsid=0.905°:\Delta T$
ed il giorno solare vero vale $GSV=Gsid+\Delta T$.
$\Delta T=3$ m 37s, e GSV= 23h 59m 41s.
Dunque agli equinozi il GSV è più corto di 19 s rispetto al giorno solare medio che è 24 ore.
Da un giorno all'altro perciò il transito del Sole tende ad anticipare di 19 secondi.
Per conoscere il giorno solare vero lontano dagli equinozi, possiamo calcolare di quanto si è incrementata la sua coordinata sul parallelo Δp celeste presso cui si trova, usando il teorema di Pitagora.
$\Delta p^2+\Delta\delta^2=0.986^2$
Per il Sole fittizio 0.986° è sempre lo stesso arco di eclittica giornaliero, che costituisce l'ipotenusa del nostro triangolo rettangolo.
L'incremento $\Delta\delta=\delta 2-\delta 1$ lo otteniamo dai dati già tabulati, al meglio di 0.4°.
Dal Δp bisogna poi passare al corrispondente incremento sull'equatore.
Poiché un parallelo ruota anche lui in 23h 56m 4s vale la proporzione $\Delta p:Lp=\Delta T:Gsid$
dove la lunghezza del parallelo $Lp=360°\cdot\cos(\delta)$.
$\Delta T=\Delta p\cdot Gsid/(360°\cdot\cos(\delta))$.
Ai solstizi, ad esempio, vale $\Delta T=4$m 17 s:
il Sole infatti in quei punti della sua orbita si muove parallelamente all'equatore, e quindi $\Delta\delta=0$, lungo i tropici a 23°26' di declinazione, quindi sul parallelo incrementa la sua posizione proprio di 0.986° al dì.

GSV ai solstizi vale 24 h 00 m 21s, e l'ora dei transiti aumenta ogni giorno di 21 secondi.
L'equazione del tempo è proprio la somma di questi termini che si accumulano giorno dopo giorno.
Vicino ai solstizi il ritardo si accumula al ritmo di 21 secondi al giorno, mentre agli equinozi vige un anticipo di 19 secondi al dì. Questi aumenti e riduzioni della durata del giorno solare vero modulano la curva dell'equazione del tempo con il tipico andamento di 2 massimi e due minimi.



L'equazione del tempo col Sole Fittizio e sua correzione analitica

Quanto influisce l'approssimazione di Sole Fittizio nell'accuratezza del nostro calcolo dell'equazione del tempo?



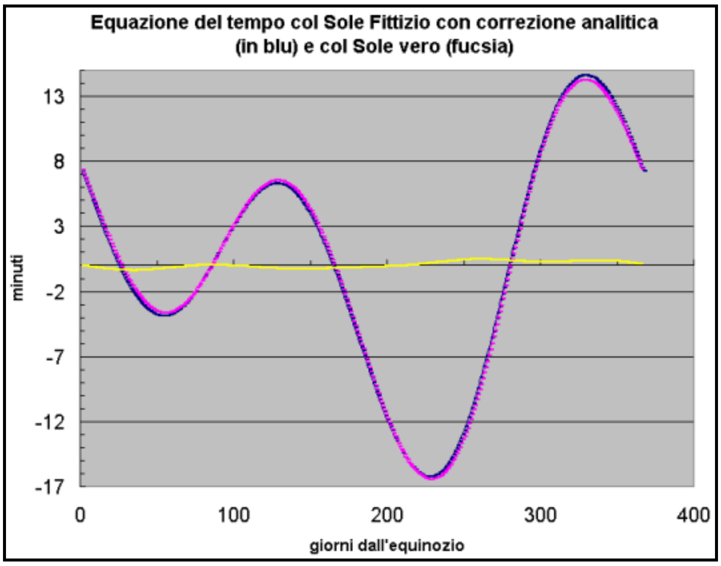
L'errore rappresentato in giallo arriva ad un massimo di 16 minuti e mezzo.

Se aggiungiamo una correzione, moltiplicativa, all'incremento quotidiano proiettato sull'equatore per tenere conto della seconda legge di Keplero, con il Sole che va più veloce al perielio (4 gennaio) rispetto all'afelio (4 luglio), la nostra equazione del tempo differisce dal valore vero al massimo per 30 secondi.

La migliore correzione moltiplicativa risulta

M2=1+0.0175*SEN(0.9855*(A2-197)/57.29)

Dove 197 è il giorno corrispondente al 4 gennaio.



Calcolo di alba e tramonto

Con questi due ingredienti: equazione del tempo e durata del dì si possono calcolare gli istanti di sorgere e tramontare del Sole, e quelli del transito al meridiano.
Scegliamo Roma, Basilica di Santa Maria degli Angeli, per la cui latitudine abbiamo già calcolato le durate del dì ed il mezzodì medio (12:10).

Per il giorno 21 marzo 2007 abbiamo: E.T.=+7.3 minuti, orario del transito al meridiano (approssimato al minuto) 12:1718; durata del dì 12 ore 2 min 30 s; alba 6:16:03 tramonto 18:18:33.

Se confrontiamo con le effemeridi Ephemvga (con pressione atmosferica nulla) per lo stesso giorno abbiamo

Transito al meridiano h. 12:17:18

Alba h. 6:15:40 (O-C=-23 s)

Tramonto h 18:19:39 (O-C=+66 s)

L'equinozio avviene alle 4 del mattino ora locale, e l'insolazione (il dì) durerebbe 12 ore solo se il Sole restasse fermo sull'equatore celeste per tutto il 21 marzo. Ma il Sole si alza di 1 minuto d'arco all'ora sull'equatore celeste e quindi sorge 2' più in alto dell'equatore celeste e ne tramonta 14' più in alto. Dall'alba al mezzodì passano 6h 01m 38s, dal mezzodì al tramonto 6h 02m 21s.

Alzandosi il Sole di 12' sull'equatore celeste la durata del dì è aumentata di 86s, ovvero 1m 26s.

Nel caso del 21 marzo abbiamo visto come il transito al meridiano non coincida esattamente con la metà del giorno di luce.

La rifrazione atmosferica all'orizzonte allunga il dì

Se ripristiniamo la pressione atmosferica nelle effemeridi sia l'istante dell'alba che quello del tramonto cambiano. Infatti la rifrazione atmosferica al livello del mare consente di vedere ancora il lembo del Sole quando questo è già geometricamente 34' sotto l'orizzonte.

Considerando, inoltre, che i nostri calcoli sono stati fatti relativamente al centro del Sole, che ha diametro medio 32', per avere gli istanti in cui si vede il primo o l'ultimo lembo di Sole occorre sottrarre all'alba ed aggiungere al tramonto delle quantità che variano leggermente con la stagione.

Il tempo in cui il Sole percorre 16'+34'=50' alla velocità angolare di $15' \cdot \cos(\lambda) \cdot \cos(\delta)$ al minuto per $\lambda = 41° \, 54'$ è pari a $50'/(15' \cdot 0.744) = 4m\,28s$.

Questo valore arriva al max a 4 m 53 s ai solstizi.

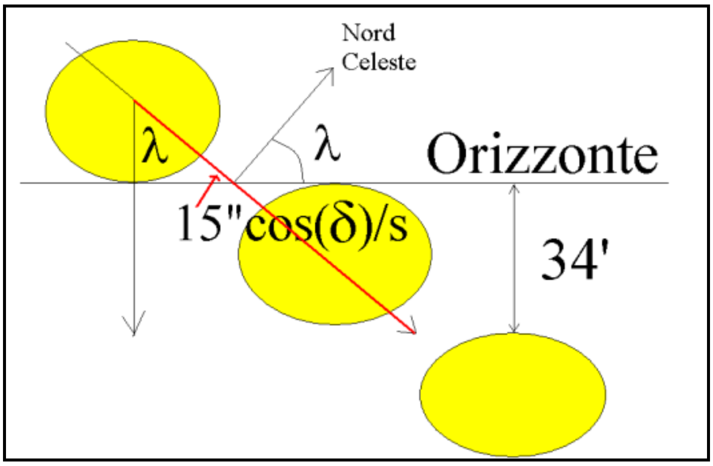
Il programma Ephemvga dà i seguenti valori per il 21 marzo 2007 (con pressione atmosferica 30 inches di mercurio=762 mm Hg=1016 hPa):

Alba 6:11:12 (anticipato di 4 m 28 s)

Transito 12:17:18 (invariato)

Tramonto 18:24:08 (posticipato di 4 m 29 s).

Nella figura seguente si vede lo schema del tramonto del Sole, con gli angoli in gioco.



Vediamo il risultato delle nostre effemeridi per il 30 settembre.
La durata del dì Tdì= 11.73917 ore = 11 ore 44 min 21s.
La rifrazione atmosferica all'orizzonte corrisponde a ± 4m 28 s.
L'equazione del tempo vale E.T.=-9.9 min, quindi il transito al meridiano capita alle 12:00:06.
La tabella di confronto tra Ephemvga ed effemeridi con excel basate su formule approssimate (teoria geocentrica con moto angolare uniforme e correzione gaussiana) diventa:

30/9/2007 Ephemvga	Excel approssimate
Alba 6:04	6:04
Transito 12:00	12:00
Tramonto 17:56	17:56

E il 1 marzo 2008 abbiamo
Tdì=11h07m44s
E.T.=+12.4m (valore del 2007)
Rifrazione=± 4m 28 s.

