

## Altezza dei monti Velino, Guadagnolo e Cavo e rifrazione

Costantino Sigismondi

*prof.sigismondi@icra.it*

(ICRA/Sapienza Università di Roma e ITIS G. Ferraris, Roma)

Submitted May 21<sup>st</sup> 2021, accepted May 22<sup>nd</sup> keyword: refraction.

**Abstract** We describe measures of the quotes of Mt. Velino. Mt. Guadagnolo and Mt. Cavo by using a level made in Italy by Officine Galileo and some cards of 0.25 mm thick, to find the angular height above the horizon. The proportion between the right triangle of sides 7, 8.5 and 10 cards and 65 mm give the angular heights of Velino, Guadagnolo and Mt. Cavo respectively at 82, 39 and 25 km. The Earth's curvature at these distances includes the atmospheric refraction with  $k=0.12$  at noon. The total station measurements to obtain angles accuracy of  $\pm 0.001^\circ$  are also used.

**Sommario** L'altezza di monti Velino, Guadagnolo e Cavo è ottenuta a partire dall'altezza angolare sopra l'orizzontale, dal tetto dell'IIS Caffè a Roma 87 m slm e le distanze lineari da google maps (82, 39 e 25 km). L'altezza angolare è misurata con un livello delle Officine Galileo e dei cartoncini da schedario di 0.25 mm di spessore e 65 mm di lunghezza posti sotto il livello. La curvatura della Terra e la rifrazione sono anche calcolati.

**Altezza angolare con i cartoncini** essendo tutti uguali ne misuriamo lo spessore di 30, 7.5 mm col calibro ventesimale, e ricaviamo per ciascuno  $0.250 \pm 0.005$  mm. La base del livello è un triangolo equilatero con un vertice che punta la montagna che osserviamo e la base costituita dagli altri due punti, che fa da perno quando si mettono sotto il vertice i cartoncini, fino al centro del triangolo di base. Prima di infilare i cartoncini il livello è posto "in bolla", così che i cartoncini descrivano sempre l'innalzamento angolare rispetto all'orizzontale.

La "leva" su cui agiscono i cartoncini è lunga 65 mm, per cui l'angolo di alzo è  $n\_cards \cdot 0.25/65$  radianti =  $nc \cdot 13.2'$ .

Montagna	Velino	Guadagnolo	Cavo
Cards	7	8.5	10
angolo	$1.54^\circ \pm 0.11^\circ$	$1.87^\circ \pm 0.11^\circ$	$2.20^\circ \pm 0.11^\circ$
Distanza [km]	82.1	39.2	25.3
quota app. [m]	2826±158	1489±75	1110±49
valore noto [m]	2487	1218	956

La quota finale tiene conto della curvatura sferica della Terra.

**Distanza angolare dall'orizzontale con la stazione totale**

Montagna	Velino	Guadagnolo	Cavo
Angolo	$1.35^{\circ} \pm 0.005^{\circ}$	$1.476^{\circ} \pm 0.005^{\circ}$	$1.90^{\circ} \pm 0.01^{\circ}$
Distanza [km]	82.1	39.2	25.3
quota app. [m]	$2551 \pm 7$	$1218 \pm 4$	$977 \pm 8$
quota corr. [m]	2488	1203	971

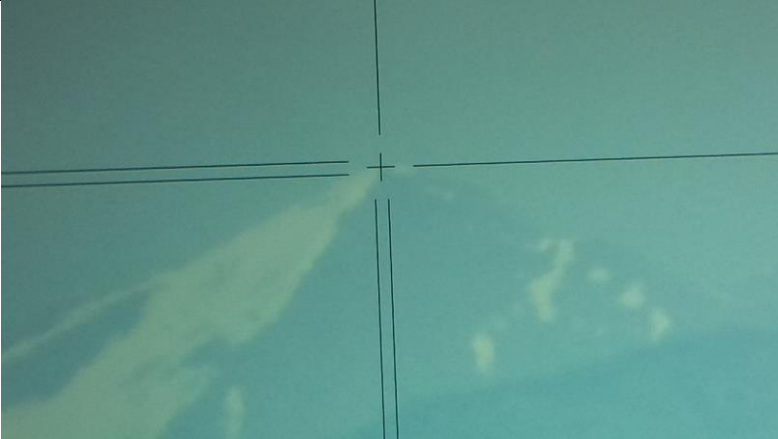


Fig. 1 La vetta del Velino vista da Roma con la stazione totale.

La montagna è illuminata dal Sole in modo uniforme, perché sono le 12:28 del 21 maggio 2021 e il Sole è a  $67^{\circ}$  di altezza. La neve rimasta sul versante Ovest riflette la luce del Sole, e permette di vederla da oltre 82 km di distanza a occhio nudo.

**Discussione e conclusioni** le misure con la stazione totale hanno una sensibilità di 0.001° e lo spostamento delle persone sulla terrazza bastava a mutare una lettura angolare di più.

