

L'altezza del Terminillo misurata da via Piccolomini

Costantino Sigismondi (ICRA/Sapienza and ITIS Ferraris, Roma)

submitted October, 19th 2020 accepted May 15th, 2021 sigismondi@icra.it

keywords: *Use of a level, didactic experiment, model, sigma, error theory, Terminillo.*

Abstract The quote of mt. Terminillo is evaluated by composite photos at the level's eyepiece, to have the mountain's angular altitude, with the standard errors' theory applied. The instrumental field of view is 34' and the height is $80 \pm 7'$ at 80 km.

Sommario L'altezza del Terminillo è valutata con l'uso di un livello e della sua altezza angolare sopra l'almucantarato zero di 9/100 di radiante, con foto all'oculare.

Introduzione: il Terminillo dietro la Cupola di san Pietro

Da via Nicolò Piccolomini a Roma c'è una famosa vista della Basilica di San Pietro che spunta dal verde. Sulla sinistra del Cupolone si staglia, nelle giornate più serene, il monte Terminillo, 2219 m, in linea d'aria a 79.1 km.



Vediamo come operare con il livello e con la via Piccolomini per conoscere la quota del Terminillo.

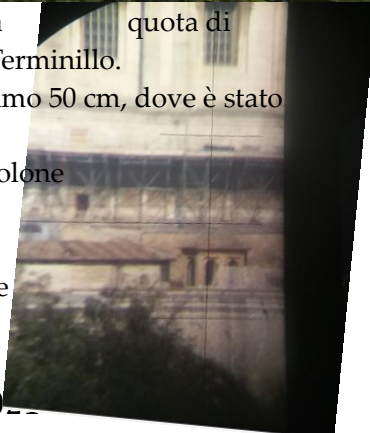
Da GPS troviamo 73 m slm. A cui aggiungiamo 50 cm, dove è stato posto il livello.



La base del Cupolone

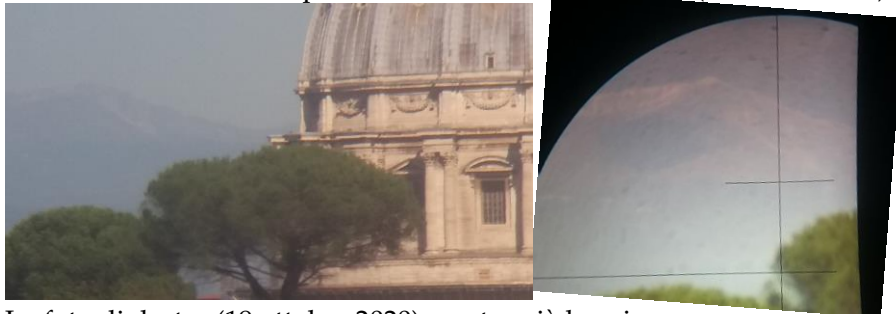
corrisponde a 73.5 m slm, come dal telescopio a livello.

quota di



Altezza angolare del Terminillo

Con la trigonometria, usando il mignolo 16 mm alla distanza di 720 mm (braccio teso) come traguardo, la vetta del Terminillo dista $16/720=2/90$ di radiante dalla base del Cupolone. Nella foto sotto, tale base corrisponde con la base della foto. Il picco del Terminillo è a sinistra (9 ottobre 2020).



La foto di destra (19 ottobre 2020) mostra già la prima neve.

Data la distanza lineare (da google maps) con la vetta del Terminillo di 79.1 km, l'altezza della vetta –senza rifrazione atmosferica- risulterebbe $79.1 \cdot 2/90 = 1757.8$ m a cui sommiamo 73.5 m ottenendo 1831.3 m.

Poiché la Terra è sferica, a 79.1 km, per la curvatura, la base della montagna non è sull'orizzontale ma sotto l'almucantarato zero.

Con il raggio terrestre di 6378 km la quota zero dei 73 m slm di via Piccolomini, corrispondono a 490 m sul livello del mare sul Terminillo, che sopravanza di 1831.3 questa quota. Sommando le due quote ottengo 2321.3m come quota finale, sempre senza la rifrazione, che tende ad alzare un po' quello che si osserva.

Correzione di Gauss per la rifrazione

La formula della correzione per rifrazione è compresa in quella per la curvatura della Terra.¹ $E=(1-k) \cdot D^2 / R$

Gauss valutò $k=0.13$ ad Hannover, Monti e Selvini hanno trovato $k=0.08$ al mezzogiorno locale, e le misure fatte il 19 ottobre sono alle 14:45, quasi due ore dopo il mezzodì. Si può assumere $k=0.1 \pm 0.02$ ed $E=441.5$ m.

Da questo la quota finale risulta $2272 \text{ m} \pm 10 \text{ m}$. Lo scarto dalla quota vera è di circa 50 m, per valutare *a occhio* dell'altezza angolare del Terminillo.

È chiaro che in questa misura *a occhio* abbiamo sottovalutato molti fattori di errore e il risultato è a 5σ dal valore atteso.

¹ <http://www.topografia.it/CaseHistory/qualitarilievi/k.htm>

Le tacche del mirino del livello distano 17.07' come da calibrazione in laboratorio. Il mirino ha solo tre tacche, poiché normalmente viene impiegato per stabilire l'orizzontale topografica.

Il Terminillo svetta a 4.71 di queste tacche dall'orizzontale, cioè 80.4', con altezza totale stimata di 2365 m.