1/3/2008 Ephemvga	Excel approssimate
Alba 6:43	6:43
Transito 12:22	12:22
Tramonto 18:02	18:01

1/1/2104 Ephemvga	Excel approx (Eq.Tempo 2007)
Alba 7:36	7:36
Transito 12:13	12:13
Tramonto 16:50	16:51

L'accordo con le effemeridi Ephemvga è buono. Con i moderni orologi al quarzo possiamo determinare gli istanti di alba, tramonto e transito al meridiano con precisioni migliori di 1 s.
A questi livelli di precisione basta poco a verificare la bontà di un modello (effemeridi basate su diversi algoritmi o database).

Ai tempi di Ipparco esisteva già una Teoria Solare più precisa: quella basata sull'eccentrico.
Il Sole girava attorno ad un centro leggermente decentrato dal centro della Terra.
Tenere conto dell'errore gaussiano, da un punto di vista dei calcoli analitici, è stato equivalente all'introduzione della teoria degli eccentrici.

Automatizzazione del calcolo di alba e tramonto con Excel

L'alba è ottenuta dal tempo del mezzodì sottraendo metà della durata del dì e i 4.5 minuti dovuti alla rifrazione atmosferica all'orizzonte. Il tramonto si calcola con la somma.

H2=(G2±C2/2±4.5/60) (+ tramonto; - alba)

In G2 c'è il mezzodì (espresso in ore decimali) ed in C2 la durata del dì. 4.5/60 è la correzione, in ore, per la rifrazione all'orizzonte.

Anche il mezzodì è ottenuto sommando algebricamente l'equazione del tempo (trasformata in ore decimali) al mezzodì medio ottenuto conoscendo la longitudine del luogo.

Tutti i calcoli si fanno in ore e loro decimali.

Conviene automatizzare la conversione da decimali di ora in minuti sessagesimali, per evitare errori di calcolo e lungaggini. Se in E2 è presente l'ora con la sua frazione decimale, in F2 con la seguente funzione si possono avere i minuti che eccedono l'ora.

F2=60*(E2-INT(E2))
Ad esempio se in E2 c'è 6.1, in F2 viene 6.0 minuti, da intendersi dopo le ore 6.

Esercizi

1. Calcola il mezzodì medio per la longitudine 15 Est da Greenwich [h 12:00]
2. Calcola il mezzodì medio per longitudine 7.5° Est [h 12:30]
3. Calcola con Excel la durata del giorno più lungo a Roma (latitudine 41°54') [15 h 07 m]
4. Calcola con Excel la durata del giorno più corto al Duomo di Milano (latitudine 45°27'33" Nord, longitudine 9°11'33" Est) [8 h 38 m]
5. Calcola con Excel il tramonto più tardo a Firenze, Basilica di Santa Maria Novella (latitudine 43°46'25", longitudine 11°14'58" Est) [21:02 il 27 giugno, ora legale]
6. Calcola alba transito e tramonto del Sole a Roma, il giorno del tuo compleanno con Excel.

7. Calcola con Ephemvga gli stessi parametri dell'esercizio 6 e confrontali con Excel.
8. Calcola gli stessi parametri di 6 e 7 per il Duomo di Firenze e per il Duomo di Milano.

Ephemvga: effemeridi semiprofessionali in 300Kb

Effemeride, che deriva dal greco e significa "giornaliera", è il dato sulla posizione e/o il transito al meridiano di un corpo celeste che cambiano giorno per giorno.

Il programma di Elwood Charles Downey (1992) che qui presentiamo è gratuito, ed è basato su algoritmi pubblicati su vari testi e riviste internazionali.

In Italiano sono stati tradotti i testi di Peter Duffet-Smith "Astronomia Pratica con l'uso del calcolatore tascabile", Sansoni Firenze 1983 e Jean Meeus "Astronomia con il Computer" Hoepli Milano 1990. Il programma consente calcoli delle posizioni e degli istanti del passaggio al meridiano del Sole, della Luna, dei pianeti e delle stelle, anche tenendo conto della rifrazione atmosferica.

Funziona in ambiente DOS, quindi anche su qualunque PC con sistema operativo Windows; basta fare il doppio click sull'icona del file ephemvga.exe.

Tutto il pacchetto di quattro files è stato compresso in un file .zip da 122 KB e può essere scaricato al sito www.santamariadegliangeliroma.it menù meridiana; calcolo delle effemeridi.

Il confronto dei risultati ottenuti con i dati sperimentali è migliore del potere risolutivo della maggior parte degli strumenti di misura commerciali.

Setup del programma sul proprio PC:

Scaricare tutti e 5 i files in una unica directory, che può essere nominata effemeridi.

1 - ephemvga.exe (il programma eseguibile)

2 - ephem.cfg (che contiene già la latitudine e longitudine di Santa Maria degli Angeli, a queste coordinate si possono sostituire quelle di qualsiasi altro luogo della Terra)

3 - ephem.db (che contiene un database di stelle comete e nebulose)

4 - man.txt (che è il manuale d'istruzione completo in Inglese)

5 - calcolo centesima.xls (file di excel accessorio per calcolare la posizione del centro del Sole al momento del transito sulla linea meridiana).

Istruzioni per calcolare il transito del Sole:

Doppio click su ephemvga (dopo, il mouse, non si usa più)

Digitare un tasto qualsiasi e spostarsi col cursore lampeggiante (con le freccette) su TZ (terza colonna in alto della schermata), quindi digitare "invio" (enter)

Scrivere: 1 se vige l'ora solare, 2 se vige l'ora estiva ("legale"), quindi digitare "invio".1 se vige l'ora solare, 2 se vige l'ora estiva ("legale"), quindi digitare "invio".

Andare col cursore sulla data (prima riga della prima colonna della schermata: mese/giorno/anno), battere "invio" e scrivere la data desiderata, quindi "invio"; stesse operazioni per fissare l'ora (prima riga PST). col cursore sulla data (prima riga della prima colonna della schermata: mese/giorno/anno), battere "invio" e scrivere la data desiderata, quindi "invio"; stesse operazioni per fissare l'ora (prima riga PST).

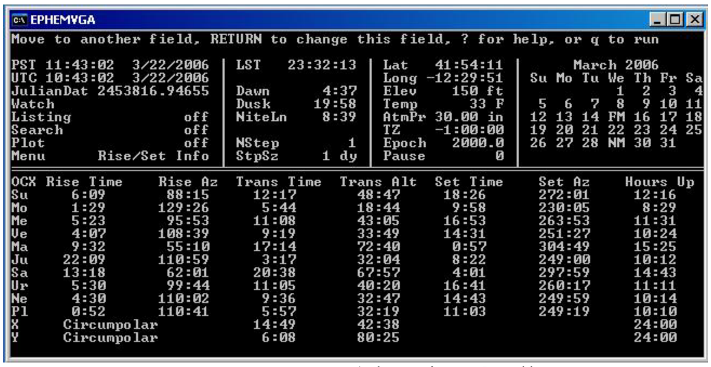
Digitare il tasto "q".

Abbiamo ottenuto in tal modo la schermata con tutti i dati necessari.

Nella tavola 1 presentiamo l'interpretazione di tutti i dati tabulati.

Nella tavola 2 si spiega come calcolare la posizione del centro del Sole al momento del transito sulla Linea Clementina.

Tavola 1



EPHEMVGA

Move to another field, RETURN to change this field, ? for help, or q to run

PST 11:43:02 3/22/2006	LST 23:32:13	Lat 41:54:11	March 2006
UTC 10:43:02 3/22/2006		Long -12:29:51	Su Mo Tu We Th Fr Sa
JulianDat 2453816.94655	Dawn 4:37	Elev 150 ft	1 2 3 4
Watch	Dusk 19:58	Temp 33 F	5 6 7 8 9 10 11
Listing off	NiteLn 8:39	AtmPr 30.00 in	12 13 14 FM 16 17 18
Search off		TZ -1:00:00	19 20 21 22 23 24 25
Plot off	NStep 1	Epoch 2000.0	26 27 28 NM 30 31
Menu Rise/Set Info	StpSz 1 dy	Pause 0	

OCX	Rise Time	Rise Az	Trans Time	Trans Alt	Set Time	Set Az	Hours Up
Su	6:09	88:15	12:17	48:47	18:26	272:01	12:16
Mo	1:29	129:26	5:44	18:44	9:58	230:05	8:29
Me	5:23	95:53	11:08	43:05	16:53	263:53	11:31
Ve	4:07	108:39	9:19	33:49	14:31	251:27	10:24
Ma	9:32	55:10	17:14	72:40	0:57	304:49	15:25
Ju	22:09	110:59	3:17	32:04	8:22	249:00	10:12
Sa	13:18	62:01	20:38	67:57	4:01	297:59	14:43
Ur	5:30	99:44	11:05	40:20	16:41	260:17	11:11
Ne	4:30	110:02	9:36	32:47	14:43	249:59	10:14
Pl	0:52	110:41	5:57	32:19	11:03	249:19	10:10
X	Circumpolar		14:49	42:38			24:00
Y	Circumpolar		6:08	80:25			24:00

Nella schermata iniziale (che si può allargare a tutto schermo e poi ripristinare digitando insieme "ALT + Invio") compaiono nella metà inferiore i dati sugli orari (time) e gli angoli dal Nord celeste letti in senso orario (Az, azimut) del sorgere e del tramontare degli astri. Ai transiti al meridiano l'azimut è sempre 180°.