I due metodi hanno mostrato risultati sempre per eccesso rispetto al vero, anche in termini di  $\sigma$ : un chiaro indizio dell'effetto della rifrazione atmosferica orizzontale. Abbiamo assunto 87 m slm la quota dello strumento. La rifrazione è di 2.6', dalla formula  $E=(1-k) \cdot D^2 / 2R$  con  $k=0.12$  per queste misure, e il Velino va a 2488 m, 1203 m Guadagnolo e 971 m Monte Cavo.

**Metodo e geometria** la prima operazione è applicare il teorema di Pitagora al Velino osservato da Roma, per includere la curvatura della Terra. La distanza di 82 km è presa lungo l'arco di cerchio, come distanza lineare misurabile a terra. Il dato è ottenibile da google maps con la funzione misura distanza. Da questo dato si ottiene l'angolo sotteso da questa distanza al centro della Terra, e quindi l'apertura del triangolo rettangolo COV Centro della Terra-Osservatore-intersezione tra l'orizzontale e la parete Ovest del Velino.

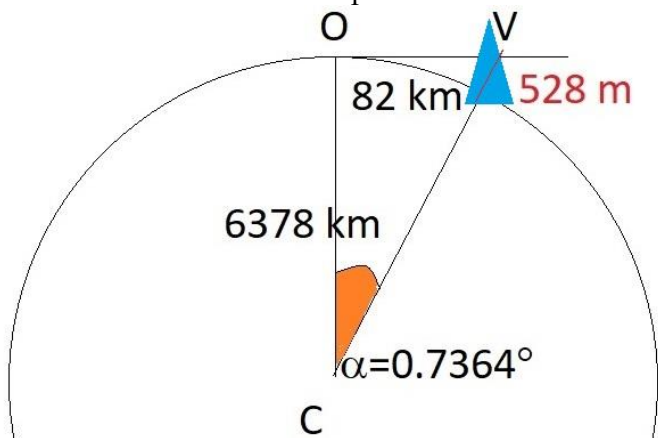


Fig. 2 Schema geometrico per il teorema di Pitagora con la Terra sferica. Il nostro punto O si trova 87 m sopra il livello del mare, da aggiungere per trovare l'altezza finale della vetta. La quota del Velino risulta così 2551 m slm, 64 metri più alta.

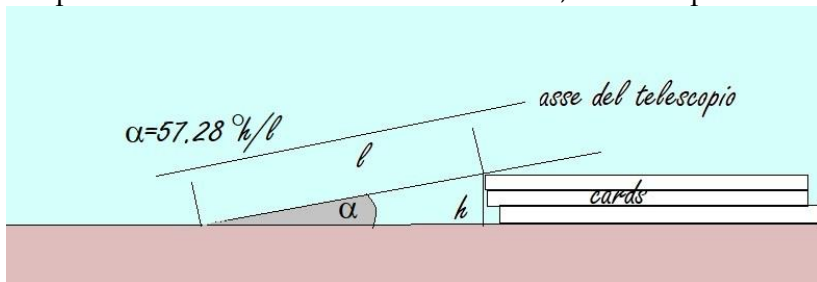


Fig. 3 Geometria delle cards usate per variare l'alzo del livello.

**La rifrazione di Gauss** è il fenomeno per cui si produce questo effetto: i raggi luminosi nella direzione del Velino sono innalzati di circa 2.6' dalla rifrazione nell'aria.

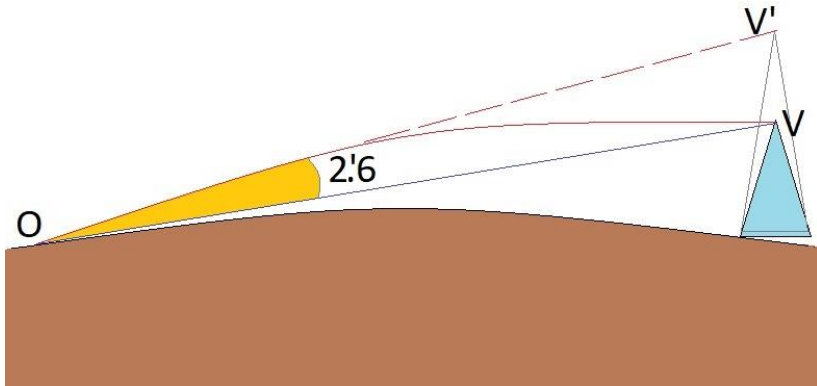


Fig. 4 Rifrazione atmosferica di Gauss: l'osservatore O vede la vetta V alzata in V'. Per il Velino ad 82 km da Roma l'angolo di rifrazione alle 12:28 del 21 maggio 2021 col Sole a 67° di altezza sopra l'orizzonte, temperatura dell'aria al suolo 25 °C. La formula di Gauss  $E=(1-k) \cdot D^2 / 2R$  comprende sia la curvatura terrestre che l'effetto di rifrazione, includendo un parametro k che tiene conto di diverse rifrazioni.

Nella formula D è la distanza lineare, D=82 km per il Velino; R è il raggio terrestre pari a 6378 km; inserendo anche il raggio polare di 6356 km o un valore intermedio questo risultato non cambia, a parità di k, che quantifica la rifrazione atmosferica.