La valutazione angolare è stata fatta confrontando le foto digitali di fig. 1 e fig. 2 accostandole tra loro. L'incertezza è circa di 2 pixel su 31 per ogni tacca da 17'. Su tutta l'altezza del monte 146 pixel con un'incertezza di altri 2 pixel, propagando gli errori avrei: $c=a/b=146/31=4.71$ e l'errore relativo è $\Delta c/c=\Delta a/a+\Delta b/b$ ossia 6.45%+1.37%. Il 7.82% di 2365 m è 185 m, così che il valore vero della quota 2219 m rientra in un sigma dalla quota stimata: 2365 ± 185 m; e 2219 m è a 0.8σ . Rispetto al valore *a occhio* questo dato è molto più attendibile e l'incertezza di ± 185 m più realistica.

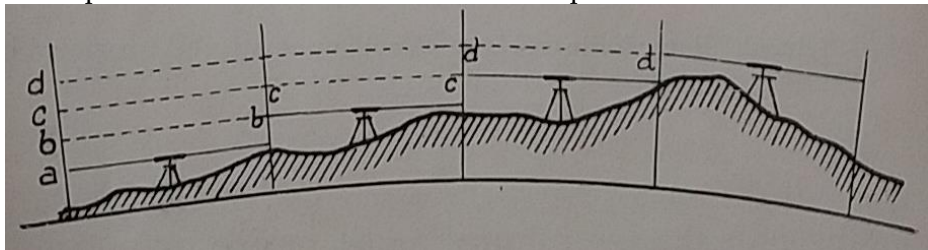


Fig. 3 principio della livellazione (da A. Mori, 1969).

Quando in un esperimento si ottiene un risultato vicino entro σ dal valore vero si può giudicare ben fatto l'esperimento. In alternativa, si può giudicare buono il modello interpretativo dei dati, se l'accordo è entro σ , e questa è la situazione che normalmente capita in astrofisica.

La livellazione in topografia viene svolta (fig. 3) trasportando dislivelli al millimetro su distanze dell'ordine dei 100 m. Su 80 km, la propagazione dell'errore prevedrebbe 800 mm, sebbene i caposaldi topografici sono calibrati al millimetro. L'Idrometro di Ripetta ad es. serve a misurare il livello del fiume Tevere, ed è stato ricalibrato insieme ai caposaldi stabiliti dall'Istituto Geografico Militare; la massima variazione accertata nella ricognizione tecnica (Andreucci, 2010) è 26.5 mm per Ponte Umberto.

Lo zero idrometrico di Ripetta, riferimento storico rispetto al quale sono state valutate le piene degli ultimi secoli, risulta 440 mm sopra il livello medio del mare.

La quota dell'Everest e del K2 ritornò all'attenzione negli anni ottanta, quando dalle prime misure satellitari il K2 fu stimato 8884 ± 25 m. Ardito Desio (1897-2001) che aveva guidato nel 1954 la spedizione italiana che conquistò la vetta del K2, ritornò nel 1987 a misurarne la quota con tecnologie più avanzate, e anche quella dell'Everest. Sempre le misure sono date al centimetro, ma sia per questioni di zero (geoide) sia per la neve sommitale, la quota della roccia non è mai più precisa del metro.

Si noti che la questione, che ricordo di avere inteso all'epoca, oggi è riportata su internet, ma con molti errori... di trascrizione. L'astronomo che fece le prime misure satellitari fu George Wallerstein (University of Washington) e nel commentare i risultati del controllo della spedizione Desio/CNR dichiarò *"Mine was done with a secondhand receiver, while theirs was made with first-rate equipment," he says. "I guess it proves that in this business there's no place for amateurs."* (Time, 2 nov. 1987)

Questo episodio ci fa capire l'importanza della teoria degli errori. Desio trovò 8872 per l'Everest e 8616 per il K2. Altre campagne di misura sono riportate su [wikipedia](#) con dati al centimetro, ma senza fonti primarie, da controllare una per una, come ho potuto fare col caso K2, dove era errato il cognome dell'Americano, identificato solo grazie al fatto che è astronomo. George Everest (1790-1866) a cui il Peak XV fu dedicato, era topografo.

Conclusioni le nostre misure sono solo angolari, da Google Maps prendo le distanze; 6378 km è il raggio della Terra assunta sferica. La rifrazione su 80 km sposta di poco il risultato. La precisione con cui ho determinato l'angolo della vetta del Terminillo sopra l'orizzontale è $80' \pm 7'$; ancora lontana dalla risoluzione angolare teorica di $\pm 0.1'$ dell'ottica, ossia ± 3 m, ma le misure angolari sono ottenute raccordando foto diverse fatte all'oculare senza allineamento esatto tra gli assi ottici di camera e cannocchiale, con possibili errori di parallasse entro qualche minuto d'arco. La calibrazione del campo di vista, in laboratorio, è fatta entro $\pm 0.1'$.

Referenze Alberto Mori, *Le carte geografiche*, Goliardica, Roma (1969).

Alessio Andreucci (2010) *Fiume Tevere, rilievo di alta precisione della quota dello zero idrometrico dell'idrometro di Ripetta*

http://www.idrografico.regione.lazio.it/Documenti/Rilievi/Livellazione_idrometro_TEVERE_RIPETTA.pdf; Time, 2 nov 1987 *Science: King of the Mountains*

<http://content.time.com/time/subscriber/article/0,33009,965872,00.html>

Ardito Desio, *Everest = 80FT. Higher*, Sky & Telescope **74**, 581 (1987)