Legenda:

Dopo aver cambiato TZ= -1 (-2 con l'ora estiva in vigore) i dati nella metà superiore sono:

PST l'ora locale

UTC l'ora di Greenwich, tempo universale coordinato

la data è in formato mese/giorno/anno

Julian data è espressa in giorni giuliani con frazioni

(utile per chi studia stelle variabili e intervalli di tempo su scale molto grandi).
LST è il tempo siderale
Dawn è l'inizio della prima luce dell'alba
Dusk è l'ultima luce del crepuscolo serale
NiteLn è la durata della notte astronomica
NStep è il numero di passi ad ogni "q" lunghi
StpSz che qui vale 1 dy cioè 1 giorno
Lat è la latitudine del luogo per cui si fanno i calcoli (Santa Maria degli Angeli)
Long è la longitudine (- a Est di Greenwich)
Elev è la quota in piedi (1ft=1/3 m)
Temp in gradi Farenheit (32 F corrispondono a 0°C)
AtmPr è la pressione atmosferica 30.00 inches = 762 mm di mercurio = 1016 hPa.
TZ è il fuso orario espresso con la differenza in ore da Greenwich, per noi è -1 (-2 con l'ora estiva in vigore)
Epoch è l'anno per cui sono valide le coordinate delle stelle presenti nel database, il programma ne calcola la variazione conseguente al fenomeno della precessione degli equinozi.
Nella quarta colonna c'è un calendario/lunario perpetuo valido per il mese in corso con le indicazioni di luna nuova NM e luna piena FM in corrispondenza dei giorni in cui si verificano.
Nel settore inferiore dei transiti sono espressi nelle varie colonne:
Rise Time: ore del sorgere
Rise Az: azimuth, angolo formato dal punto del

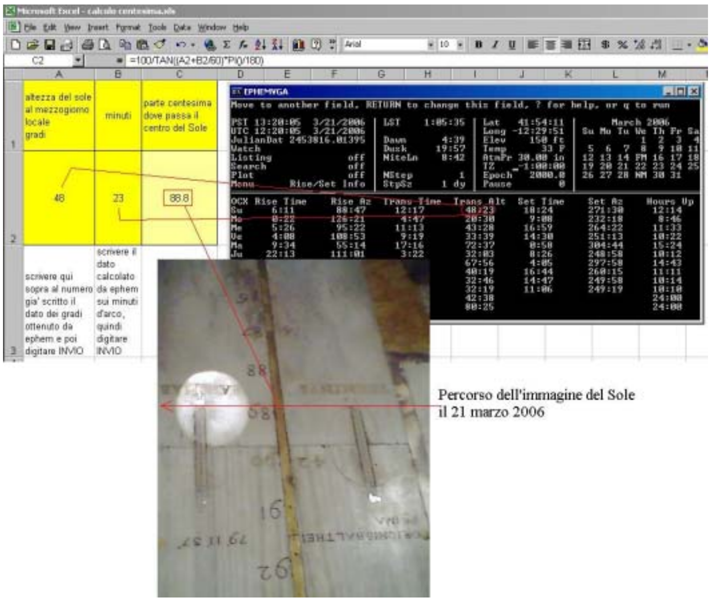
sorgere dell'astro con il Nord in senso orario, del sorgere
Trans Time: ora del transito
Trans Alt: altezza del transito sull'orizzonte in gradi; sulla meridiana si misura direttamente l'angolo complementare all'altezza, cioè la distanza dalla verticale (distanza dallo zenith) e le sue tangenti (i numeri equispaziati da 32 a 220)
Set time: ora del tramonto
Set az: azimuth del tramonto
Hours up: è il tempo che l'astro resta sopra l'orizzonte.
La colonna OCX esprime gli astri per cui sono presentati tutti i dati:
Su = Sole (Sun)
Mo = Luna (Moon)
Me = Mercurio
Ve = Venere
Ma = Marte
Ju = Giove
Sa = Saturno
Ur = Urano
Ne = Nettuno
Pl = Plutone
X = Stella Polare **(*)**
Y = Castore **(*)**
(*) questi ultimi due oggetti possono essere cambiati dall'utente andando sopra X o Y col cursore, con altri oggetti presenti nel database ephem.db.

La prima riga del tabulato che inizia con "Su" riguarda il Sole (Sun). La terza e quarta colonna di dati sono l'ora e minuto del transito, e l'altezza A sull'orizzonte in gradi e minuti.

Per avere previsioni con un'accuratezza superiore al minuto d'arco e di tempo con il programma ephemvga si deve andare in modalità plot (consultare il manuale in inglese).

Per tutte le applicazioni di questo programma di effemeridi rimando al manuale in lingua inglese che è stato scaricato insieme al programma, ed ad un testo di astronomia di riferimento quale "Lezioni di Astronomia" di Cesare Barbieri, Zanichelli (Bologna) 1999.

Tavola 2



Dove avviene il transito del Sole sulla Linea Clementina

La prima riga del tabulato che inizia con "Su" riguarda il Sole (Sun). **La terza e quarta colonna** di dati sono l'ora e minuto del transito, e l'altezza A sull'orizzonte in gradi e minuti.

Per sapere la parte centesima C corrispondente, cioè il numero compreso tra 33 e 220 indicato sulla linea Clementina, basta calcolare -a parte- la formula C=100/tangente(A).

Il file excel allegato al programma di effemeridi "calcolo centesima.xls" aiuta a fare questo calcolo: dopo aver aperto il file è sufficiente scrivere i valori calcolati da ephemvga nelle caselle corrispondenti ai gradi e ai minuti e digitare "invio".

I dati di Ephemvga letti con Excel

Mediante la funzione plot si possono stampare i dati calcolati da ephemvga per poi trattarli con Excel. Ephemvga, dopo aver richiesto di selezionare i campi da stampare sul file, produce dei files di tipo testo, con colonne separate da virgole.
È sufficiente aprire con Excel tali files, tenendo conto del tipo di separatore.
I tabulati dell'equazione del tempo sono stati ottenuti proprio in questo modo.

SPA: Effemeridi americane su web

Il National Renewable Energy Laboratori NREL, degli Stati Uniti d'America ha pubblicato sul web le effemeridi basate su Solar Position Algorithm, un algoritmo sviluppato proprio al NREL.
Queste effemeridi non si discostano per più di 0.23 s dall'Astronomical Almanac (O-C=0.23 s), pubblicate annualmente dall'Osservatorio Navale degli Stati Uniti (USNO) e ritenute le più accurate esistenti.
Sono disponibili al sito web
http://www.nrel.gov/midc/solpos/spa.html

Le effemeridi francesi dell'IMCCE

L'Institute de Méchanique Celeste et Calcul des Éphémérides ha messo a disposizione sulla reta le effemeridi sviluppate al Bureau de Longitudes di Parigi, basate sulla teoria ELP2000 di Michèle Chapront-Touzé e Jean Chapront. È incluso anche il termine di accelerazione secolare della Luna dovuta alle maree che vale -23.8946"/secolo^2.
http://www.imcce.fr/fr/ephemerides/
Occorre fornire i dati compilando un'apposita finestra di inserimento.

Applicazioni alla geografia: Azimut di vie e monumenti

La conoscenza dell'uso di un programma di effemeridi come Ephemvga o di pagine web per effemeridi consente di misurare l'azimut di vie ed edifici usando un orologio ben sincronizzato.

Preliminarmente occorre conoscere la latitudine e la longitudine di ogni osservazione.

Come abbiamo visto un secondo d'arco in longitudine corrisponde a circa 22 metri, mentre uno in latitudine a circa 31 metri. I secondi d'arco in longitudine, poi, corrispondono ad intervalli di tempo 1/15 più brevi.

Di conseguenza se osserviamo un allineamento tra direzione del Sole o di una stella con quella di una via, con una precisione di 1 minuto, possiamo conoscere quella direzione nello spazio con un'accuratezza di 15 minuti d'arco.

Con un secondo di precisione, la nostra accuratezza sale a 15", e si arriva al secondo d'arco scendendo sotto il decimo di secondo di tempo.

Le stazioni totali, strumenti complessi basati sul teodolite con sistemi ottici di lettura degli angoli, che vengono usati in geodesia, oggi garantiscono una risoluzione di 1" con il metodo delle letture coniugate di Bessel.

A patto di progettare bene l'esperimento di misura che si vuole condurre possiamo avvicinare di molto la precisione delle stazioni totali, che hanno comunque necessità di essere tarate da una direzione di riferimento assoluta, che è generalmente il Nord Celeste, e che viene individuata dalle effemeridi delle stelle circumpolari del catalogo FK5.