Secondo Gauss k=0.13 ad Hannover, mentre per Roma al mezzodì del 21 maggio abbiamo valutato k=0.12; altri autori mostrano che può scendere anche a k=0.08 in ore e luoghi differenti. E= 466 m, con un effetto di rifrazione, al netto della curvatura pari a 62 metri, che a 82 km fanno 155''=2.6'.

#### **La rifrazione atmosferica e l'orizzonte del mare**

La curvatura dei raggi luminosi tangenti l'orizzonte del mare

ha mostrato un andamento opposto quando la temperatura dell'aria era particolarmente fredda rispetto all'acqua. A Ostia la temperatura dell'acqua non scende mai sotto i 14°C, mentre, d'inverno, l'aria può arrivare anche a 0°C con forte vento dal quadrante attorno al Nord: Tramontana, Maestrale e Grecale (Bora). In queste occasioni ho misurato la depressione dell'orizzonte dal pontile a 3.4 m slm; la geometria sferica della Terra prevede una depressione pari a  $d['] = \sqrt{h[m]} = 1.8'$  mentre i valori misurati andavano da 3' fino a 5': segno che la concavità dei raggi luminosi per la rifrazione era rivolta verso l'alto, dove cioè l'aria era più fredda e più densa rispetto a quella immediatamente sopra l'acqua. L'orizzonte marino è, per la curvatura della Terra, ad una distanza dall'osservatore pari a  $\sqrt{[2Rh]} = 6856$  m e la linea di vista ha al di sotto l'aria più rarefatta e calda. Nel caso del Velino visto da 82 km con la linea di vista che, pure in orizzontale, sale sempre più di quota (fig. 2) poiché la Terra è sferica, l'aria intercettata è –in media– sempre più rarefatta di quella sottostante, che è quindi più densa, per cui la curvatura dei raggi luminosi segue l'andamento di fig. 4, opposto a quello per l'orizzonte del mare autunno-invernale. Nel **Tramonto del Sole al mare** la linea di vista col Sole diventa tangente all'orizzonte e negli ultimi 6-7 km può cambiare di concavità dando luogo a miraggi, ed è un fenomeno abbastanza comune, ma dietro l'orizzonte la linea di vista –per la curvatura della Terra– si rialza proprio come accade per i primi 82 km verso il Velino, e la sua concavità è sempre rivolta verso il basso. La luce del Sole al tramonto attraversa regioni sempre più alte dell'atmosfera e risulta deviata –in media– di circa +36' se vista dal Pontile a 3.4 m slm, mentre dalla webcam della Lega Navale che sta a 11.7 m slm la deviazione media arriva +42'. In circostanze in cui lungo la linea di vista col Sole c'era alta pressione da 1034 mb al livello

del mare fino alle Isole Baleari, a 800 km da Ostia, abbiamo registrato rifrazioni in eccesso anche di 3'-4', fino ad un massimo di 8', col tramonto "in ritardo" anche di due minuti rispetto alle effemeridi standard. L'evento più estremo registrato ad Ostia è stato il 1 gennaio 2020 all'alba col Sole sorto 2 minuti prima e l'effetto geometrico chiamato Novaya Zemliya, in cui il Sole sorto nel Golfo di Gaeta è stato riflesso dall'atmosfera fredda pochi metri sopra l'Agro Pontino (sulla linea di vista col Golfo di Gaeta da Ostia), più fredda dell'aria soprastante, e poi ancora riflesso sull'aria sopra l'acqua come miraggio. L'effetto Novaya Zemliya, scoperto da Barents nel '500, si produce nel Mare Glaciale Artico con l'aria vicina al ghiaccio molto più fredda del resto dell'aria circostante, e consente di vedere sorgere il Sole oltre il circolo polare, delle settimane prima che la geometria sferica lo permetta.

**L'epopea trigonometrica dell'Everest** nel 1852 nel *Grand Trigonometrical Survey* si trovò che un picco dell'Himalaya non troppo distante angolarmente dal Kanchenjunga, il Peak XV, superava tutte le altre montagne e poteva essere la più elevata della Terra. I topografi inglesi, e gli stranieri in generale, non potevano accedere in Nepal, né in Cina, né in Tibet. Quindi l'Everest fu osservato da 250 km di distanza, con l'incertezza della rifrazione atmosferica, mai costante. Possiamo valutare che se a 82 km l'errore per rifrazione ammonta a circa 62 m, a tre volte questa distanza si può giungere anche a 200 m di differenza. Ciò giustifica i due anni di calcoli e controlli necessari prima di riconoscere il Peak XV come la maggiore montagna della Terra e dedicarla al primo sovrintendente generale della Survey of India, sir George Everest.

**Referenze** C. Sigismondi, *Gerbertus* 14, 163 (2021); A. Favaro, *A due passi dalla cima, La spedizione Italo-Nepalese all'Everest* (1980); R. Mantovani, *Everest, White Star*, (1996).