Orologi al quarzo e tempo degli orologi atomici

Cruciale è la sincronizzazione dell'orologio.
Va sempre fatta con il segnale orario dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris di Torino.
Conviene usare un cronometro ausiliare per prendere il tempo alla radio, sfruttando il ritmo dato dal segnale.
A Roma su ISORADIO 103.45 FM, il segnale viene dato a quasi tutte le ore intere.
L'accuratezza di questo metodo è di ±0.1 s per ogni misura.
In questo modo si può verificare lo scarto tra il tempo segnato dal nostro orologio al quarzo ed il tempo universale.
Ogni orologio al quarzo ha un suo ritmo, che lo porta a perdere o guadagnare qualche frazione di secondo ogni giorno rispetto al tempo degli orologi atomici, i più uniformi che abbiamo sulla Terra.
Le variazioni di temperatura modificano questo ritmo, per questo ogni misura diretta del ritardo/anticipo dell'orologio dal segnale radio è preferibile ad un

calcolo indiretto basato sull'estrapolazione del ritardo/anticipo ricavato da dati lontani nel tempo.
Infatti N misure con un'accuratezza di ±0.1, statisticamente individuano un valore medio al meglio di $\pm 0.1/\sqrt{N}$ s che per N=10 già è al di sotto di 0.03 s, ma le fluttuazioni dovute a variazioni di temperatura (giorno/notte – orologio lontano/vicino dal corpo sono escursioni di temperatura sufficienti) possono essere superiori anche a 0.1s/dì ed il loro effetto si accumula nel tempo.

Misure col GPS

Oggi i GPS sono diventati disponibili a molti.
Il loro uso cartografico li rende particolarmente popolari nella ricerca di una strada in automobile.
A noi interessano le coordinate geografiche della posizione dove viene condotto l'esperimento.
L'unica raccomandazione è che su queste venga effettuata una media, tenendo conto anche del tempo.
Se per 10 minuti si legge la longitudine L1 e per 1 minuto L2, la media sia pesata con il tempo:
$L=(10 \cdot L1+1 \cdot L2)/(10+1)$
Lo stesso dicasi per l'eventuale misura di quota.
Con GPS commerciali di tipo non differenziale si preferisce valutare le medie su base di 48 ore.
Se non si hanno 48 ore di tempo per presa dati è consigliabile prendere delle misure in giorni diversi progettando un campionamento razionale.

L’azimut del Pantheon e le piramidi

Con il Sole l’osservazione può essere fatta dall’interno, sfruttando i lacunari della cupola.

Il 26 febbraio 2007 l'immagine dell'oculo centrale della cupola era in asse con il portone del Pantheon esattamente alle 12:10:27, quando l'azimut del Sole valeva 175°59'. L'asse del Pantheon devia di 4° 01' dal Sud ruotato verso Est. Il 27 febbraio l'allineamento si è osservato alle 12:10:19, col Sole a 4° 02'.

Osservando dall'esterno della piazza il transito di Sirio sull'asse timpano/portone questo allineamento è θ=+3°40'±2' da Sud verso Est (13-16 febbraio 2007). Osservando il transito di Betelgeuse al centro

dell'oculo il 26 febbraio 2007 alle 19:32:43, sfruttando la fenditura del portone come traguardo si è ricavato l'azimut dell'asse pari a 176°29', cioè θ=+3°31' da Sud verso Est.
Questi dati concordano nel dare all'asse del Pantheon un azimut diverso da 0°, dovuto probabilmente al metodo di allineamento usato al momento della costruzione.
Le misure con il transito del Sole raggiungono una precisione inferiore al 1'.

La notte dell'8 dicembre del 31 a. C., una tipica notte invernale attorno alla data di costruzione del Pantheon, alle ore 19 locali l'attuale stella Polare e la stella η dell'Orsa Maggiore, Benetnash, erano l'una sulla verticale dell'altra ad un azimut di 3°30' dal Nord in direzione Nord-Ovest.

Gli Egizi 2500 anni prima usavano un metodo analogo per allineare le grandi piramidi: fu Kate Spence nel 2000 a dimostrare che la grande Piramide di Cheope fu allineata nel 2448 a. C. con un'incertezza di ±5 anni, sfruttando la verticale formata da Kochab (β Ursae Minoris) e Mizar (ζ Ursae Majoris) che indicava esattamente il Nord celeste solo nel 2467 a. C.
Oggi potremmo usare la verticale tra la Polare e Kochab, visibile nelle notti invernali, ma gradualmente l'allineamento si perde per effetto della lenta precessione degli Equinozi.
Se i Romani usavano η UMa-Polaris forse si trattava di un metodo approssimato proveniente dall'ambiente Egizio: quella direzione risulta quasi esattamente a metà tra quella del 25° secolo a. C. e quella del 21° sec. d. C.

L'azimut della via Lata

Il 26 febbraio 2007, sfruttando l'ombra di una palina della fermata del bus ed il suo allineamento parallelo al marciapiede, abbiamo misurato l'azimut dell'antica via Lata, l'attuale via del Corso. L'ombra era parallela ai marciapiedi alle 11:31:00, col Sole a 163°37' di azimut.
Il 27/2/2007 la stessa misura ha dato l'allineamento per le 11:29:57 col Sole a 163°14'.

La media delle due misure dirette dà 163° 26’±12’.
Mentre alle ore 17:17:19 la direzione del Sole era perpendicolare alla via del Corso. Per questa misura ho usato l’ombra della Colonna Antonina sulla facciata della Galleria Colonna.
L’azimut del Sole era 252° 48’.

La misura ripetuta il 4 marzo 2007 alle 17:08:49 ha trovato il Sole a 252° 51’.
Queste due misure perpendicolari alla via Lata corrispondono ad un azimut di quest’ultima pari a 162° 50’±2’. L’errore è diminuito perché è stata usata una colonna alta 42 m (con base e capitello) dal

diametro di 3.7 m; l'ombra prodotta è ben netta a differenza di quella della palina del bus.

Sebbene il papa Alessandro VII sia intervenuto per completare la rettificazione della via, l’asse si è conservato pressoché invariato dall’antichità.

L’azimut della meridiana di Montecitorio

L’azimut della Meridiana di Montecitorio
è θ= -0° 00’00”±30”

Per misurarla conviene usare il metodo della bisezione dell’ombra.

L’ombra viene misurata perpendicolarmente alla linea meridiana, e poi si valuta l’istante del transito nel momento in cui c’è esattamente metà ombra da una parte e dall’altra.
Con questa procedura il 27 febbraio 2007 il transito del Sole è stato misurato alle ore 12:22:41, 11 secondi in anticipo sul tempo calcolato per la longitudine della meridiana.
Quindi l’azimut del Sole era 179°57’15”, e di conseguenza la meridiana è leggermente ruotata da Nord verso Ovest di 2’ 45” rispetto all’obelisco.
Nella foto successiva si vede che la palla sopra l’obelisco ha un foro interno che produce una debole immagine stenopeica sul suolo della piazza che può essere usata per misurare il transito al meridiano quando non cade troppo vicino all’ingresso del Parlamento.

L'azimut della meridiana di Piazza San Pietro

Con metodi analoghi si misura l'azimut della Meridiana di Piazza San Pietro.

Il 4 marzo 2007 l'ombra era bisecata dalla meridiana alle 12:21:30, con 28.4 secondi di anticipo sul transito al meridiano.
L'azimut del Sole era 179°51' è θ= +0° 09'±1'.

La linea meridiana all’altezza dell’equinozio, mentre l’ombra dell’obelisco ricopre la pietra equinoziale.
La linea è in granito, per distinguersi dai sampietrini neri.
L’azimut della Meridiana di Santa Maria degli Angeli è θ= -0° 05’21”±3”, misurato con riprese video a 1/25 di secondo di precisione (vedi appendice 2).

Per confronto l’azimut del Duomo di Milano (asse minore) è θ= -0° 24’±1’. Il Duomo fu costruito su un tempio celtico pagano pre-esistente, e questi dati ci possono aiutare a capire i metodi e i criteri di allineamento di questi antichi monumenti.

L’azimut della piramide Cestia

La Piramide Cestia (26 giugno 2006 ore 13:38) è in asse con il Sole ad un azimut di 197° 42’ cioè l’asse è spostato da Sud verso Ovest di θ= -17° 42’.

Nella foto è raffigurato il lato Nord della Piramide che a quell'ora era illuminato in luce radente. Il Sole a quell'ora era a 70° 44' di altezza.
La piramide ha dunque una pendenza di poco inferiore ai 70°.
Il 21/4 del 12 a. C. il Sole tramontava con un azimut di 286° 00', partendo da Nord verso Est.
L'asse Nord- Sud della piramide ha un azimut di 197° 42'±15', quindi l'asse Ovest-Est è orientato a 287°42'±15', quasi in direzione del tramonto del Sole nell'anniversario della fondazione di Roma.

A Roma c'era ben quattro piramidi, di cui ne rimane una sola. Le altre erano presso piazza del Popolo (2) ed una presso il Vaticano e rispondevano alla moda egittizzante dilagata dopo che Augusto conquistò l'egitto nel 31 a. C..
La piramide Cestia è del 12 a. C.

Astronomia con la Meridiana di Santa Maria degli Angeli

La grande meridiana nella Basilica di Santa Maria degli Angeli fu costruita da Francesco Bianchini nel 1702 su ordine di Papa Clemente XI.

Per una sua consultazione proficua occorre lavorare con un programma di effemeridi. Ephemvga, per la sua versatilità si presta bene allo scopo.

Vediamo di seguito le questioni sulla lunghezza della meridiana, influenzate giornalmente dalla rifrazione astronomica, e lungo i secoli dalla precessione degli equinozi, dalla variazione dell'obliquità dell'eclittica e dal moto proprio stellare.

Alcune stelle, nel corso dell'ultimo restauro, non sono state ripristinate nella posizione corretta; esaminiamo la lista.

La meridiana serve alla misura accurata del tempo. Vediamo un esempio semplice per la misura dell'anno tropico in Basilica.

I calcoli astronomici si basano sulla posizione geografica dell'osservatore, che nel caso della meridiana è rappresentato dal foro stenopeico. Bianchini fu capace di misurare l'altezza del Polo Nord apparente con 1" di precisione, ma non conosceva ancora la nutazione dell'asse terrestre e l'aberrazione della luce per risalire alla latitudine vera del foro.

L'azimut della Linea presenta una deviazione verso Est che dà luogo al ritardo sistematico del transito del Sole al meridiano rispetto alle effemeridi.
Anche la determinazione dell'equinozio richiede la conoscenza dell'effetto della rifrazione atmosferica, oltre che di latitudine e longitudine del luogo. La linea equinoziale conserva le informazioni originali sulla latitudine conosciute dal Bianchini e quelle sulla rifrazione atmosferica tabulate da Cassini 40 anni prima.
Equinozio:
la linea si trova a 18224±1 mm dal bordo vaschetta cioè 18247±1 mm dal piede della verticale.
Poiché il foro è a 20344 mm di altezza, la linea equinoziale è proiettata a 48°06'37"±10".
Per Bianchini la latitudine valeva 41°54'27", quindi la linea doveva essere proiettata all'angolo zenitale complementare alla latitudine e pari a 48°05'33". A questo valore si aggiunge la correzione per la rifrazione atmosferica di Cassini che per questi valori dell'angolo zenitale alza le immagini di 66" verso lo zenit ottenendo 48°06'39", perfettamente compatibile col valore misurato.
Se Bianchini avesse conosciuto nutazione e aberrazione per correggere la posizione del polo nord apparente avrebbe misurato la latitudine pari a
41°54'11.2"
alzando la linea di 16", spostandola di 1.6 mm verso il Cancro.

La posizione della linea equinoziale oggi non influisce praticamente sulla stima dell'istante dell'equinozio, poiché nel frattempo anche il foro è stato spostato rispetto alla posizione originale.

Distanza zenitale	Correzione [arcsec]
0	0
5	5
10	10
15	16
20	21
25	27
30	34
35	41
40	50
45	59
50	70
55	83
60	102
65	126
70	159

Tabella della correzione cassisiniana per la rifrazione atmosferica (trascritta da Bianchini, 1703, p. 85).
Oggi, in questo intervallo di distanze zenitali z, si usa la formula c=60"tan(z), che ben interpola la tabella.

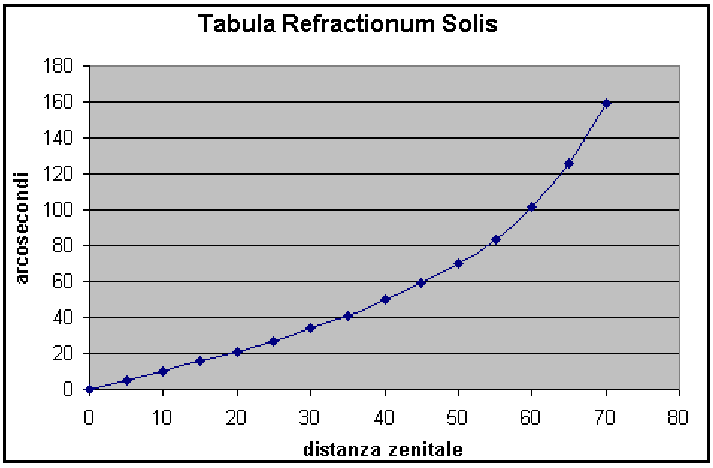


Grafico della correzione cassisiniana.

.

Indice

Appendice 1: Il Sole Vero e l'equazione del centro

Il Sole vero, dunque, è quello che orbita sull'eclittica con le variazioni di velocità che gli competono in ossequio alla seconda legge di Keplero. Il Sole fittizio orbita sull'eclittica con una velocità angolare costante, ed è quello a cui ci siamo riferiti per i calcoli sulla durata del dì; il Sole medio orbita, invece, sull'equatore celeste a velocità angolare costante, e passa al meridiano fondamentale di ogni fuso orario tutti i giorni esattamente a mezzogiorno. Il Sole fittizio non passa sempre a mezzogiorno, ma la differenza è calcolabile mediante la proiezione sull'Equatore celeste vista al paragrafo precedente.

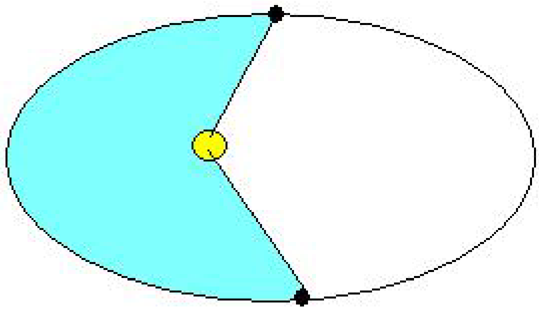
La differenza, in gradi, tra Sole fittizio e Sole vero è anch'essa un'equazione, termine inteso come quantità che –da Tolomeo in poi- serve a compensare gli ammanchi di una grandezza calcolata rispetto ad un'osservabile.

Questa equazione è nota come *equazione del centro EC* ed è una soluzione approssimata dell'equazione di Keplero.

$EC \approx 115' \mathrm{sen}(M)$,

dove M è la cosiddetta anomalia media e si esprime in gradi. Lo zero di questa M è il 2 gennaio.

Che sia una soluzione approssimata è chiaro dalla seguente considerazione: essendo una funzione seno con lo stesso periodo di 12 mesi di quella del Sole fittizio che si vuole correggere, queste correzioni saranno nulle a 3 mesi di distanza dagli apsidi, mentre l'ellitticità dell'orbita implica che il Sole vero ha una velocità angolare minore del Sole medio per poco meno di 6 mesi e maggiore per poco più di 6 mesi, in modo che il raggio vettore Sole-Terra spazzi aree uguali in tempi uguali.



Incidentalmente questa è la ragione per cui l'estate boreale (afelio) è più lunga dell'inverno (perielio).

Appendice 2: la Meridiana e le Effemeridi

Ricognizione Solstiziale della Meridiana Clementina della Basilica di Santa Maria degli Angeli e dei Martiri in Roma.

Sommario: In occasione del solstizio d'inverno 2005, e di quello d'estate 2006 sono state realizzate delle misure alla Meridiana di Santa Maria degli Angeli sia degli istanti del transito al meridiano che della posizione del centro dell'immagine. Sono stati ricavati l'azimut della retta che interpola la Linea Clementina e l'inclinazione dell'asse terrestre (al netto di nutazione e parallasse solare) sul piano dell'orbita con l'accuratezza del secondo d'arco. Si è anche verificata la variazione di DUT1 di 0.15 s nei 6 mesi intercorsi, a causa del progressivo rallentamento della rotazione terrestre.
Solo dopo le correzioni per le deviazioni locali dalla retta e per DUT1 i risultati dei due solstizi sono in accordo tra loro e con le misure di Boscovich e Maire di metà Settecento, fin'ora inspiegate.

La retta che interpola la Linea Clementina

La Linea Clementina non è perfettamente rettilinea. Abbiamo effettuato due ricognizioni metriche differenti il 2 ed il 15 dicembre 2005 per misurare le deviazioni di ogni suo segmento rispetto ad una retta.
La retta è stata realizzata mediante un filo teso per 45 metri, tenuto fisso alle estremità da due cubetti di 46 mm di lato, uno dei quali si incastra esattamente nella vaschetta sotto il piede della verticale del foro stenopeico. Il filo è stato tenuto in tensione per tutta la durata della misurazione effettuata dagli studenti di Geografia dell'Università "La Sapienza" e da quelli del Master "Scienza e Fede" della Pontificia Università Regina Apostolorum. Le schede compilate da ciascun misuratore sono state poi digitalizzate dagli studenti di Statistica dell'Università Campus Biomedico di Roma.

Fig. 1 *Cubetti di legno di pino realizzati su misura da Padre Waldek Barwinski dei Carmelitani scalzi di San Pancrazio fuori le Mura a Roma. Il filo di Nylon è avvolto attorno alle scanalature.*

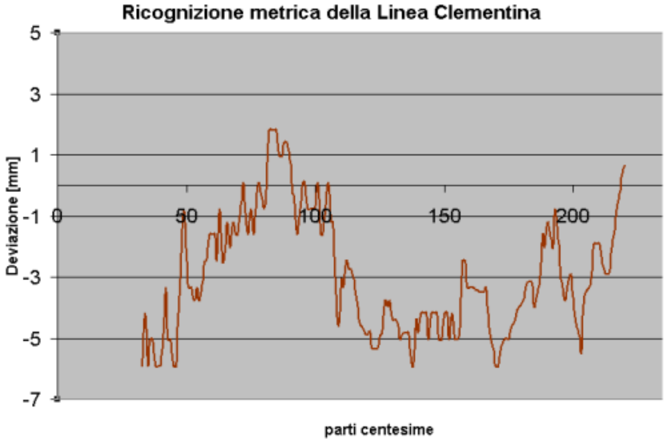


Fig. 2 *Risultati della ricognizione metrica del 15 dicembre. La Linea Clementina termina poco oltre la 220 esima parte centensima. Il segno positivo indica che la Linea, composta di tanti segmenti adiacenti, si trova ad Est della retta individuata dal filo teso tra i due estremi.*

Fig. 3 *Parte finale della Linea Clementina presso il Capricorno. L'Ovest è a sinistra, il Nord in alto.*

Fig. 4 *Dettaglio della fine della Linea presso la 220 esima parte centesima. Si nota la giunzione tra le due liste di ottone, dove spesso abbiamo misurato discontinuità rispetto al filo teso. La Linea Clementina è quella al centro della lista di ottone. L'Ovest è a sinistra; il filo a 220 passava quasi 4 decimi di mm a destra della Linea Clementina, e al termine, in alto, coincideva con l'origine della Linea.*

La ricognizione metrica del 15 dicembre, è stata effettuata con un dato ogni parte centesima, quella del 2 dicembre con un dato ogni 5 è stata fatta da chi scrive, ed è servita da controllo per i dati completi del 15 dicembre presi da 20 misuratori diversi.

Dalla ricognizione abbiamo le seguenti deviazioni locali per i due Solstizi:

Solstizio	**Parte centesima**	**Devia-zione [mm]**	**Velocità [mm/s]**	**Anticipo [s]**
Invernale	217.52 (media su 5)	-0.39	3.25	0.12
Estivo	33.39	-5.23	1.43	3.66

Tabella 1. *Deviazioni locali in corrispondenza dei punti dove i lembi del Sole toccano e lasciano la Linea Clementina. La deviazione negativa significa che la Linea è ad Ovest della retta individuata dal filo. L'anticipo corrispondente a queste deviazioni è calcolato tenendo presente che l'immagine si muove a velocità diverse d'inverno e d'estate.*

Il transito sulla Linea Clementina avviene in anticipo rispetto alla retta interpolante che va da 0 a 220.7, individuata dal filo teso tra questi due estremi. Di questi anticipi occorre tenere conto nella ricognizione astrometrica che andiamo a descrivere.

La ricognizione astrometrica della Linea Clementina

Dopo aver misurato le deviazioni locali dalla retta, adoperiamo gli istanti di passaggio del Sole sulla Linea per ricavare l'azimut della sua retta interpolante. L'azimut è la sua direzione rispetto al Nord Celeste.

Misure di tempo: i dati del solstizio d'Inverno 2005 e del Solstizio d'Estate 2006

Data	Transito Calcolato con Ephemvga, [SPA] ed (IMCCE)	Transito Osservato [UTC]	Ritardo [s]
18/12/2005	12:06:39.44 [39.85] (40.36)	12:06:59.44	20.00 [19.59] (19.08)
19/12/2005	12:07:09.00 [09.39] (09.90)	12:07:29.26	20.26 [19.87] (19.36)
22/12/2005	12:08:38.28 [38.66] (39.16)	12:08:58.39	20.11 [19.73] (19.23)
23/12/2005	12:09:08.14 [08.52] (09.03)	12:09:28.00	19.86 [19.48] (18.97)

24/12/2005	12:09:38.00 [38.38] (38.89)	12:09:58.21	20.21 [19.83] (19.32)
21/06/2006	13:11:44.17 [44.81]* (45.29)	13:11:46.94	2.77 [2.13] (1.65)

Tabella 2. Istanti del transito del Sole sulla Linea Clementina di Santa Maria degli Angeli e ritardi calcolati rispetto a tre diverse effemeridi. I dati dal 18 al 23 dicembre 2005 sono stati ricavati da video, quelli del 24 dal transito cronometrato a mano. Il dato del 21 giugno 2006 è ottenuto dal video. La seconda colonna contiene i valori previsti con le effemeridi fatte con Ephemvga, quelle con il Solar Position Algorithm [SPA] del NREL, National Renewable Energy Laboratory [www.nrel.gov], e quelle dell'Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides (IMCCE). Il dato contrassegnato con * è ottenuto con il Δt=65.797 s, mentre per quelli del 2005 il Δt=64.797. Il Δt=TT-UT, con TT tempo terrestre. Il cambio di Δt non altera i risultati.

La media su cinque dati del solstizio invernale del 2005 dà un ritardo del transito osservato rispetto a quello calcolato con Ephemvga pari a 20.09±0.16 s. Rispetto alle effemeridi dell'IMCCE il ritardo è

19.19±0.16 s, mentre rispetto al SPA il ritardo medio è di 19.70±0.16.
In entrambi i solstizi la Linea è a Ovest della retta da 0 a 220.7 parti centesime, e quindi il transito su questa retta avviene dopo: 0.12 s dopo al solstizio d'inverno e 3.66 s in quello d'estate, secondo i dati in tabella 1.
Questi sono i dati corretti per le deviazioni locali. Occorre infine tenere conto della differenza tra UTC ed UT1, il tempo universale coordinato e quello dei fenomeni astronomici.

Tempo delle effemeridi e tempo universale coordinato

Un programma per calcolare le effemeridi usa un riferimento temporale uniforme; a questo concetto siamo tutti implicitamente abituati. Tutti i secondi hanno durata uguale.
Se si prevede che tra dieci anni, stessa data di oggi, il Sole transiterà al meridiano in un dato luogo alle 12 in punto ciò dipende dal moto del Sole nello spazio e dalla velocità di rotazione della Terra su se stessa.
Il moto orbitale è molto più preciso di quello di rotazione. La rotazione terrestre infatti rallenta progressivamente, e nel corso del 2006 ha perso 0.3 secondi. Proseguendo questo trend per 10 anni ci possiamo aspettare che la rotazione terrestre sarà 3 secondi in ritardo rispetto al tempo orbitale, mancheranno 3 secondi perché si completi e torni in

allineamento con la direzione del Sole ed il meridiano di quel dato luogo.
Bisognerà attendere le 12:00:03 tra dieci anni, per vedere il Sole passare in meridiano.
Per far si che il tempo indicato dagli orologi civili sia in accordo con il tempo delle effemeridi, da qui a 10 anni saranno stati inseriti 3 secondi intercalari ad altrettante mezzanotti di Capodanno.
Questi inserimenti di secondi interi tengono collegato lo scorrere del Tempo Universale (UT) sia con gli orologi atomici che con i fenomeni astronomici (UT1), e perciò si parla di Tempo Universale Coordinato UTC.
Da un punto di vista terminologico oggi il tempo delle effemeridi è chiamato anche tempo terrestre (TT), mentre il Tempo Universale UT è di fatto l'UT1. Per approfondire si consiglia il testo di Astronomia di C. Barbieri (1999) ed i link suggeriti da F. Espenak (2005) su
http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/SEhelp/rotation.html

UTC, UT1 e DUT1

Il Tempo Universale Coordinato UTC è legato agli impulsi degli orologi atomici al Cesio, e segue un ritmo uniforme, riferito alla durata dell'anno 1900, rispetto al quale la rotazione terrestre rallenta attualmente di 0.8 millisecondi al giorno. Saltuariamente, in genere il 31 dicembre, se necessario, viene inserito un secondo intercalare in modo da mantenere UTC vicino a UT1, il tempo dei fenomeni astronomici, entro al massimo 0.9 secondi.

Immaginiamo di osservare una stella transitare al meridiano, se la Terra non orbitasse intorno al Sole, ma fosse fissa nello spazio, essa ritarderebbe ogni anno di 0.3 s il suo transito, per il rallentamento della sua rotazione. Dopo 2 anni il ritardo diventerebbe 0.6 s. Questo significa che il transito della stella (fenomeno astronomico) avviene 0.6 secondi dopo l'orario del tempo UTC (tempo civile). Aggiungendo a UTC un secondo intercalare, che fa sì che dopo le 23:59:59 ci siano le 23:59:60 e poi le 0:00:00 del primo gennaio, la stella transiterà con 0.4 s di anticipo rispetto al UTC così aggiornato.

Fino al 31 dicembre di quel secondo anno valeva DUT1=-0.6s, dal primo gennaio del terzo anno vale DUT1=+0.4s. Mentre il Delta T aumenta di 1 secondo.

Delta T tiene conto dei secondi interi di ritardo che si accumulano nel corso del tempo rispetto agli orologi al Cesio.

Per conoscere il valore corrente di DUT1, l'Istituto International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) Service de la Rotation Terrestre de l'Observatoire de Paris, aggiorna continuamente il valore di DUT1, ogni volta che varia di un decimo di secondo, mediante una circolare a cui si attengono i segnali orario degli istituti nazionali di cronometria.

Passando dall'esempio alla realtà, il 31 dicembre 2005 è stato aggiunto un secondo al Tempo Universale Coordinato, così che il DUT1 è passato da -0.66 s a +0.33 al primo gennaio 2006.
DUT1 è diventato 0.2 s il 27 aprile 2006, 0.1 s il 28 settembre e 0.0 s il 22 dicembre 2006, come pubblicato nelle circolari "Bullettin D" dell'IERS di Parigi.
L'ultimo bollettino lo si può vedere su ftp://hpiers.obspm.fr/iers/bul/buld/bulletind.dat

Effemeridi a confronto

Oltre ad usare un tempo uniforme, quello dei moti orbitali, le effemeridi tengono conto delle cosiddette teorie planetarie, ovvero dei modelli analitici e/o numerici del moto dei vari pianeti, nel caso nostro del Sole. Questi modelli possono differire l'uno dall'altro, specialmente se ci spingiamo a scale temporali inferiori al secondo, ed è proprio questo il caso nostro.

I dati presentati in tabella 2 sono le osservazioni confrontate con le effemeridi Ephemvga, SPA ed IMCCE.
Le osservazioni hanno la massima accuratezza possibile, per poter essere usate anche con effemeridi più accurate, e servono come taratura delle effemeridi qui usate. Vale la pena proprio in questo contesto citare la frase di Harlow Shapley (1885-1972), che mi ha ripetuto Dorrit Hoffleit (1907) -ora centenaria- che

lavorò all'Harvard Observatory quando lui era direttore: "Le teorie vanno e vengono, una buona osservazione resta per sempre".

Sia Ephemvga che SPA ed IMCCE (così al 29 dicembre 2006) non aggiungono il secondo intercalare alla fine del 2005. Ephemvga è un piccolo software free [E. C. Downey, 1992 basato sugli algoritmi pubblicati da P. Duffett-Smith,1985] in cui non è prevista l'aggiunta dei secondi intercalari, come avviene per software più complessi (come Winoccult 3.6 di David Herald, per il calcolo di eclissi, occultazioni lunari ed asteroidali). Le effemeridi dell'IMCCE sono generate con un'interfaccia dinamica php da un server in rete e danno una risoluzione temporale del secondo. Poiché UTC è sempre vicino a UT1, non discostandosene mai per più di 0.9 s, è lecito confondere UTC con UT1 se i risultati sono pubblicati al secondo. Le effemeridi planetarie sono calcolate a partire dalla teoria VSOP87/ELP2000-82B (IMCCE) sotto la forma di effemeridi con polinomi di Tchebychev SLP98.
Poiché è possibile, nella modalità "plot" di Ephemvga, stampare le previsioni anche al centesimo di secondo, ho usato queste per compilare la tabella 2. Per avere i centesimi di secondo con le effemeridi IMCCE ho usato il seguente metodo che illustro solo per il solstizio d'estate: per la longitudine di S. Maria degli Angeli: 12° 29' 51" il transito il 21 giugno 2006

avviene alle 13:11:45, l'ultima cifra cambia in 44 quando la longitudine arriva a 12° 29' 55.4". Poiché 1 secondo di tempo equivale a 15" in longitudine, 5.4" equivalgono a 0.29 s di tempo, dunque per la longitudine della Linea Clementina il transito avviene alle 13:11:45.29 (ora estiva).
Le effemeridi del NREL, Measurement & Instrumentation Data Center, sono valide dall'anno 2000 a. C. al 6000 d. C., con una precisione dichiarata di ± 1 arcsec nella posizione del Sole.
http://www.nrel.gov/midc/solpos/spa.html
La procedura è adottata da *The Astronomical Algorithms* [Meeus, 1988], che è basata sulla teoria di Brétagnon sviluppata nel 1982 e poi modificata da Brétagnon e Francou nel 1987, chiamata Variations Séculaires des Orbites Planétaires Theory (VSOP87).

Come si vede i ritardi osservati rispetto alle effemeridi sono:

Solstizio	**Ritardo [s] rispetto a Ephemvga**	**Ritardo SPA [s]**	**Ritardo IMCCE [s]**
Invernale (media su 5)	20.09	19.70	19.19
Estivo	2.77	2.13	1.65
Delta [s]	17.32	17.57	17.54
Delta [s] ~ 1750 Boscovich & Maire			17 - 5 = 12

Tabella 3. *Ritardi medi dei passaggi del Sole sulla Linea Clementina ricavati dalla tabella 2 e confrontati con quelli di Boscovich e Maire di metà Settecento.*

Gli intervalli differiscono per 22 centesimi di secondo, compatibili con le incertezze delle misure. La media dei 5 valori dei solstizi invernali ha una dispersione di 0.16 s, la singola misura del solstizio d'estate un'incertezza statistica √5 volte maggiore, 0.36 s.

I ritardi misurati da Boscovich e Maire a metà Settecento [Heilbron, 1999] sono calcolati rispetto alle migliori effemeridi disponibili a quel tempo. Mentre il valore assoluto del ritardo in inverno o in estate dipende in modo cruciale dall'effemeride e dalla conoscenza precisa della longitudine del luogo, oltre che naturalmente dalla precisione dell'osservazione, la differenza tra i valori invernali ed estivi dipende solo dall'inclinazione della linea rispetto al Nord, cioè dal suo azimut.
La discrepanza di 5 secondi con i dati attuali è troppo grande, ed infatti si riduce di molto non appena introduciamo le correzioni per le deviazioni locali dalla retta in tabella 1.

Differenza tra i ritardi in Inverno ed in Estate

La posizione della retta interpolante, che rappresenta molto verosimilmente lo stato della Linea Clementina

quando era nuova di zecca, nel 1702, senza discontinuità tra i vari segmenti, la otteniamo tenendo conto della correzione per le deviazioni locali nei ritardi osservati.
Inoltre occorre considerare anche dUT1 per i due periodi di osservazione, e l'inserimento di un secondo intercalare che entrambe le effemeridi non includono, e che invece sposta un secondo indietro i dati calcolati per il 21 giugno 2006 nella tabella 2. Quindi il ritardo a giugno, solo da effemeridi risulta di 3.77 [3.13] (2.65) s.
Le liste dei valori di dUT1 si trovano al sito dell' Earth Orientation Center, Paris – United States Naval Observatory (http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/)
http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/products/combined/eopcomb.html

Solstizio	**Correzione per la deviazione locale [s]**		**Correzione per dUT1 [s]**
Invernale (media su 5)	0.12		0.656
Estivo	3.66		1-0.197
Correzione al Delta	-3.54		-0.147
Delta corretto [s]	Ephemvga 13.633	SPA 13.883	IMCCE 13.853
Delta [s] ~ 1750 Boscovich & Maire		17 - 5 = 12	

Tabella 4. *Correzioni ai ritardi dei passaggi del Sole sulla Linea Clementina, per risalire ai passaggi del Sole sulla retta interpolante, con una Terra in rotazione uniforme. Nella correzione per dUT1 ho inserito anche il secondo intercalare aggiunto il 31 dicembre 2005 alle 23:59:59, che ha effetto solo per il dato del 21 giugno 2006.*

Come si vede nella tabella 4 il "Delta" calcolato sulla retta interpolante è molto più vicino a quello misurato dai padri Gesuiti Ruggero Boscovich e Christopher Maire, che furono i maggiori astronomi del loro tempo in Italia. Il ritmo della rotazione terrestre fu costante per tutta la durata del XVIII secolo, quindi il confronto tra dati a sei mesi di distanza era sempre tra dati omogenei.

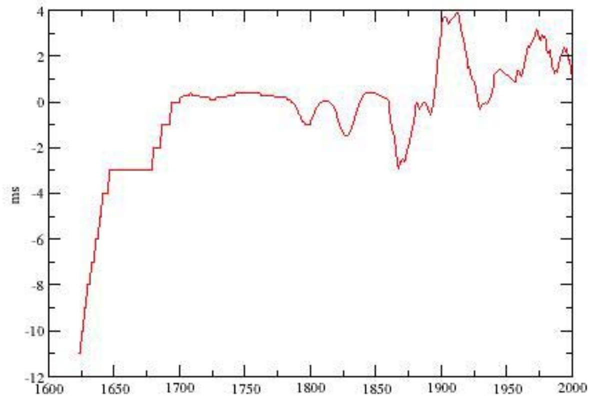


Fig. 5 *Eccesso al valore medio della* ***Lunghezza del Giorno*** *in millisecondi, graficato negli ultimi 4 secoli. Nel Settecento l'andamento si mantiene costante, con meno di 0.10 s all'anno di drift accumulato tra UT ed UT1.*

Azimut della retta che interpola la Linea Clementina

Calcolando i ritardi in Inverno ed in Estate del transito previsto per una linea meridiana ideale valida per il foro stenopeico reale (quella che parte dal suo piede della verticale esattamente in direzione Sud-Nord), rispetto alla retta che parte da 0 ed arriva all'estremo

220.7 della Linea Clementina, si ricava quanto questa retta devii dalla direzione del Nord.

Ritardo Invernale [s] [parte centesima 217.52]	**Ritardo [s] Estivo [parte centesima 33.39]**
20.866 Ephemvga	7.233 Ephem
20.476 SPA	6.5953 SPA
19.966 IMCCE	6.113 IMCCE

Tabella 5. *Ritardi del transito sulla retta interpolante calcolati rispetto a tre differenti effemeridi.*

Considerando la velocità con cui si sposta l'immagine in Inverno ed in Estate [tabella 1] a questi ritardi si può associare una distanza, che divisa per la posizione [parte centesima] dove il transito è osservato dà l'angolo di azimut della retta dal Nord celeste.

Poiché le effemeridi possono differire leggermente dal vero istante del transito del Sole di una frazione di secondo, chiamo c questa correzione ed imposto le equazioni:
per Ephemvga

$$(20.866+c)\cdot(3.25\ \text{mm/s}/217.52)=(7.233+c)\cdot(1.43\ \text{mm/s}/33.39)$$

e le analoghe per i ritardi invernali ed estivi con le effemeridi SPA ed IMCCE.
Queste equazioni ricercano le correzioni c alle effemeridi affinché i punti solstiziali della retta

interpolante sia effettivamente allineati con il piede della verticale del foro stenopeico.
Per Ephemvga c=+0.0715 s, mentre per IMCCE vale +1.309 s e per SPA +0.888 s.
Questa correzione risulta inferiore al secondo in 2 casi su 3, e per Ephemvga è addirittura inferiore al decimo di secondo.
Un secondo di tempo corrisponde a 360°/86400=0.0042° in posizione, 15 secondi d'arco.
Non bisogna dimenticare che i dati invernali sono affetti da un errore statistico di ±0.16 s, che nel caso del solstizio d'estate arriva a ±0.36 s, per cui queste incertezze contribuiscono ad aumentare l'effettiva correzione alle effemeridi, più di quanto sarebbe necessario con dati al telescopio.
Va notato anche che i Delta calcolati con SPA ed IMCCE differiscono per soli 0.03 s, cioè 0.45 secondi d'arco, essendo entrambi i generatori di effemeridi basati sulla teoria di Brétagnon VSOP87.
Infine va detto che nella correzione c entra pure l'arrotondamento sulla longitudine del foro stenopeico di Santa Maria degli Angeli: nei calcoli ho usato 12°29'51", mentre le misure GPS Garmin II Plus danno 12° 29' 50.95" ± 0.10", ed ogni 0.1" in longitudine il transito cambia di 1/15 s ovvero 0.066 s.
Aggiungendo le correzioni c l'azimut, unico per tutta la retta, vale

Azimut	Effemeridi di riferimento
5’ 17”.17	Ephemvga
5’ 23”.63	SPA
5’ 22”.29	IMCCE
5’ 21”± 3”	**Media**

Tabella 6. *Azimut della retta che interpola la Linea Clementina. I valori sono ottenuti calcolando l’arcotangente dell’angolo formato da (20.866+c)·3.25 mm visti da 217.52 volte la parte centesima dell’altezza del foro stenopeico (20344 mm, misurata col teodolite Leica TCRA 1103 da Alessandro Lupi dello studio di architettura MCM di Roma)*

Stabilità relativa delle effemeridi

Data	Calcolato [SPA] (IMCCE)	Osservato	Ritardo
18/12/2006	12:06:31.9 [32.07] (32.56)	12:07:52.0	20.1 [19.93] (19.44)
19/12/2006	12:07:01.4	12:07:20.3	19.9 [19.76] (19.27)
20/12/2006	12:07:31.3	12:07:51.5	20.2 [20.06] (19.57)
23/12/2006	12:09:01.1	12:09:21.3	20.2 [20.06] (19.57)
24/12/2006	12:09:31.02	12:09:50.84	19.82 [19.68] (19.19)
25/12/2006	12:10:00.89	12:10:20.15	19.26 [19.12] (18.63)
26/12/2006	12:10:30.66	12:10:50.64	19.98 [19.84] (19.35)
28/12/2006	12:11:29.73 [30.07]	12:12:49.13	19.40 [19.06]

	(30.56)		(18.57)

Tabella 7. *Transiti al meridiano nel solstizio d'Inverno 2006 (tra parentesi dati SPA ed IMCCE). I dati al decimo di secondo sono stati misurati arrotondando al secondo le misure del primo ed ultimo contatto con la linea meridiana. Per le altre il cronometraggio dei contatti è stato fatto al centesimo di secondo.*

A fine 2006 le effemeridi IMCCE seguono SPA di 0.49 s, e questa a loro volta seguono Ephemvga di 0.34 s. A tutte e tre occorre aggiungere il secondo intercalare, per cui il ritardo medio dal 18 al 24 diventerebbe con Ephemvga 21.04±0.18 s, mentre con SPA 20.9 s e con IMCCE 20.41 s.. Essendo poi dUT1=0.0 s, questo maggiore ritardo è dovuto ad uno spostamento del baricentro del foro stenopeico verso Est di (21.04+0.12-20.866)·3.25 mm =0.96 ±0.59 mm. Ciò è accaduto a fine ottobre 2006, quando è stato ripristinato il foro ellittico di 4.2 cm x 2 cm per poter vedere meglio l'immagine del Sole al solstizio d'Inverno.

Ricapitolando:
a fine 2005 SPA seguiva Ephemvga di 0.41 s e IMCCE seguiva SPA di altri 0.51 s.
A metà 2006 SPA seguiva Ephemvga di 0.64 s e IMCCE seguiva SPA di altri 0.48 s.

A fine 2006 SPA segue Ephemvga di 0.34 s e IMCCE segue SPA di altri 0.49 s.

Si vede che, in un anno, IMCCE ed SPA restano legate entro 0.03 s, mentre Ephemvga fluttua entro un intervallo, più ampio, di 0.30 s.

Conclusioni:

Basandoci sulla misura degli istanti di transito del Sole al meridiano nei due solstizi invernale 2005 ed estivo 2006, è stato possibile misurare l'azimut della meridiana entro qualche secondo d'arco d'incertezza. Queste misure di tempo sono state confrontate con le effemeridi generate da Ephemvga, quelle generate dal Solar Position Algorithm e quelle dell'IMCCE, per ricavare i valori della deviazione verso Est della Linea Clementina. Precedentemente è stata eseguita una ricognizione metrica dei vari segmenti che costituiscono la Linea Clementina confrontati con un filo teso tra i due estremi per 45 metri. Sono state riscontrate delle deviazioni dalla rettilineità di ± 5 mm rms, ed il loro valore nei punti solstiziali è stato usato per correggere i tempi di transito osservati.

Per arrivare al valore dell'inclinazione della retta media occorre tener conto anche del valore di dUT1 valido per la data dell'osservazione.

Le misure dei tempi di transito sono state prese sincronizzando ogni volta gli orologi (anche quello interno della videocamera) con il tempo campione dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris di Torino entro 4/100 di secondo. Con questa precisione è stato possibile misurare gli effetti della variazione del dUT1 di 0.2 s in sei mesi, dovuta al rallentamento della rotazione terrestre.

La differenza tra i ritardi invernali ed estivi estrapolati sulla retta interpolante rispetto alle effemeridi è venuta di 13.6 s, in ottimo accordo con i 12 s che Ruggero Boscovich e Christopher Maire avevano osservato attorno al 1750. Infatti già Celsius prima e poi Boscovich e Maire nel corso del XVIII secolo si accorsero che la meridiana mostrava un ritardo sistematico che andava aumentando verso il solstizio d'inverno.

Nelle misure di Bianchini (1703), che nel 1702 fu il costruttore della Meridiana per volere di Clemente XI, si può verificare che tale ritardo sistematico era riscontrabile anche dalle sue prime misure di transiti solari e stellari in contemporanea, anche se lui non se ne accorse [*La Meridiana e la Relatività*, Sigismondi, 2006].

Dalle misure di Boscovich e Maire deduciamo perciò che nel Settecento la Linea era molto più precisa di adesso, ed i successivi restauri, ne hanno gradualmente compromesso la rettilineità fino all'attuale scarto quadratico medio di ± 5 mm.

Ricordiamo che l'istante del transito sulla meridiana era ed è ottenuto come media di 2 o più istanti in cui i due lembi del Sole toccano la linea meridiana, ed eventualmente altre linee vicine ad essa parallele (Transiti paralleli in *Pinhole Solar Monitor Tests*..., Sigismondi, 2006).
Un'incertezza di ±0.3 s nell'istante del transito, corrisponde a circa 1 mm, ovvero 4 secondi d'arco di accuratezza sulla stima della deviazione verso Est della Linea Clementina; questa incertezza è dovuta alla turbolenza atmosferica ed è riducibile solo con la tecnica dei *transiti paralleli*.

Studiando l'azimut della Linea Clementina abbiamo potuto verificare, infine, la stabilità delle effemeridi e la natura e l'entità delle correzioni a diverse effemeridi. Queste correzioni vengono usate come parametri di fit nei programmi di simulazione delle eclissi di Sole SOLRAD e WINOCCULT 3.6, Baily Beads, dove la precisione del centesimo di secondo di tempo corrisponde a 5 milliarcosecondi nella misura del raggio solare.

Bibliografia

DUFFETT-SMITH, P., *Astronomy With Your Personal Computer*, Cambridge University Press, 1985.

MEEUS, J., *Astronomical Algorithms*, Second edition, Willmann-Bell, Inc.,
Richmond, Virginia, USA,1988.

BARBIERI, C., *Lezioni di Astronomia*, Zanichelli Bologna, 1999.

HEILBRON, J., *The Sun in the Church*, Harvard University Press, 1999.

SIGISMONDI, C., *Pinhole Solar Monitor tests in the Basilica of Santa Maria degli Angeli in Rome,* in *Solar Activity and its Magnetic Origin*, Proceedings of the 233rd Symposium of the International Astronomical Union held in Cairo, Egypt, March 31 - April 4, 2006, Edited by V. Bothmer; A. A. Hady. Cambridge: Cambridge University Press, pp.521-522, 2006.

SIGISMONDI, C., *La Meridiana e la Relatività,* in C. Sigismondi, *Meridiani e Longitudini a Roma*, Semestrale di Studi di Geografia, Abilgraph, Roma, 2006.